Vizsgazárthelyi

A2 2012. június 7.

1. Adja meg az alábbi $\mathbf{R}^3$-beli vektorok által kifeszített altér egy bázisát és ezen négy vektor oszlopvektorait (azaz koordináta-vektorait) ebben a bázisban!

$$v_1 = (1,1,2),\ v_2 = (-1,0,-1),\ v_3 = (1,2,3),\ v_4 = (2,-1,1)$$

2. Legyen $\mathbf{R}^2$ szokásos bázisa $e = (i,j)$ $(i = (1,0)\,,\ j = (0,1))$ és legyen $f = (i+j, i-j)$. Határozza meg $\mathbf{R}^2$-en az $y = -x$ egyenesre való tükrözés operátorának mátrixát az f bázisban kétféleképpen: közvetlenül és az e bázisbeli mátrixából az áttérés mátrixának segítségével!

3. Határozza meg az f globális szélsőértékhelyeit és szélsőértékeit a T tartományon, ahol

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 3,\ 0 \le y \le 2\}$$

és $f(x,y) = 2x + 3y + 4x^2y^2$ minden $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ esetén.

4. Konvergens-e ill. abszolút konvergens-e a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1+\sin\frac{1}{n}}{n}$.

5. Hol konvergens és hol egyenletesen konvergens az $f_n(x) = \dfrac{n^2x}{1+n^2}$ függvénysorozat?

6.

(a) Igaz-e, hogy

(a1) véges dimenziós lineáris tér minden generátorrendszerének ugyanannyi eleme van,

(a2) véges dimenziós lineáris tér minden lineárisan független vektorrendszerének ugyanannyi eleme van.

(b) Legyen f tetszőleges kétváltozós függvény és H a sík tetszőleges zárt mérhető részhalmaza. Igaz-e, hogy

(b1) ha f folytonos H-n, akkor integrálható is itt,

(b2) ha f nem folytonos H-n, akkor nem integrálható itt.

(c) Van-e olyan hatványsor, amely

(c1) egyetlen pontban sem konvergens,

(c2) csak egyetlen pontban konvergens.