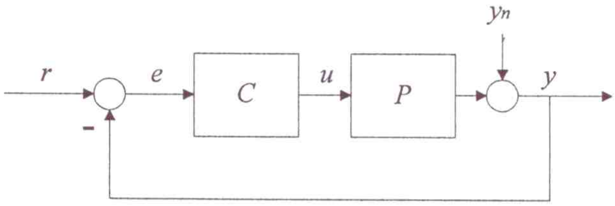
SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A csoport
2012.03.23. 14.15-15.45

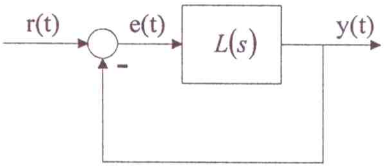
Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



a./ $P(s)=\frac{4}{s^2}$, $C(s)=\frac{1+s}{1+0.1s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját (amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagram)! Jelölje be az ábrán a vágási körfrekvenciát és a fázistartalékot!
b./ Adja meg a vágási körfrekvencia közelítő értékét, valamint a fázistartalék analitikus kifejezését!
c./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör?
d./ $r(t)=t\cdot 1(t)$ sebességugrás alapjel és $y_n(t)\equiv 0$ zavarójel mellett adja meg az $y(t)$ és $u(t)$ jelek állandósult értékét! **[4 pont]**

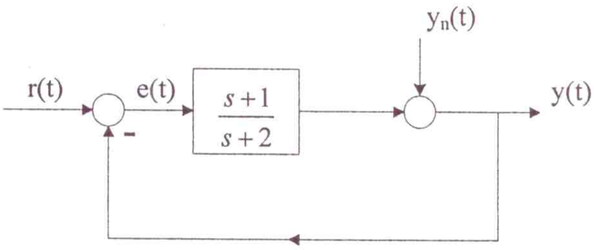
2. Az alábbi zárt szabályozási körben a felnyitott kör hurokátviteli függvénye $L(s)=K\frac{e^{-3s}}{s}$.



Adja meg K értékét, ha az erősítési tartalék értéke 2 ! **[4 pont]**

3. Tekintsük a $H(s)=4\frac{1+s}{1+2s}$ átviteli függvénnyel adott rendszert. Vázolja fel a rendszer közelítő Bode diagramját (amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia görbe), Nyquist diagramját, átmeneti függvényét és adja meg az átmeneti függvény analitikus alakját! **[4 pont]**

4. Az alábbi szabályozási körben $r(t)\equiv 0$ és $y_n(t)=\frac{5}{2}sin(2t)$. Adja meg az $y(t)$ kimenőjel állandósult állapotbeli amplitúdóját! **[3 pont]**



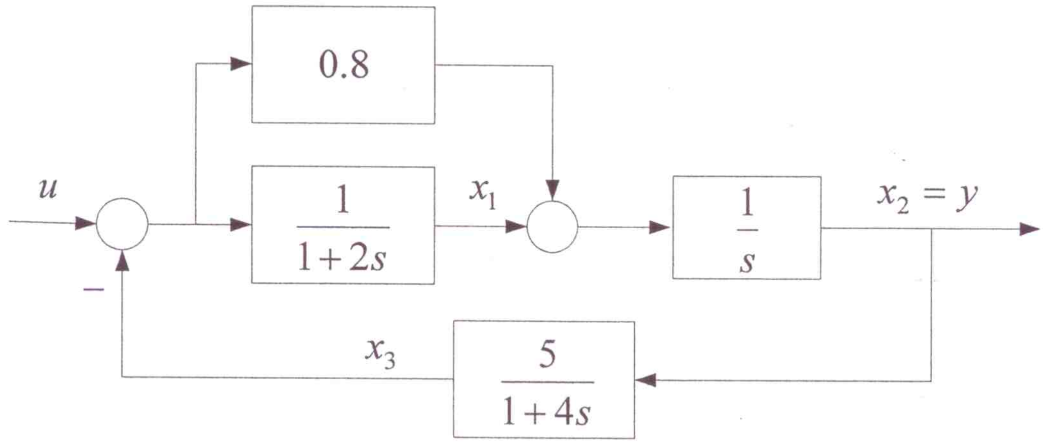
5. Adja meg a $H(s)=\dfrac{s+2}{s^2+5s+6}$ átviteli függvénnyel adott rendszer egy irányítható kanonikus alakját! Írja fel ennek az állapotteres realizációnak a megfigyelhetőségi mátrixát és állapítsa meg, megfigyelhető-e ez a realizáció!

[4 pont]

6. Adja meg a gyökhelygörbe definícióját! Legyen egy zárt szabályozási rendszerben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=K\dfrac{s+5}{s^2(s+8)}$ $(K\geq 0)$. Vázolja fel a gyökhelygörbét, ha tudjuk, hogy a megadott hurokátviteli függvény struktúrálisan stabilis zárt kört eredményez!

[4 pont]

7. Írja fel az ábrán látható rendszer állapotegyenletét az ábrán bejelölt állapotváltozókkal! **[3 pont]**

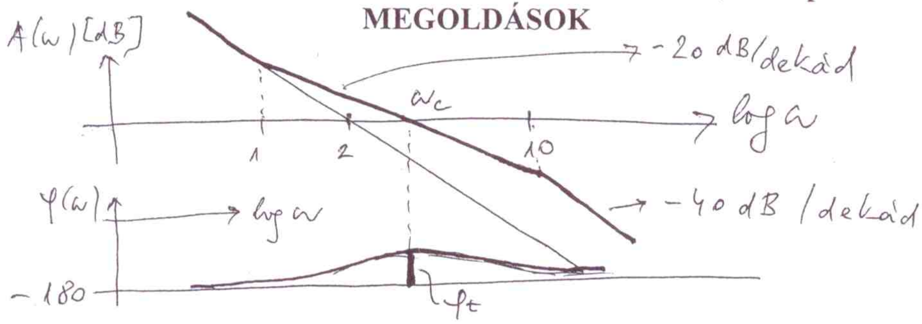


8. Írja fel a robusztus stabilitás feltételét! Egy kapcsolódó ábrán mutassa meg a bizonytalanság és a tervezési tartalék mértékét!

[4 pont]

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A csoport
MEGOLDÁSOK

1. a./



b./ $\omega_c \cong 4 \quad \varphi_t \cong 180^\circ + arctg(\omega_c) - arctg(0.1\omega_c) - 180^\circ = arctg(\omega_c) - arctg(0.1\omega_c)$

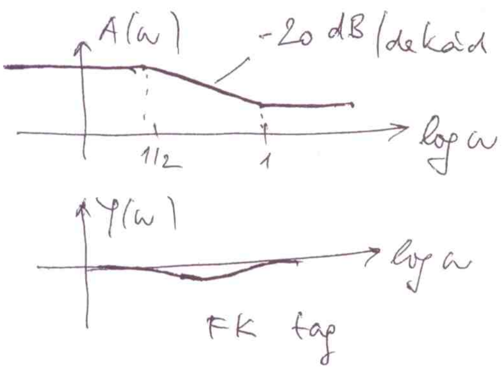
c./ Igen ($\varphi_t > 0$)

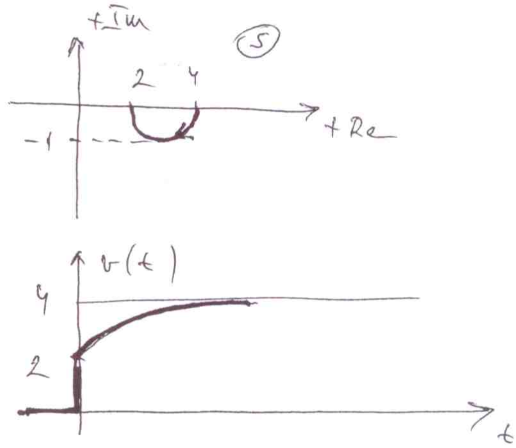
d./ $j = 2 \quad \Rightarrow \quad e_\infty = 0 \quad \lim_{t\to\infty} y(t) = \infty \quad \lim_{t\to\infty} u(t) = 0$

2. ω_π : $\arg\left\{e^{-3j\omega_\pi}\right\} = -3\omega_\pi = -90^\circ = -\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \omega_\pi = \frac{\pi}{6}$

$$\left|L(j\omega)\right|_{\omega=\omega_c} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{K}{\omega_\pi} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{\omega_\pi}{2} = \frac{\pi}{12}$$

3.





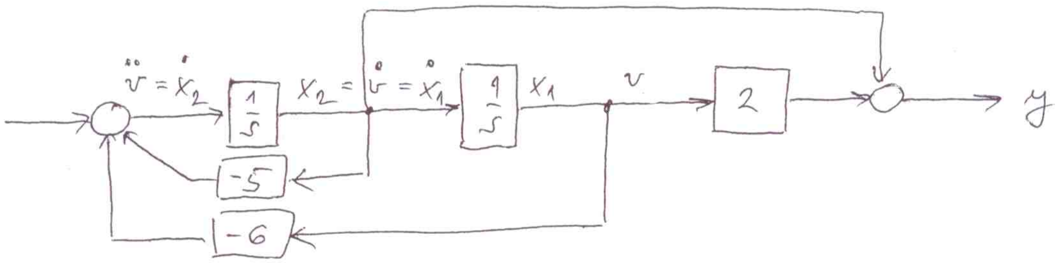
$$H(s) = 4\frac{1+s}{1+2s} = 4\frac{1+s}{1+2s} = 4\frac{1+2s-s}{1+2s} = 4\left(1 - \frac{s}{1+2s}\right)$$

$$V(s) = \frac{4}{s} - \frac{4}{1+2s} \quad \Rightarrow \quad v(t) = 4 - 2e^{-t/2}, \quad t \geq 0.$$

4. $H(s) = \frac{Y(s)}{Y_n(s)} = \frac{1}{1+\frac{s+1}{s+2}} = \frac{s+2}{2s+3} \quad \Rightarrow \quad \left|H(j\omega)\right|_{\omega=2} = \left|\frac{j\omega+2}{2j\omega+3}\right|_{\omega=2} = \left.\frac{\sqrt{\omega^2+4}}{\sqrt{4\omega^2+9}}\right|_{\omega=2} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$

$$y_{áll} = \frac{5}{2}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{5}\sin(2\omega+\varphi) = \sqrt{2}\sin(2\omega+\varphi)$$

5. $L(s)=\dfrac{s+2}{s^2+5s+6}=\dfrac{Y(s)}{U(s)} \quad\Rightarrow\quad \dfrac{U(s)}{s^2+5s+6}=\dfrac{Y(s)}{s+2}=V(s)$

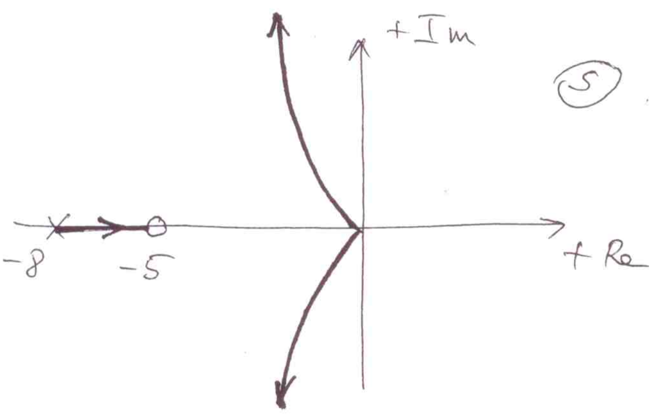


$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = -6x_1 - 5x_2 + u$$
$$y = 2x_1 + x_2$$

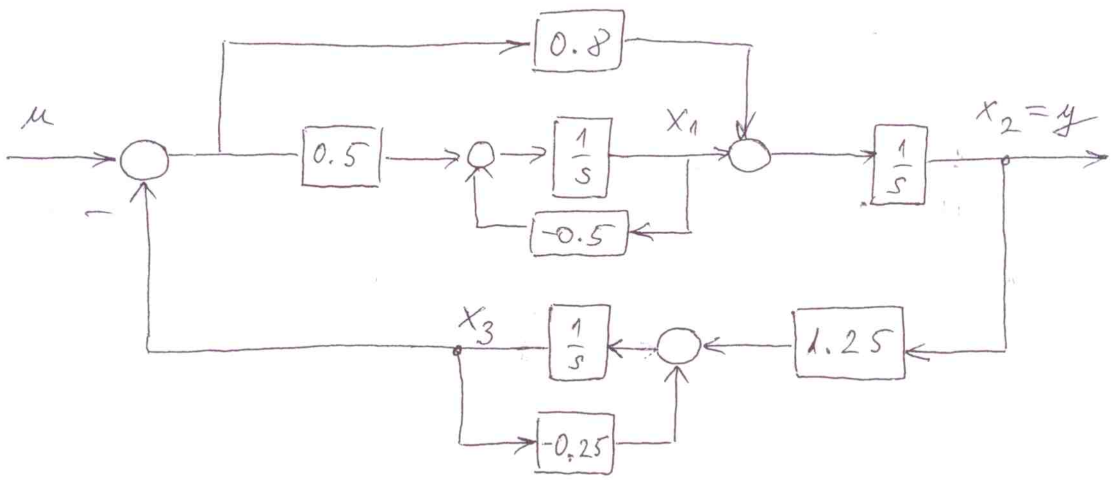
$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -6 & -5\end{bmatrix} \quad \mathbf{c}^T=\begin{bmatrix}2 & 1\end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_c=\begin{bmatrix}\mathbf{c}^T\\ \mathbf{c}^T\mathbf{A}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 1\\ -6 & -3\end{bmatrix}$$

$|\mathbf{M}_c| = 0 \quad\Rightarrow\quad$ a realizáció nem megfigyelhető.

6. A gyökhelygörbe a zárt rendszer pólusainak a helye, miközben a körerősítés változik nulla és végtelen között. $L(s)=K\cdot\dfrac{s+5}{s^2(s+8)}$



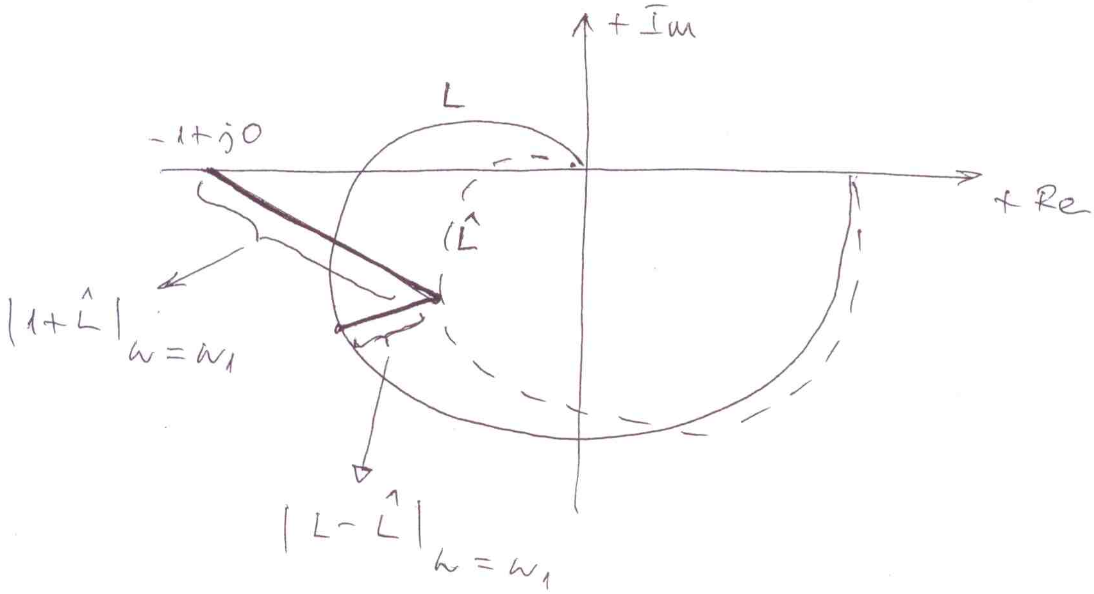
7.



$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.5 & 0 & -0.5\\ 1 & 0 & -0.8\\ 0 & 1.25 & -0.25\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.5\\ 0.8\\ 0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+0\cdot u$$

8. $\left|\hat{T}(j\omega)\right|\cdot\left|\ell(j\omega)\right|<1 \quad \forall\omega$, ahol $\hat{T}=\dfrac{\hat{L}}{1+\hat{L}}$ és $\ell=\dfrac{P-\hat{P}}{\hat{P}}$

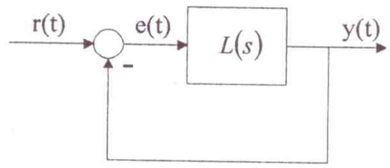


SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, B csoport
2012.03.23. 14.15-15.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Adja meg a $H(s)=\dfrac{s+2}{s^2+5s+6}$ átviteli függvénnyel adott rendszer egy megfigyelhető kanonikus alakját! Írja fel ennek az állapotteres realizációnak az irányíthatósági mátrixát és állapítsa meg, irányítható-e ez a realizáció! **[4 pont]**

2. Az alábbi zárt szabályozási körben a felnyitott kör hurokátviteli függvénye $L(s)=K\dfrac{e^{-3s}}{s}$.

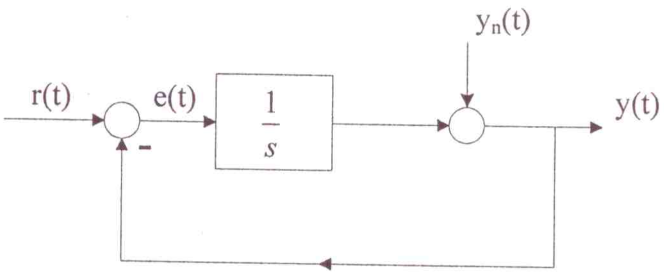


Adja meg K azon értékét, amely mellett a fázistartalék értéke $\varphi_t=60^\circ$! **[4 pont]**

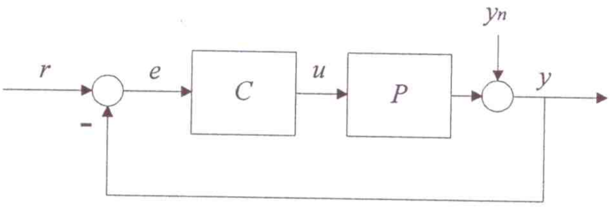
3. Tekintsük a $H(s)=4\dfrac{1+2s}{1+s}$ átviteli függvénnyel adott rendszert. Vázolja fel a rendszer közelítő Bode diagramját (amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia görbe), Nyquist diagramját, átmeneti függvényét és adja meg az átmeneti függvény analitikus alakját! **[4 pont]**

4. Adja meg a gyökhelygörbe definícióját! Legyen egy zárt szabályozási rendszerben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=K\dfrac{s+8}{(s+5)(s^2+4s+13)}$ $(K\geq 0)$. Vázolja fel a gyökhelygörbét, ha tudjuk, hogy a megadott hurokátviteli függvény struktúrálisan stabilis zárt kört eredményez! **[4 pont]**

5. Az alábbi szabályozási körben $r(t)\equiv 0$ és $y_n(t)=t\cdot 1(t)$. Adja meg $y(t)$ kimenőjel analitikus kifejezését! **[3 pont]**



6. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



a./ $P(s)=\dfrac{1}{1+s+4s^2}$, $C(s)=\dfrac{0.1}{s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját (amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagram)! Jelölje be az ábrán a vágási körfrekvenciát és a fázistartalékot!

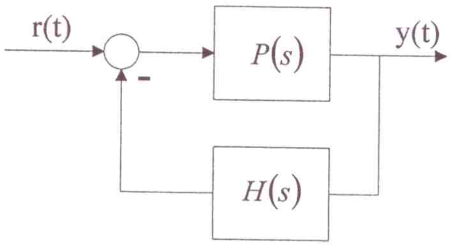
b./ Adja meg az $\omega=0.5$ körfrekvencián az amplitúdó függvény pontos értékét, valamint a fázis függvény pontos értékét!

c./ Határozza meg az erősítési tartalék értékét! Stabilis-e a zárt szabályozási kör?

d./ $r(t)\equiv 0$ alapjel és $y_n(t)=t\cdot 1(t)$ sebességugrás zavarójel mellett adja meg az $y(t)$ és $u(t)$ jelek állandósult értékét!

[4 pont]

7. Az alábbi zárt szabályozási rendszer eredő átviteli függvénye: $\dfrac{Y(s)}{R(s)}=T(s)=\dfrac{P(s)}{1+P(s)H(s)}$



Határozza meg az $S_H^T=\dfrac{\dfrac{\Delta T(s)}{T(s)}}{\dfrac{\Delta H(s)}{H(s)}}$ érzékenységi függvény kifejezését! Adja meg az S_H^T érzékenységi függvény fizikai jelenését!

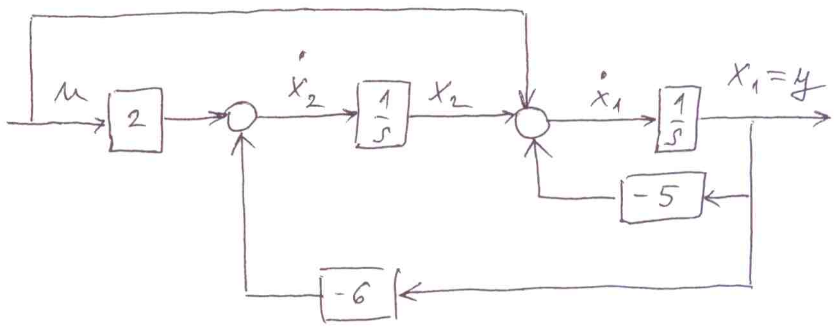
[4 pont]

8. Adja meg a *modulus* stabilitási tartalék fogalmát és összefüggését az érzékenységi függvénnyel! **[3 pont]**

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, B csoport
MEGOLDÁSOK

1. $H(s)=\dfrac{s+2}{s^2+5s+6}=\dfrac{\dfrac{1}{s}+\dfrac{2}{s^2}}{1+\dfrac{5}{s}+\dfrac{6}{s^2}}=\dfrac{Y}{U}$

$$Y=\frac{1}{s^2}(2U-6Y)+\frac{1}{s}(U-5Y)$$



$$\begin{aligned}\dot{x}_1&=-5x_1+x_2+u\\ \dot{x}_2&=-6x_1+2u\end{aligned}\qquad \mathbf{A}=\begin{bmatrix}-5 & 1\\ -6 & 0\end{bmatrix}\qquad \mathbf{b}=\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}\qquad \mathbf{M}_c=[\mathbf{b}\quad \mathbf{Ab}]=\begin{bmatrix}1 & -3\\ 2 & -6\end{bmatrix}\quad\Rightarrow\quad |\mathbf{M}_c|=0$$

Nem irányítható a realizáció.

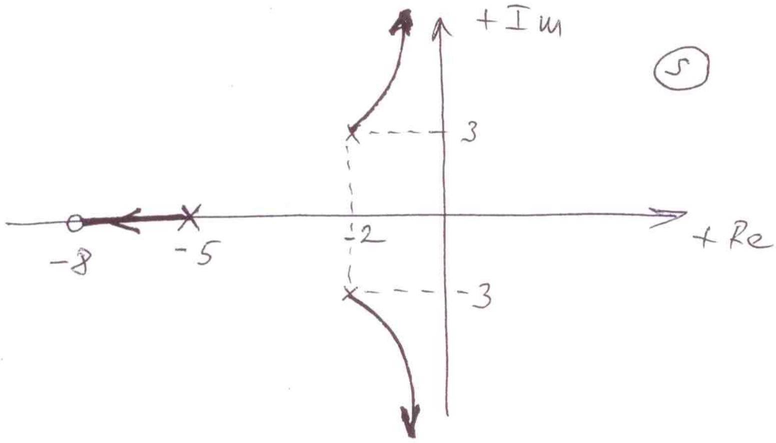
2. $\omega_c: \quad \dfrac{\mathrm{K}}{\omega_c}=1 \quad\Rightarrow\quad \omega_c=\mathrm{K}$

$$\arg\{-3j\omega\}=-3\omega=-30^\circ=-\frac{\pi}{6}\quad\Rightarrow\quad \omega_c=\frac{\pi}{18}\Rightarrow\quad K=\frac{\pi}{18}$$

3. $V(s)=\dfrac{4}{s}\cdot\dfrac{1+2s}{1+s}=\dfrac{4}{s}\cdot\dfrac{1+s+s}{1+s}=\dfrac{4}{s}\left(1+\dfrac{s}{1+s}\right)=\dfrac{4}{s}+\dfrac{4}{1+s}$

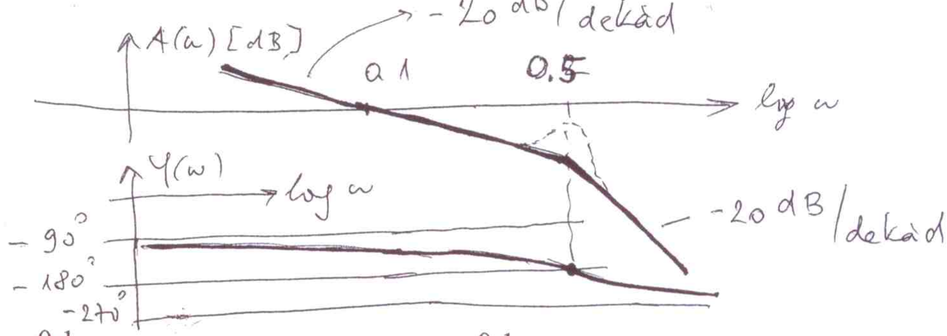
$$v(t)=4+4e^{-t}\quad, t\ge 0$$

4. A gyökhelygörbe a zárt rendszer pólusainak a helye, miközben a körerősítés változik nulla és végtelen között. $L(s)=K\cdot\dfrac{s+8}{(s+5)(s^2+4s+13)}$



5. $Y(s)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{s}}Y_n(s)=\dfrac{s}{1+s}\cdot\dfrac{1}{s^2}=\dfrac{1}{1+s}\cdot\dfrac{1}{s}=\dfrac{1}{s}-\dfrac{1}{1+s}\quad\Rightarrow\quad y(t)=1-e^{-t},\ t\geq 0$

6. a./



b./ $L(s)=C(s)P(s)=\dfrac{0.1}{s\left(1+s+4s^2\right)}\quad\Rightarrow\quad\left|L(j\omega)\right|_{\omega=0.5}=\dfrac{0.1}{0.5\cdot 0.5}=0.4$

$\varphi(\omega)\big|_{\omega=0.5}=-90^\circ-90^\circ=-180^\circ$

c./ $\omega_\pi=0.5\quad\Rightarrow\quad\left|L(j\omega)\right|_{\omega=0.5}=0.4\quad\Rightarrow\quad ET=\dfrac{1}{0.4}=2.5$ Stabilis a zárt kör.

d./ $j=1\quad\Rightarrow\quad e_\infty=\dfrac{-1}{0.1}=-10\qquad\lim_{t\to\infty}y(t)=10\qquad\lim_{t\to\infty}u(t)=-\infty$

7. $S_H^T=\dfrac{dT}{dH}\cdot\dfrac{H}{T}=\dfrac{d}{dH}\left(\dfrac{P}{1+PH}\right)\cdot\dfrac{H}{T}=\dfrac{-P}{(1+PH)^2}\cdot P\cdot\dfrac{H}{\dfrac{P}{1+PH}}=\dfrac{-PH}{1+PH}=\dfrac{-L}{1+L}$

S_H^T azt mutatja meg, hogy $H(s)$ változása milyen mértékben vonja maga után $T(s)$ megváltozását.

8. A ρ_m modulus tartalék a $-1+j0$ pont és a Nyquist diagram távolsága.

$\rho_m=\min_\omega\left|1+L(j\omega)\right|=\dfrac{1}{\max_\omega\left|S(j\omega)\right|}$