

Algoritmusok és gráfok
TIZEDIK HETI GYAKORLAT, 2018. november 9.

1. Adott a G irányított gráf a következő éllistával : **a**:b,c,d; **b**:e; **c**:e,f; **d**:e,f; **e**:g; **f**:e,g; **g**:-; **h**:f,g, i; **i**: a.
Futassa le az órán tanult DFS algoritmust ezen a gráfon.
 - (a) Milyen sorrendben érjük el a csúcsokat?
 - (b) Mik a csúcsok befejezési számai?
 - (c) Mi a bejáráshoz tartozó DFS erdő?
 - (d) Hogyan ágyazódnak egymásba a $DFS(G, v)$ függvényhívások?

2. Az éllistájával adott alábbi G irányított gráfot járja be mélységi bejárással.
 G : **a**:b,c; **b**:-; **c**:d,e,f; **d**:f,g; **e**:b; **f**:-; **g**:h; **h**:d,b.
 - (a) Milyen sorrendben érjük el a csúcsokat?
 - (b) Mik a csúcsok befejezési számai?
 - (c) Mi a bejáráshoz tartozó DFS fa?
 - (d) Hogyan ágyazódnak egymásba a $DFS(G, v)$ függvényhívások?
 - (e) Mi változna, ha az éllistában **a**:b,c; helyett **a**:c,b; állna?
3.
 - (a) Hogyan zajlik az n pontú irányítatlan teljes gráf (ahol minden pont minden másik ponttal össze van kötve) szélességi bejárása? Hogy néz ki a BFS fa?
 - (b) Hogyan zajlik az n pontú irányítatlan teljes gráf mélységi bejárása? Hogy néz ki a DFS fa?
4. A 6 pontú G gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w . A gráf egy mélységi bejárásánál a csúcsokat x, y, u, v, w, z sorrendben érjük el, a befejezési számok pedig ezek: $x: 6; y: 4; z: 5; u: 3; v: 1; w: 2$. Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélységi feszítőfa éleit. Rekonstruálható-e G ezen adatok ismeretében?
5. Legyen G egy irányítatlan összefüggő gráf. Mivel G irányítatlan és összefüggő, van feszítőfája (esetleg több is) és láttuk, hogy tudunk a gráf éllistas megadását inputként tekintve BFS és a DFS eljárások segítségével is találni feszítőfát a gráfban. Mind a BFS, mind a DFS eljárásban több lehetséges futás van, attól függően, hogy hogyan néz ki az éllista (mi a csúcsok sorrendje, mi a szomszédok sorrendje), ezért több lehetséges BFS és DFS feszítőfát kaphatunk.
Igaz-e, hogy
 - (a) G minden f éléhez van olyan mélységi bejárás, amelynél f szerepel a DFS fában?
 - (b) G minden f éléhez van olyan szélességi bejárás, amelynél f szerepel a BFS fában?
 - (c) G minden F feszítőfájához van olyan mélységi bejárás, amelyben éppen F a kapott DFS fa?
 - (d) G minden F feszítőfájához van olyan szélességi bejárás, amelyben éppen F a kapott BFS fa?
6. Legyen G olyan n csúcsú irányított gráf, amiben ha eltekintünk az élek irányításától, akkor a kapott irányítatlan gráf összefüggő. Mutassa meg, hogy előfordulhat, hogy a csúcsokat pontosan a befejezési számok szerinti növekvő sorrendben járjuk be (vagyis, hogy amelyiket először járjuk be, azt fejezzük be először, amit másodikként járunk be, azt fejezzük be másodszor, stb.).
7. A 6 pontú gráf csúcsait egy mélységi bejárás a, c, f, e, d, b sorrendben járja be, a befejezési számok pedig ezek: $a: 6; b: 5; c: 4; d: 3; e: 2; f: 1$.
 - (a) Lehetséges-e, hogy a gráfban van él f -ből e -be?
 - (b) Lehetséges-e, hogy a gráfban van él d -ből e -be?
8. Egy irányított n csúcsú gráfban a csúcsoknak három diszjunkt részhalmaza van kijelölve: A, B és C . Adjunk olyan algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben eldönti, hogy van-e a gráfban olyan irányított út ami A -ból indul, átmegy legalább egy B -beli ponton és C -ben végződik. (Az úton lehetnek ismétlődő csúcsok.)