

**1. feladat (17 pont)**

Vezesse le a  $\sin x$  és az  $\arcsin x$  deriváltját!

**2. feladat (16 pont)**

Ismertesse a L'Hospital szabályt! A tanult esetet bizonyítsa be!

Mutasson 2 különböző típusú példát a L'Hospital szabály alkalmazására!

**3. feladat (22 pont)**

a) Definiálja az integrálfüggvényt!

Hogyan szól az integrálszámítás II. alaptétele? A folytonossággal kapcsolatos állítást bizonyítsa be!

$$\int_0^x \ln(1+x^2) dx$$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{0}{3x^2} = ?$

**4. feladat (16 pont)**

a)  $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$  Milyen  $\alpha$ -ra konvergens?

Állítását bizonyítsa be!

b) Konvergens-e az alábbi integrál?

$$\int_0^\infty \frac{\cos^2(x^3 + 1)}{\sqrt{3x}(1+x)^3} dx$$

**5. feladat (13 pont)**

Mondja ki és bizonyítsa be a numerikus sorokra vonatkozó hányados kritériumot!

**6. feladat (16 pont)**

Bizonyítsa be az alábbi tételt:

$$a_n \sim b_n \implies \sqrt[n]{a_n} \sim \sqrt[n]{b_n}$$

Felhasználva a Stirling-formulát ( $n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$ ), keressen az

$$\sqrt[n]{\binom{4n}{n}}$$

számsorozathoz vele aszimptótikusan egyenlő minél egyszerűbb számsorozatot!