Jelek és rendszerek 2. (VIHVAB01)

2. HÁZI FELADAT:

Diszkrét idejű hálózatok vizsgálata idő- és frekvenciatartományban

kiadva: 2018. szeptember

Lőz Dávid (HM1L6O)

Megjegyzések: *Le kell töltenie a feladatlapot (a hálózat és a gerjesztőjel adataival együtt), továbbá a hálózat ábráját, és ezeket a megoldással együtt írásban kell benyújtani. Ha javítás, illetve részfeladat külön beadása miatt többször adja be a házi feladatot, minden alkalommal az előző részeket is* ***és a feladatlapot is be kell adni****. Ügyeljen az áttekinthető és világos külalakra! A teljes megoldást minden esetben részletesen le kell írni,* ***nem elegendő a végeredményeket közölni****! A numerikus számításokra és az ábrák elkészítésére természetesen alkalmazhat számítógépi programokat (MATLAB, DERIVE stb.), de* ***a megoldás elvi lépéseit*** *ekkor is* ***részletesen*** *ismertetni kell.*

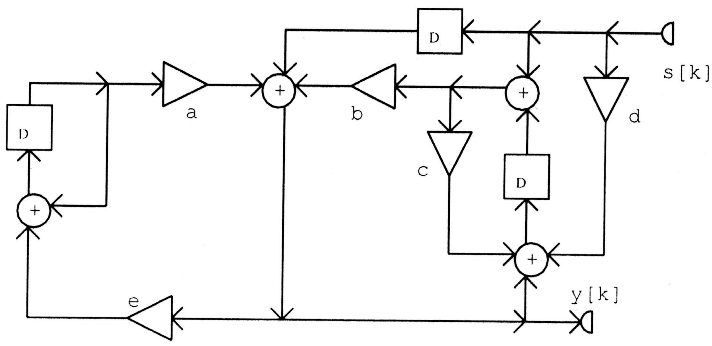
	1. alpont	2. alpont	3. alpont	4. alpont	5. alpont	6. alpont	$\sum$	Javító
1. feladat	/ 0,5	/ 0,4	/ 0,4	/ 0,2	–	–	/ 1,5	HB
2. feladat	/ 0,8	/ 0,6	/ 0,6	/ 0,4	/ 0,4	/ 0,7	/ 3,5	
							5 / 5*	

Gyakorlatvezető neve:

Javító véleménye:

A házi feladat egyes pontjai az alábbi hálózatra vonatkoznak. A paraméterek az ábra alatti táblázatokból határozandók meg: a táblázatok **2.** sora vonatkozik erre a házi feladatra.

20.



Erősítések

a	b	c	d	e
0,9	0,5	-1	-1	-1
-0,8	-0,9	-0,5	0,9	0,8
0,9	0,5	0,4	0,5	-0,7
-0,8	-0,6	0,6	-1	0,5
0,6	0,9	0,8	-1	-0,8
-0,5	0,6	-0,8	-1	2,5
0,5	0,4	2	0,9	4
-0,5	-0,4	0,9	0,5	-2
0,6	-0,6	0,5	-1	0,8
-0,4	0,6	0,5	-1	0,5

1.4.

F	G	p
2,5	-1	0,9
-2,5	1,5	-0,9
-1	0,7	0,85
1,5	0,9	-0,85
-2,2	1,4	0,8
-2,5	0,8	-0,8
1	-1,2	0,75
-2	1,5	-0,75
2,5	-3	0,7
-2	-2,3	-0,7

2.2.

S	ϑ_0	ρ
1,5	$0,12\pi$	$\pi/6$
5	$0,2\pi$	$\pi/7$
4,5	$\pi/11$	$0,2\pi$
20	$\pi/20$	$\pi/4$
15	$\pi/16$	$\pi/5$
11	$\pi/12$	$-\pi/3$
15	$\pi/18$	$\pi/7$
20	$0,19\pi$	$-\pi/3$
17	$0,11\pi$	$\pi/3$
3	$0,25\pi$	$\pi/4$

2.3. s[k] értékei

k	0	1	2	3	4	5
	10	2	4	7	5	-1
	-5	1	1	-2	4	2
	-8	-3	5	8	0	8
	1	4	0	-1	1	-3
	5	1	-2	-2	7	-4
	-3	2	-2	5	5	5
	10	3	-4	2	-5	4
	-1	2	-3	3	5	5
	7	5	-3	-5	4	-2
	5	6	-2	1	-2	5

1. feladat: Vizsgálat az időtartományban

1.1 Határozza meg az ábrán vázolt diszkrét idejű hálózat állapotváltozós leírásának normálalakját!

1.2 Határozza meg a sajátértékeket! Döntse el, hogy stabilis-e a hálózat! Ha nem stabilis, változtasson meg erősítést (esetleg többet) úgy, hogy a hálózat stabilis legyen, majd oldja meg újra az 1.1 feladatot! A hálózaton végzett módosítással nem csökkentheti a hálózat rendjét, nem teheti triviálissá a hálózatot, és nem vehet fel további komponenst! Minden további feladatot az így stabilissá tett hálózaton végezzen el!

1.3 Az állapotváltozós leírás ismeretében számítsa ki (pl. fokozatos behelyettesítéssel) és ábrázolja az impulzusválaszt a $k = 0, 1, 2, \ldots, 10$ ütemre! Ha a megoldáshoz programot készít, annak vázlatát is mellékelje!

1.4 A hálózat gerjesztése : $s[k] = \varepsilon[k](F + G \cdot p^k)$. Határozza meg a választ az impulzusválasz ismeretében a $k = 0, 1, \ldots, 5$ értékekre!

1.5 (Nem kötelező). Ellenőrizze a 2.1 és a 2.2 pont eredményeit (pl. a Ptolemy II v. ANDI programmal)!

2. feladat: Vizsgálat a frekvenciatartományban

2.1 Határozza meg a hálózat átviteli karakterisztikáját normálalakban a hálózatra felírt frekvenciatartománybeli egyenletek alapján! Adja meg és ábrázolja az amplitúdókarakterisztikát a $(-2\pi, 2\pi)$ tartományon!

2.2 Az $s[k] = S \cdot \cos(\vartheta_0 k + \rho)$ gerjesztőjel esetére határozza meg a válasz gerjesztett összetevőjének időfüggvényét! ?brázolja az $s[k]$ és az $y_g[k]$ jeleket a $k = 0, 1, 2, \ldots, 10$ értékekre! Vizsgálja meg, hogy periodikusak-e a jelek, és ha igen, adja meg a periódust! Mi a feltétele annak, hogy az $y_g[k]$ jelnek legyen fizikai tartalma?

2.3 Egy 6 periódusú és $s[k]$ gerjesztőjel egy periódusának értékei a mellékelt táblázatban adottak. Határozza meg ezen gerjesztőjel Fourier-sorának valós és komplex alakját, és ellenőrizze, hogy a Fourier-sorral számított értékek valóban az adott $s[k]$ értékeket szolgáltatják!

2.4 Határozza meg a fenti periodikus gerjesztéshez tartozó válasz gerjesztett összetevőjének valós alakú Fourier-sorát, adja meg és ábrázolja egy periódusának értékeit!

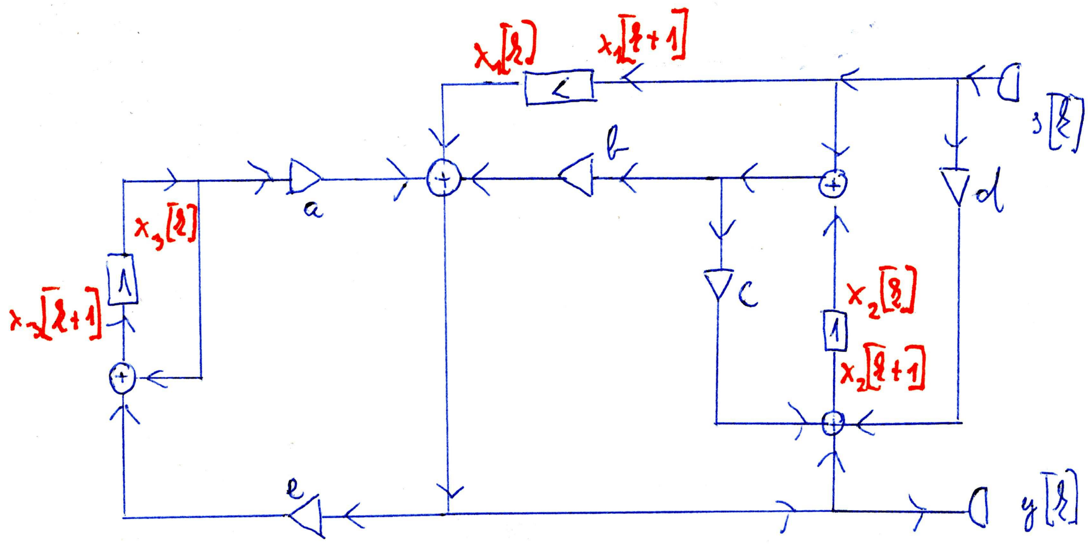
2.5 Az 1.3-ban kiszámított impulzusválasz Fourier-transzformálásával határozza meg az impulzusválasz komplex spektrumát, és hozza azt polinom/polinom alakra! Vesse az eredményt össze 2.1 eredményével!

2.6 Az átviteli karakterisztika ismeretében írja fel a hálózat rendszeregyenletét! A rendszeregyenlet megoldásával határozza meg a rendszer impulzusválaszának *formuláját*, és ezt vesse össze az 1.3. pontban kapott numerikus értékekkel!

2.7 (Nem kötelező) Ellenőrizze a 2.1 és a 2.2 pont eredményeit (pl. a Ptolemy II v. ANDI programmal)!

LŐZ DÁVID
HM1L6O

1.1



$$x_1[k+1] = s[k]$$

$$\cancel{x_2[k+1] = d+c+b}$$

$$x_2[k+1] = x_1[k] + [c+b]\, x_2[k] + a\cdot x_3[k] + (d+c+b)\, s[k]$$

$$x_3[k+1] = e\cdot x_1[k] + (b\cdot e)\, x_2[k] + (1+a\cdot e)\, x_3[k] + (b\cdot e)\, s[k]$$

$$y[k] = x_1[k] + b\cdot x_2[k] + a\cdot x_3[k] + b\cdot s[k]$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & c+b & a \\ e & b\cdot e & 1+a\cdot e \end{bmatrix} \qquad \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ b+c+d \\ b\cdot e \end{bmatrix}$$

$$\underline{C}^T = \begin{bmatrix} 1 & b & a \end{bmatrix} \qquad D = b$$

1.2

Sajátértékek meghatározása: $\det(\underline{A} - \lambda \underline{E}) = \emptyset$

A MATLAB-ot hívom segítségül, azaz "eig()" parancsot, amely az $\underline{A}$ mátrix megadása után az alábbi sajátértékek adódtak:

$$\lambda_1 = \emptyset$$
$$\lambda_2 = 0{,}6421$$
$$\lambda_3 = -1{,}6821$$

LŐZ DÁV
HM1L6

Az aszimptotikus stabilitás $|\lambda_i| < 1$ feltétele nem teljesül.

Ezt „c" (-1)-el történő szorzásával ki lehet küszöbölni.

$a = -0,8$

$b = -0,9$

$c = 0,5$

$d = 0,9$

$e = 0,8$

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -0,4 & -0,8 \\ 0,8 & -0,72 & 0,36 \end{bmatrix}$$

MATLAB „eig()" parancsával a sajátértékek:

$\lambda_1 = 0$

$\lambda_2 = -0,9688$

$\lambda_3 = 0,8288$

Így most már teljesül a $|\lambda_i| < 1$, tehát a módosított értékekkel felírva:

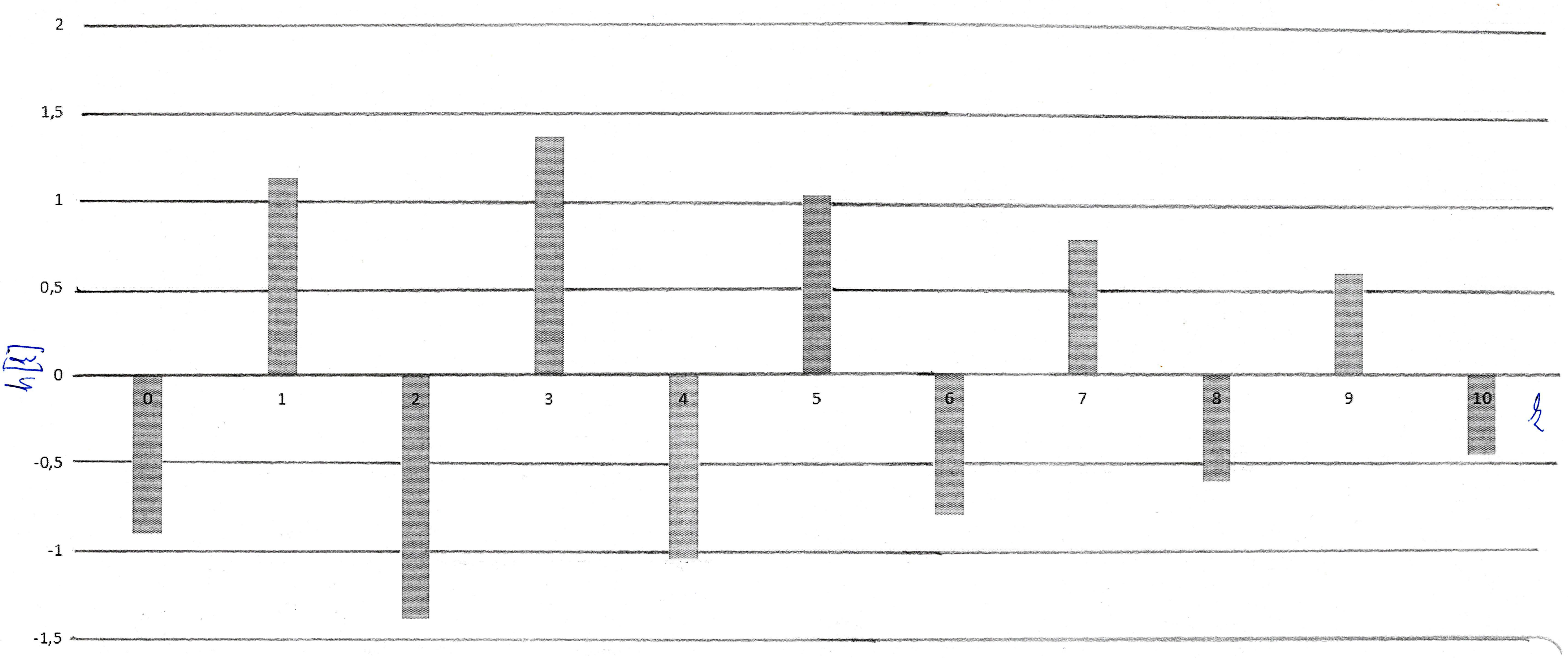
$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -0,4 & -0,8 \\ 0,8 & -0,72 & 0,36 \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,5 \\ -0,72 \end{bmatrix} \quad \underline{C}^T = \begin{bmatrix} 1 & -0,9 & -0,8 \end{bmatrix}$$

$$D = -0,9$$

1.3 Az impulzusválasz meghatározása lépésről lépésre módszerrel, az állapotváltozós leírásból:

k	$s[k]=\delta[k]$	$x_1[k]$	$x_2[k]$	$x_3[k]$	$y[k]=h[k]$
-1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	-0,9
1	0	1	0,5	-0,72	1,126
2	0	0	1,376	0,181	-1,383
3	0	0	-0,695	-0,926	1,366
4	0	0	1,019	0,167	-1,050
5	0	0	-0,541	-0,673	1,026
6	0	0	0,755	0,147	-0,797
7	0	0	-0,420	-0,491	0,770
8	0	0	0,560	0,126	-0,605
9	0	0	-0,325	-0,358	0,579
10	0	0	0,416	0,105	-0,459

Impulzusválasz



1.4 LŐZ DÁVI[illegible]
HM1L60

$$s[k] = \varepsilon[k]\left(7 + 6 \cdot p^k\right)$$

$$s[k] = \varepsilon[k]\left(-2{,}5 + 1{,}5\,(-0{,}9)^k\right)$$

Diszkrét konvolúció: $y[k] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} s[i] \cdot h[k-i]$

Mivel a jel belépő és a rendszer kauzális: $y[k] = \sum_{i=0}^{k} s[i] \cdot h[k-i]$

k	$s[k]$	$h[k]$	$y[k]$
0	−1	−0,9	0,9
1	−3,85	1,126	2,339
2	−1,285	−1,383	−1,796
3	−3,594	1,366	5,746
4	−1,516	−1,05	−5,114
5	−3,386	1,026	7,573

A jobb áttekinthetőség miatt az értékeket táblázatba foglaltam.

$y[0] = s[0] \cdot h[0] = 0{,}9$

$y[1] = s[0] \cdot h[1] + s[1]\,h[0] = 2{,}339$

$y[2] = s[0] \cdot h[2] + s[1] \cdot h[1] + s[2] \cdot h[0] = -1{,}796$

$y[3] = s[0] \cdot h[3] + s[1] \cdot h[2] + s[2] \cdot h[1] + s[3]\,h[0] = 5{,}746$

$y[4] = s[0] \cdot h[4] + s[1] \cdot h[3] + s[2] \cdot h[2] + s[3] \cdot h[1] + s[4] \cdot h[0] = -5{,}114$

$y[5] = s[0] \cdot h[5] + s[1] \cdot h[4] + s[2] \cdot h[3] + s[3] \cdot h[2] + s[4] \cdot h[1] + s[5] \cdot h[0] = 7{,}5783$

$\boxed{2.1}$

LŐZ DÁV
HM1L6C

Az állapotváltozós leírás átírva frekvenciatartományra:

$$\bar{X}_1 e^{j\vartheta} = \bar{S}$$

$$\bar{X}_2 e^{j\vartheta} = \bar{X}_1 - 0{,}4\bar{X}_2 - 0{,}8\bar{X}_3 + 0{,}5\bar{S}$$

$$\bar{X}_3 e^{j\vartheta} = 0{,}8\bar{X}_1 - 0{,}72\bar{X}_2 + 0{,}36\bar{X}_3 - 0{,}72\bar{S}$$

$$\bar{Y} = \bar{X}_1 - 0{,}9\bar{X}_2 - 0{,}8\bar{X}_3 - 0{,}9\bar{S}$$

Ebből $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3$-t kiküszöbölve megkapjuk az átviteli karakterisztikát

MATLAB-bal:

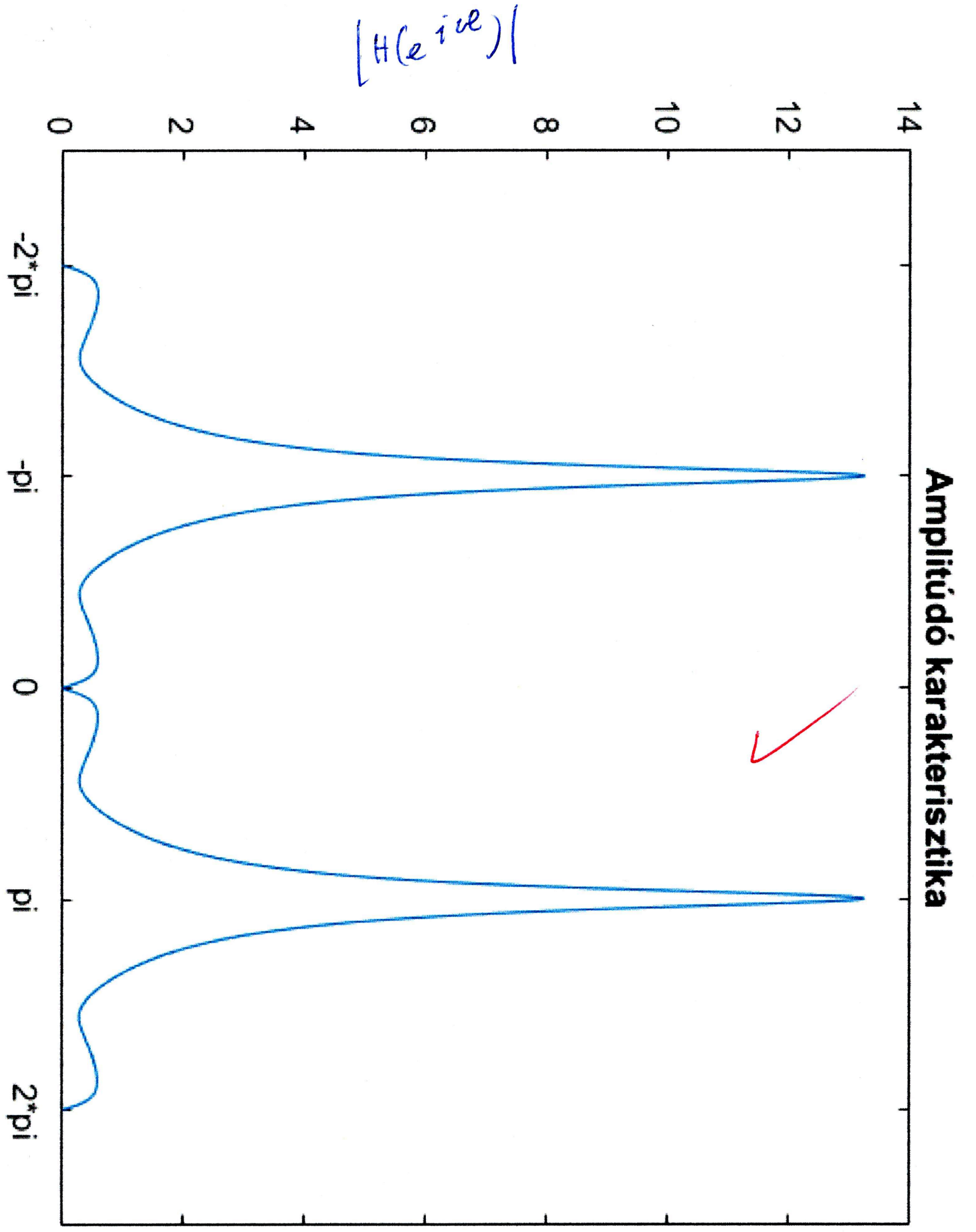
```
>> [szam, nev] = ss2tf(A,B,C,D)
     szam = -0,9   1,09   -0,69   0,5
     nev  =  1     0,04   -0,72   0
```

Az "ss2tf" függvény két vektort ad vissza, melyek az átviteli függvény együtthatóit tartalmazzák z hatványai szerinti csökkenő sorrendben (z^0-al kezdődően). Mivel a hálózat GV-stabilis ezért az átviteli függvény megegyezik az átviteli karakterisztikával, z helyett azonban $e^{j\vartheta}$ írandó. Ezek alapján az átviteli karakterisztika:

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{-0{,}9 + 1{,}09e^{-j\vartheta} - 0{,}69e^{-j2\vartheta} + 0{,}5e^{-j3\vartheta}}{1 + 0{,}04e^{-j\vartheta} - 0{,}72e^{-j2\vartheta}}$$

Az amplitúdó karakterisztika az átviteli karakterisztika abszolút értéke. Alakja a $(-2\pi, 2\pi)$ intervallumon az alábbi:

LŐZ DÁV
HM1L6C



LÖZ DÁV
HM1L6

2.2

$$s[k] = S\cdot\cos(\vartheta_0 k + \rho)$$

$$s[k] = 5\cdot\cos\left(0{,}2\pi k + \frac{\pi}{7}\right)$$

$$\overline{H}(e^{j\vartheta_0}) = \frac{-0{,}9 + 1{,}09e^{-j0{,}2\pi} - 0{,}69e^{-j\cdot 2\cdot 0{,}2\pi} + 0{,}5\cdot e^{-j\cdot 3\cdot 0{,}2\pi}}{1 + 0{,}04e^{-j0{,}2\pi} - 0{,}72e^{-j\cdot 2\cdot 0{,}2\pi}} =$$

$$= 0{,}6027\cdot e^{j2{,}832}$$

$$\overline{Y}_{\vartheta_0} = \overline{H}_{\vartheta_0}\cdot\overline{S}_{\vartheta_0} = 0{,}6027\cdot e^{j2{,}832}\cdot 5\cdot e^{j\frac{\pi}{7}} = 3{,}0133\cdot e^{-j3{,}0023}$$

Innen a gerjesztett összetevő:

$$y_g[k] = 3{,}0133\cdot\cos(k\cdot 0{,}2\pi - 3{,}0023) =$$

$$= 3{,}0133\cdot\cos(k\cdot 36^\circ - 172{,}019^\circ)$$

Az $y_g[k]$ jelnek csak akkor van fizikai tartalma, ha a rendszer GV stabilis, ez teljesül.

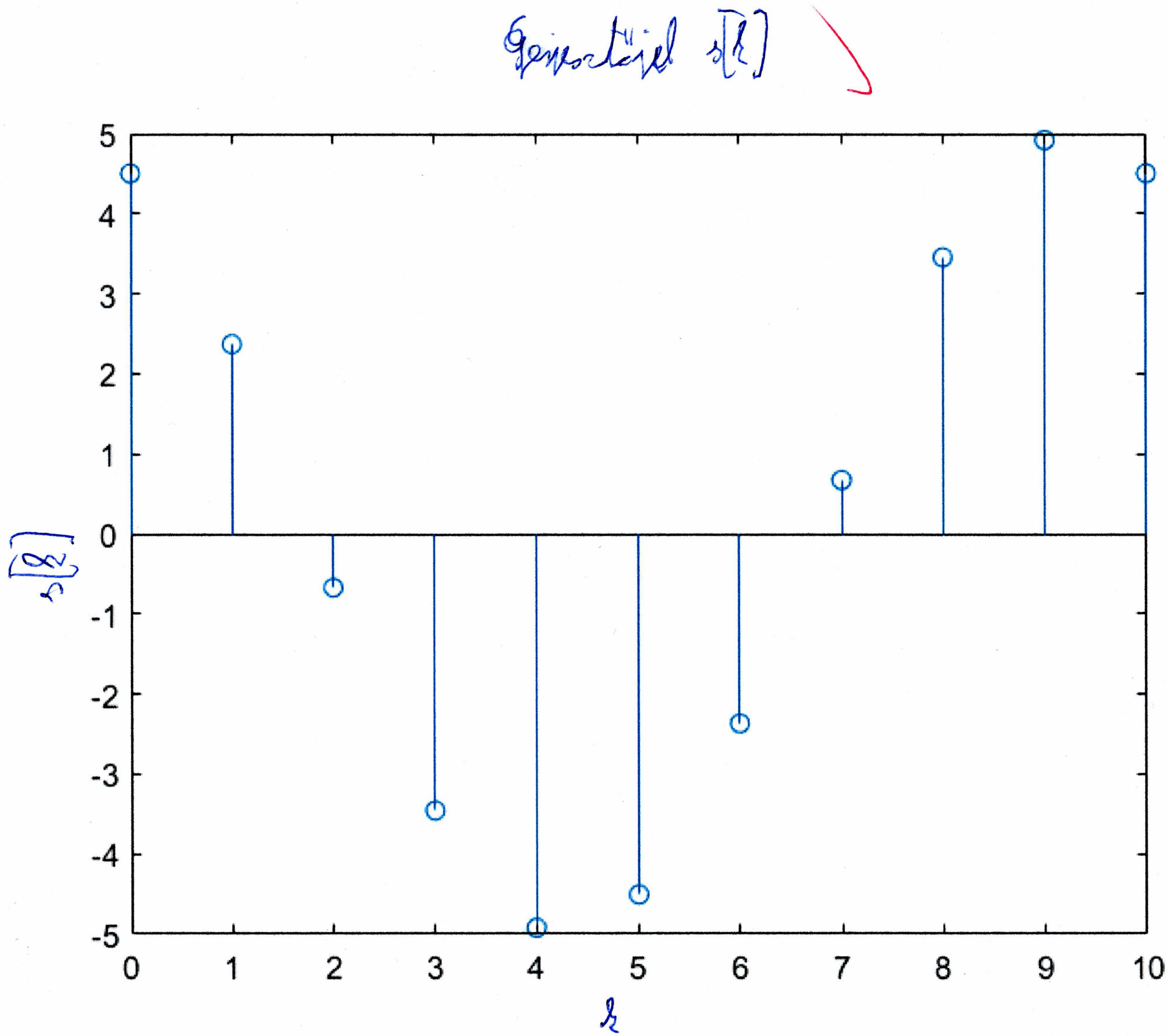
Periodikus jeleknél: $\vartheta = 2\pi\frac{M}{L}$, $M, L \in \mathbb{Z} \Rightarrow L$ a periódusidő

$$\frac{2\pi}{10} = 2\pi\frac{M}{L}$$

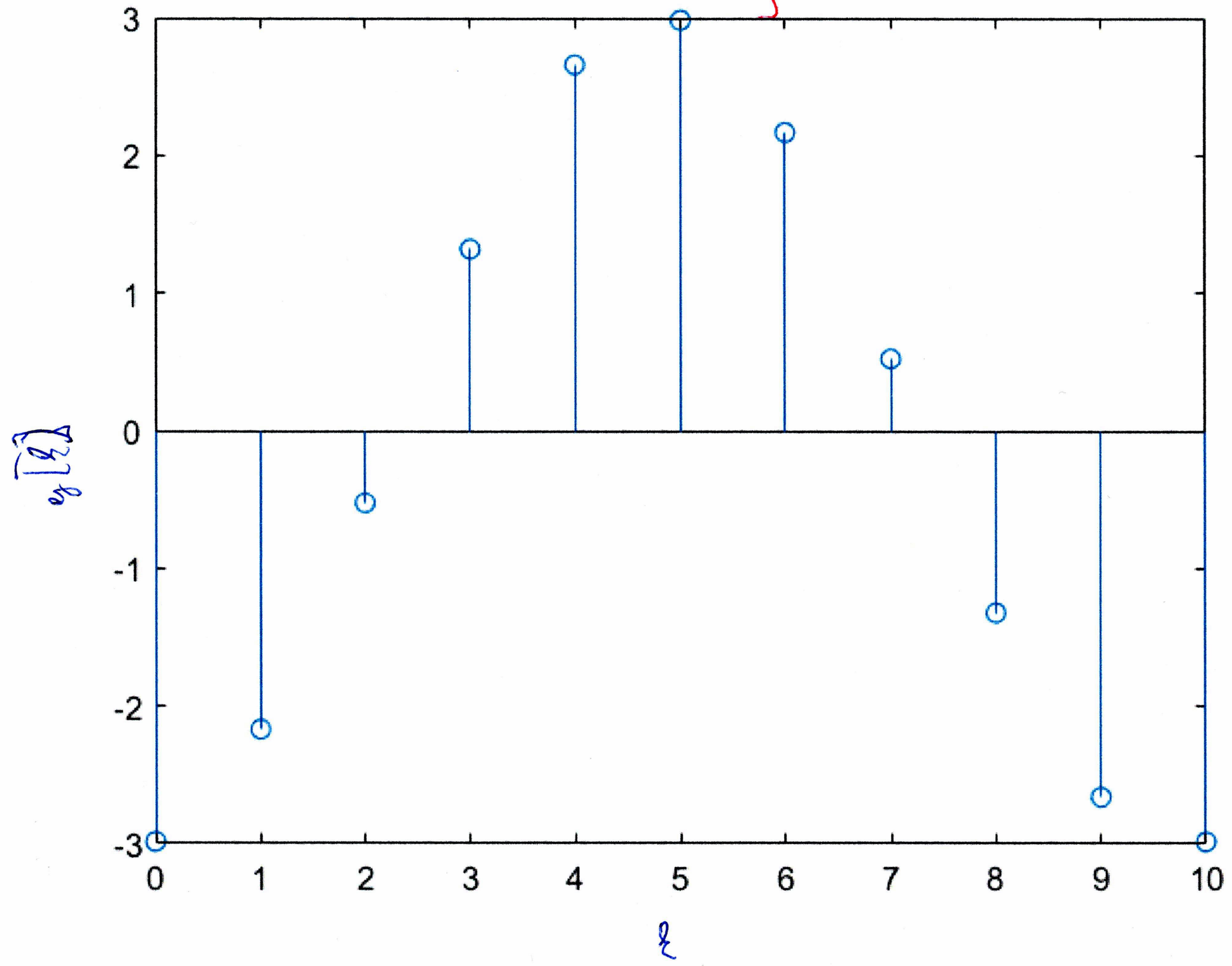
$$\frac{1}{10} = \frac{M}{L} \rightarrow L = 10$$

Ábrázolás ~~mat~~ MATLAB-al:

```
>> k = 0:10
>> s = 5*cos(0,2π·k + π/7);
>> y = 3,0133·cos(k·0,2π - 3,0023);
>> stem(k, s);
>> stem(k, y);
```


Geinschäjel s[k]
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
s[k]
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
k

Gerjesztett válasz y[k]



$\boxed{2.3}$

LÖZ DA
HM1L

$L = 6$

$\vartheta_0 = \frac{2\pi}{L} = \frac{\pi}{3}$

ℓ	0	1	2	3	4	5
$s[\ell]$	-5	1	1	-2	4	2

$$S_p^C = \frac{1}{L}\sum_{\ell=0}^{L-1} s[\ell]\cdot e^{-jp\vartheta_0 \ell}$$

$$S_0^C = \frac{1}{6}\left(-5+1+1-2+4+2\right) = \frac{1}{6}$$

$$S_1^C = \frac{1}{6}\left(-5+1\cdot e^{-j1\cdot1\cdot\frac{\pi}{3}}+1\cdot e^{-j1\cdot2\cdot\frac{\pi}{3}}-2\cdot e^{-j1\cdot3\cdot\frac{\pi}{3}}+4\cdot e^{-j1\cdot4\cdot\frac{\pi}{3}}+2\cdot e^{-j\cdot1\cdot5\frac{\pi}{3}}\right)$$
$$= 0{,}88\cdot e^{2{,}4279j}$$

$$S_2^C = \frac{1}{6}\left(-5+1\cdot e^{-j2\cdot1\cdot\frac{\pi}{3}}+1\cdot e^{-j2\cdot2\frac{\pi}{3}}-2e^{-j2\cdot3\frac{\pi}{3}}+4\cdot e^{-j\cdot2\cdot4\cdot\frac{\pi}{3}}+2\cdot e^{-j\cdot2\cdot5\cdot\frac{\pi}{3}}\right)=$$
$$= 1{,}8559\cdot e^{-2{,}9854j}$$

$$S_3^C = \frac{1}{6}\left(-5+1\cdot e^{-j\cdot3\cdot1\cdot\frac{\pi}{3}}+1\cdot e^{-j\cdot3\cdot2\cdot\frac{\pi}{3}}-2\cdot e^{-j\cdot3\cdot3\cdot\frac{\pi}{3}}+4\cdot e^{-j\cdot3\cdot4\cdot\frac{\pi}{3}}+2\cdot e^{-j\cdot3\cdot5\cdot\frac{\pi}{3}}\right)=$$
$$= \frac{1}{6}e^{j\pi}$$

$$S_4^C = \frac{1}{6}\left(-5+1\cdot e^{-j\cdot4\cdot1\cdot\frac{\pi}{3}}+1\cdot e^{-j\cdot4\cdot2\cdot\frac{\pi}{3}}\underset{-2}{\cancel{+1}}\cdot e^{-j\cdot4\cdot3\frac{\pi}{3}}\underset{4}{\cancel{+4}}\cdot e^{-j\cdot4\cdot\cancel{8}\cdot\frac{\pi}{3}}+\overset{2}{\cancel{4}}\cdot e^{-j4\cdot5\frac{\pi}{3}}\right)$$
$$= 1{,}8559\cdot e^{2{,}9854j}$$

$$S_5^C = \frac{1}{6}\left(-5+1\cdot e^{-j\cdot5\cdot1\cdot\frac{\pi}{3}}+1\cdot e^{-j\cdot5\cdot2\cdot\frac{\pi}{3}}-2\cdot e^{-j\cdot5\cdot3\frac{\pi}{3}}+4\cdot e^{-j\cdot5\cdot4\frac{\pi}{3}}+2\cdot e^{-j\cdot5\cdot5\cdot\frac{\pi}{3}}\right)=$$
$$= 0{,}88\cdot e^{-2{,}4279j}$$

Komplex alak: ~~$s[\ell] = \frac{1}{6}+0{,}88\,e^{2{,}4279j}+1{,}8559\cdot e^{-2{,}9854j}$~~ +

$$s[\ell] = \frac{1}{6}+0{,}88\cdot e^{\left(\frac{\pi}{3}\ell+2{,}4279\right)j}+1{,}8559\cdot e^{j\left(\frac{\pi}{3}\cdot2\ell-2{,}9854\right)}+\frac{1}{6}e^{j\pi\ell}+1{,}8559\cdot e^{j\left(\frac{\pi}{3}\cdot4\ell+2{,}9854\right)}+$$
$$+0{,}88\cdot e^{j\left(\frac{\pi}{3}\cdot5\cdot\ell-2{,}4279\right)}$$

Valós alak:

$$s[\ell] = \frac{1}{6}+0{,}88\cdot\cos\left(\frac{\pi}{3}\ell+2{,}4279\right)+1{,}8559\cos\left(\frac{\pi}{3}2\ell-2{,}9854\right)+\frac{1}{6}\cos(\pi\ell)+1{,}8559\cos\left(\frac{\pi}{3}4\ell+2{,}9854\right)+0{,}88\cos\left(\frac{\pi}{3}5\ell-2{,}42\ldots\right)$$

$s[0] = -5$ $\quad$ $s[3] = -2$ $\quad$ MATLAB-al ellenőriztem

$s[1] = 1$ $\quad$ $s[4] = 4$

$s[2] = 1$ $\quad$ $s[5] = 2$

2.4

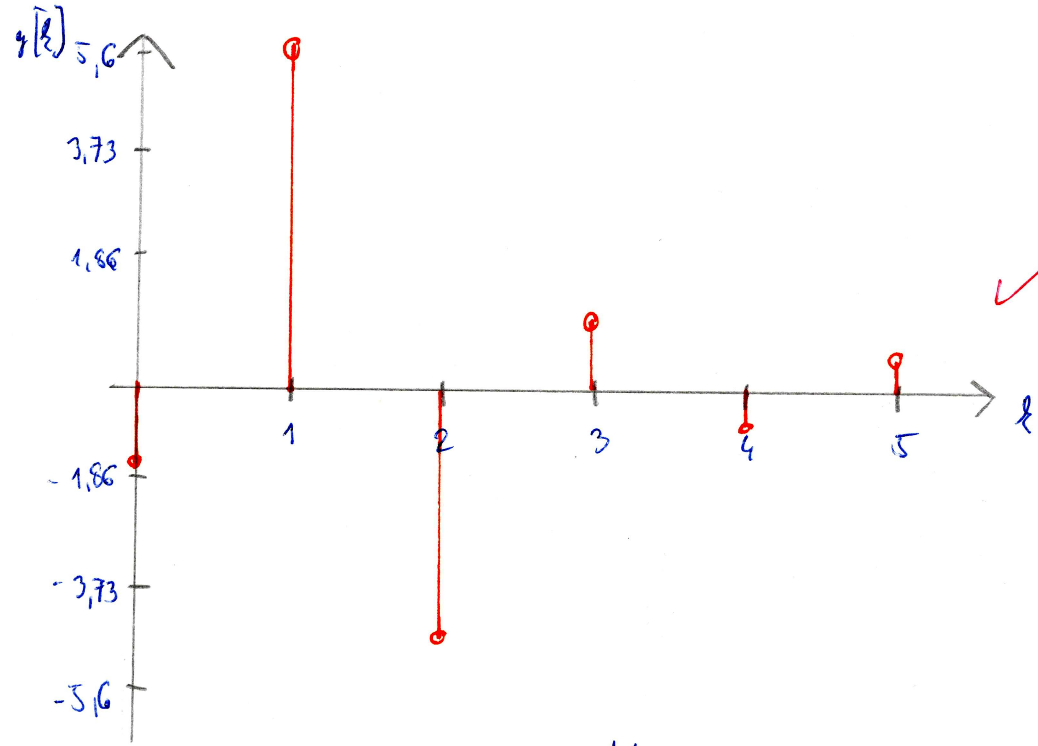
LÖZ DÁVI[D]
HM1L60

$$s[k] = \frac{1}{6} + 0{,}88 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}k + 2{,}4279\right) + 1{,}8559\cos\left(\frac{\pi}{3}\cdot 2k - 2{,}9854\right) + \frac{1}{6}\cos(\pi k) + 1{,}8559\cos\left(\frac{\pi}{3}4k + 2{,}9854\right) + 0{,}88 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}5k - 2{,}42\ldots\right)$$

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{-0{,}9 + 1{,}09e^{-j\vartheta} - 0{,}69e^{-j2\vartheta} + 0{,}5e^{-j3\vartheta}}{1 + 0{,}04e^{-j\vartheta} - 0{,}72e^{-j2\vartheta}}$$

ϑ	S	$H(e^{j\vartheta})$	Y
0	$\frac{1}{6}$	0	0
$\frac{\pi}{3}$	$0{,}88 \cdot e^{2{,}4279j}$	$0{,}4109 \cdot e^{2{,}9483j}$	$0{,}3616 \cdot e^{-0{,}907j}$
$\frac{2\pi}{3}$	$1{,}8559 \cdot e^{-2{,}9854j}$	$1{,}108 \cdot e^{1{,}4854j}$	$2{,}0564 \cdot e^{-1{,}5j}$
π	$\frac{1}{6}$	$13{,}25$	$2{,}2083$
$\frac{4\pi}{3}$	$1{,}8559 \cdot e^{2{,}9854j}$	$1{,}108 \cdot e^{-1{,}4854j}$	$0{,}9751 \cdot e^{2{,}3699j}$
$\frac{5\pi}{3}$	$0{,}88 \cdot e^{-2{,}4279j}$	$0{,}4109 \cdot e^{-2{,}9483j}$	$0{,}7626 \cdot e^{0{,}0371j}$

$$y[k] = 0{,}3616\cos\left(\frac{\pi}{3}k - 0{,}907\right) + 2{,}0564\left(\frac{2\pi}{3}k - 1{,}5\right) + 2{,}2083\cos(k\pi) + 0{,}9751\left(\frac{4\pi}{3}k + 2{,}3\ldots\right)$$
$$+ 0{,}7626\left(\frac{\pi}{3}\cdot 5k + 0{,}03\ldots\right)$$



$y[0] = -1{,}7768$
$y[1] = 5{,}6139$
$y[2] = -4{,}5182$
$y[3] = 0{,}6701$
$y[4] = -0{,}33$
$y[5] = 0{,}341$

2.5

LÖZ DÁV
HM1L60

$$h[k] = h[0]\delta[k] + h[1]\delta[k-1] + \varepsilon[k-2]\left(M_1\lambda_1^{k-2} + M_2\lambda_2^{k-2} + M_3\lambda_3^{k-2}\right)$$

$\lambda_1 = 0{,}8288$

$\lambda_2 = -0{,}8688$

$\lambda_3 = 0$

$$\left.\begin{aligned} h[2] &= M_1 + M_2 = -1{,}383 \\ h[3] &= 0{,}8288 M_1 - 0{,}8688 M_2 = 1{,}366 \end{aligned}\right\} M_1 = -1{,}383 - M_2$$

$$-1{,}146 - 0{,}8288 M_2 - 0{,}8688 M_2 = 1{,}366$$

$$-1{,}6976 M_2 = 2{,}512$$

$$M_2 = -1{,}4797$$

$$M_1 = 0{,}0967$$

$$h[k] = -0{,}9\delta[k] + 1{,}126\delta[k-1] + \varepsilon[k-2]\left(0{,}0967(0{,}8288)^{k-2} - 1{,}4797(-0{,}8688)^{k-2}\right)$$

A Fourier-transzformáció tételeit alkalmazva:

$$\mathcal{F}\{h[k]\} = -0{,}9 + 1{,}126 \cdot e^{-j\vartheta} + 0{,}0967 \cdot \frac{1}{1-0{,}8288e^{-j\vartheta}} \cdot e^{-j2\vartheta} - 1{,}4797\frac{1}{1+0{,}8688e^{-j\vartheta}} \cdot e^{-j2\vartheta}$$

$$= -0{,}9 + 1{,}126e^{-j\vartheta} + \frac{0{,}0967e^{-j2\vartheta}}{1-0{,}8288e^{-j\vartheta}} - \frac{1{,}4797e^{-j2\vartheta}}{1+0{,}8688e^{-j\vartheta}}$$

Ezt közös nevezőre hozva, az átviteli karakterisztika:

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{-0{,}9 + 1{,}09e^{-j\vartheta} - 0{,}6899e^{-j2\vartheta} + 0{,}499e^{-j3\vartheta}}{1 + 0{,}04e^{-j\vartheta} - 0{,}72e^{-j2\vartheta}}$$

$\boxed{2.6}$

Lőz Dávid
HM1L60

(2.5→) $$H(e^{j\vartheta}) = \frac{-0,9+1,09e^{-j\vartheta}-0,69e^{-j2\vartheta}+0,5e^{-j3\vartheta}}{1+0,04e^{-j\vartheta}-0,72e^{-j2\vartheta}} = \frac{Y}{S}$$

$$-0,9\cdot S+1,09\cdot S\cdot e^{-j\vartheta}-0,69\cdot S\cdot e^{-j2\vartheta}+0,5\cdot S\cdot e^{-j3\vartheta} =$$

$$= 1Y+0,04\cdot Y\cdot e^{-j\vartheta}-0,72\cdot Y\cdot e^{-j2\vartheta}$$

$X e^{-jk_0\vartheta} \rightarrow x[k-k_0]$ eltolás, ezért frekvenciatartományból áttérhetünk időtartományba:

$$-0,9\,s[k]+1,09\,s[k-1]-0,69\,s[k-2]+0,5\,s[k-3] = y[k]+0,04\,y[k-1]-0,72\,y[k-2]$$

Impulzusválasz számítása rendszeregyenletből:

$$0=\lambda^2+0,04\lambda-0,72 \rightarrow \lambda_1 = 0,8288$$
$$\rightarrow \lambda_2 = -0,8688$$

Innentől az impulzusválasz számítása megegyezik a 2.5 elején tárgyaltakkal:

$$h[k] = -0,9\,\delta[k]+1,126\,\delta[k-1]+\varepsilon[k-2]\left(0,0967(0,8288)^{k-2}-1,4797(-0,8688)^{k-2}\right)$$

Numerikusan ugyanazokat az értéket kapjuk mint az 1.3-as feladatban.