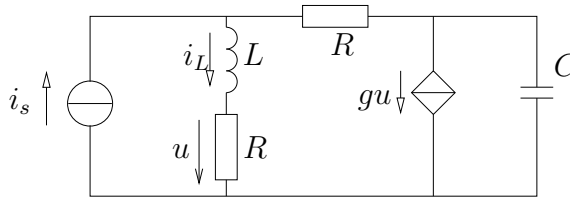


MEGOLDÁSOK

Nagypélda



Az ábrán megadott hálózat által reprezentált rendszer gerjesztése az $i_s(t)$ forrásáram, válasza a bejelölt u_C feszültség.

a) Feltételezzük, hogy a hálózat stabilis. A hálózat alapján adja meg a tekercs áramának és a rendszer válaszáának az állandósult állapotbeli értékét, ha a gerjesztés $i_s = I_0 \varepsilon(t)$! (1 pont)

b) Írja fel a rendszer állapotváltozós leírásának a normálalakját! (3,5 pont)

A paraméterek bizonyos értékei mellett az állapotváltozós leírás (V, mA, ms egységekkel koherens mértékegység-rendszerben) az alábbi egyenletekkel adott:

$$\begin{aligned} u'_C &= -8i_L + 2i_s \\ i'_L &= u_C - 6i_L + 3i_s \\ u &= 3i_L \end{aligned}$$

A továbbiakban számoljon ezekkel az egyenletekkel!

c) Adja meg a rendszer mátrix sajátértékeit, és nyilatkozzon a rendszer stabilitásáról! Állításait indokolja! (1,5 pont)

d) Adja meg az állapotváltozók és a válaszjel értékét $t = +0$ -ban, ha a gerjesztés $i_s(t) = \delta(t)$! (1,5 pont)

e) Adja meg a tekercs áramának és a rendszer válaszáának az állandósult állapotbeli értékét, ha $i_s(t) = [1 \cdot \varepsilon(t)]$ mA! (1,5 pont)

f) Az a) és az e) pontokban kapott eredmények összehasonlítása alapján határozza meg R és g paraméterek értékét! (1 pont)

Megoldás

a) 1. megoldás: Állandó gerjesztés mellett állandósult állapotban a tekercs rövidzárral, a kondenzátor szakadással helyettesíthető, $i_{s,g} = I_0$. Egy csomóponti egyenlet alapján $t > 0$ -ra ($U_g = u(+\infty)$)

$$-I_0 + \frac{U_g}{R} + gU_g = 0,$$

ahonnan

$$U_g = \frac{I_0}{g + 1/R} = \frac{RI_0}{Rg + 1},$$

$$I_{L,g} = \frac{U_g}{R} = \frac{I_0}{Rg + 1}$$

(1 pont)

2. megoldás: a b) alatt kiszámított állapotváltozós leírásban $i'_L = 0$, $u'_C = 0$ behelyettesítésével az egyenletrendszer megoldásával.

A két megoldás közül csak az egyikre adható pont.

b) Legyen a források alsó pólusa a referencia. A kondenzátor feszültsége lefelé irányítva legyen u_C . Ekkor a kondenzátor felső pólusának potenciálja szintén u_C , a független forrás felső pólusának potenciálja Ri_L . A csomóponti egyenletek:

$$-i_s + i_L + \frac{Li'_L + Ri_L - u_C}{R} = 0$$

$$\frac{u_C - Li'_L - Ri_L}{R} + gu + Cu'_C = 0.$$

(2 pont)

Az állapotváltozós leírás normálalakja:

$$u'_C = -\frac{1 + gR}{C}i_L + \frac{1}{C}i_s,$$

$$i'_L = \frac{1}{L}u_C - \frac{2R}{L}i_L + \frac{R}{L}i_s.$$

A válaszegyenlet

$$u = Ri_L.$$

(1,5 pont)

Összesen a b): **3,5 pont**

c) $\begin{vmatrix} 0 - \lambda & -8 \\ 1 & -6 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 6\lambda + 8 = 0, \quad \lambda_1 = -4ms^{-1}, \quad \lambda_2 = -2ms^{-1}. \quad (1 \text{ pont})$

A rendszer aszimptotikusan stabilis, mert $\text{Re } \lambda_1 < 0$ és $\text{Re } \lambda_2 < 0$. Tehát a rendszer gerjesztés-válasz stabil is. (0,5 pont)

Összesen a c): **1,5 pont**

d) $u_C(+0) = 2V, \quad i_L(+0) = 3mA, \quad (1 \text{ pont})$
 $u(+0) = 9V, \quad (0,5 \text{ pont})$

Összesen a d): **1,5 pont**

e) Állandó gerjesztés mellett az állapotváltozók állandó értékre állnak be, deriváltjuk nulla. Ezt a megadott állapotváltozós leírásba helyettesítve ($I_{s,g} = i_s(+\infty) = 1$)

$$0 = -8I_{L,g} + 2,$$

$$0 = U_{C,g} - 6I_{L,g} + 3,$$

$U_{C,g} = -1,5 \text{ V}, \quad I_{L,g} = 0,25 \text{ mA}. \quad (1 \text{ pont})$

A válaszegyenletből $U_g = 3 \cdot 0,25 = 0,75 \text{ V}. \quad (0,5 \text{ pont})$

Összesen az e): **1,5 pont**

f) Visszautalva az a) részre, csomóponti egyenletből

$$I_{L,g} = \frac{U_g}{R},$$

az e) alatt kapott U_g és $I_{L,g}$ behelyettesítésével

$$R = \frac{U_g}{I_{L,g}} = \frac{0,75}{0,25} = 3 \text{ k}\Omega$$

(0,5 pont)

Másrészt hurokegyenletből

$$U_{C,g} + gU_g - U_g = 0,$$

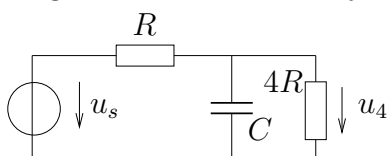
$$g = \frac{U_g - U_{C,g}}{RU_g} = \frac{0,75 + 1,5}{3 \cdot 0,75} = 1 \text{ mS}$$

(0,5 pont)

Összesen az f): **1 pont**

Kiskérdések.

1. Adja meg a hálózat időállandóját!

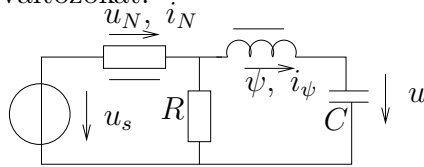


$$\tau = 0,8CR$$

2. Az előző kérdésnél szereplő hálózatban a forrásfeszültség $u_s(t) = 100[1 - \varepsilon(t)]$ V. Adja meg u_4 feszültség értékét $t = +0$ -ban!

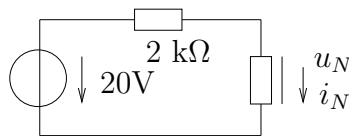
$$u_4(+0) = 80 \text{ V}$$

3. Egy nemlineáris, dinamikus rendszert reprezentáló hálózat gerjesztése az u_s forrásfeszültség, válasza a bejelölt u feszültség. Sorolja fel a kanonikus változókat, és húzza alá közülük az állapotváltozókat!



$$\underline{u}, \underline{\psi}, i_{\psi}, u_N, i_N, (u_s)$$

4. A nemlineáris ellenállás karakterisztikája V, mA egységekben kifejezve $i_N = u_N + 0,2u_N^2$, ha $u_N \geq 0$; és $i_N = 0$, ha $u_N < 0$. Határozza meg a nemlineáris ellenállás munkaponti áramát!



$$i_N = 7,873 \text{ mA}$$

5. Egy nemlineáris kondenzátor karakterisztikája μC , V egységekben megadva $q = 5u_C - 0,2u_C^3$. Határozza meg a dinamikus kapacitást a 2 V munkapontban!

$$C_d = 2,6 \mu\text{F}$$

6. Adja meg az $u(t) = (5\sqrt{2} \cos \omega t + 5\sqrt{2} \sin \omega t)$ V feszültség amplitúdóját és fázisszögét!

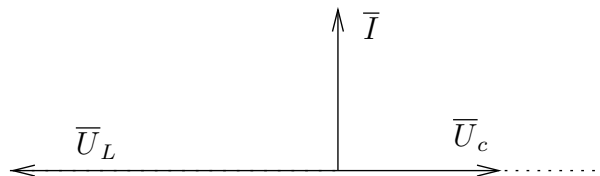
$$U = 10 \text{ V}$$

$$\varrho = -\frac{\pi}{4}$$

7. Egy soros RC-tag ($R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 500 \text{ nF}$) árama $i(t) = 5 \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$ mA, ha $\omega = 200$ rad/s. Adja meg a kétpólus feszültségét!

$$u_{RC}(t) = (50\sqrt{2} \cos \omega t) \text{ V}$$

8. Egy soros rezgőkörben az áram fazora és a kondenzátor feszültségének a fazora az ábrán látható. $\omega L = 2R$, $\frac{1}{\omega C} = R$. Rajzolja be a tekercs feszültségének az \bar{U}_L fazorát az ábrába!

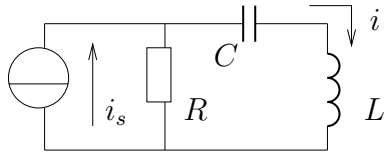


9. Egy kétpólus árama állandósult állapotban $i(t) = [20 \cos(\omega t - 10^\circ)]$ mA, feszültsége $u(t) = [50 \cos(\omega t + 50^\circ)]$ V (szimmetrikus referenciáirányok mellett). Adja meg a kétpólus hatásos és meddő teljesítményét!

$$P = 0,25 \text{ W}$$

$$Q = 0,433 \text{ var}$$

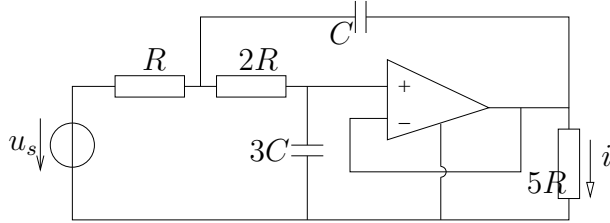
10. Az alábbi hálózattal reprezentált rendszer gerjesztése az i_s forrásáram, válasza a bejelölt i áram. Adja meg a rendszer átviteli karakterisztikáját!



$$H(j\omega) = \frac{j\omega \frac{R}{L}}{(j\omega)^2 + j\omega \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} \text{ (nem normálalak is elfogadható)}$$

MEGOLDÁSOK

Nagypélda



Az ábrán megadott hálózat által reprezentált rendszer gerjesztése az $u_s(t)$ forrásfeszültség, válasza a bejelölt i áram.

a) Feltételezzük, hogy a hálózat stabilis. Adja meg az állapotváltozóknak és a rendszer válaszában az állandósult állapotbeli értékét, ha a gerjesztés $u_s(t) = U_0 \varepsilon(t)$! (1 pont)

b) Írja fel a rendszer állapotváltozós leírásának a normálalakját! (3,5 pont)

A paraméterek bizonyos értékei mellett az állapotváltozós leírás (V, mA, ms egységekkel ko-

herens mértékegység-rendszerben) az alábbi egyenletekkel adott:

$$\begin{aligned} u'_{C1} &= u_{C2} \\ u'_{C2} &= -2u_{C1} - 3u_{C2} + 2u_s, \\ i &= 5u_{C1} \end{aligned}$$

A továbbiakban számoljon ezekkel az egyenletekkel!

c) Adja meg a rendszer mátrix sajátértékeit, és nyilatkozzon a rendszer stabilitásáról! Állításait indokolja! (1,5 pont)

d) Adja meg az állapotváltozók és a válaszjel értékét $t = +0$ -ban, ha a gerjesztés $u_s(t) = \delta(t)$ [mVs]! (1,5 pont)

e) Adja meg az állapotváltozóknak és a rendszer válaszában az állandósult állapotbeli értékét, ha a gerjesztés $u_s(t) = 1 \cdot \varepsilon(t)$ [V]! (1,5 pont)

f) Az a) és az e) pontoknál kapott eredményeket összevetve határozza meg az R paraméter értékét! (1 pont)

Megoldás: a) 1. megoldás: $t > 0$ -ra $u_s(+\infty) = U_{s,g} = U_0$, a kondenzátorok szakadással helyettesíthetők, az erősítő kimeneti potenciálja is U_0 , a válaszjel $I_g = i(\infty) = \frac{U_0}{5R}$. (1 pont)

2. megoldás: A b) alatt kiszámított állapotváltozós leírásban $u'_{C1} = 0$, $u'_{C2} = 0$ helyettesítésével. A két megoldás közül csak egyikre adható pont.

b) Legyen a forrás alsó pólusa a referencia. Legyen u_{C1} az alsó kondenzátor feszültsége lefelé irányítva, u_{C2} a felső kondenzátor feszültsége jobbra irányítva. A nem invertáló bemenet potenciálja ekkor u_{C1} , emiatt az invertáló bemenet és a kimenet potenciálja is u_{C1} , az R - $2R$ csomópont potenciálja $u_{C1} + u_{C2}$. A csomóponti egyenletek:

$$\frac{u_{C1} + u_{C2} - u_s}{R} + \frac{u_{C1} + u_{C2} - u_{C1}}{R} + C u'_{C2} = 0$$

$$\frac{u_{C1} - (u_{C1} + u_{C2})}{2R} + 3C u'_{C1} = 0$$

Ezekből az állapotegyenletek normálalakja:

$$u'_{C1} = \frac{1}{6RC} u_{C2}$$

$$u'_{C2} = -\frac{1}{RC} u_{C1} - \frac{3}{2RC} u_{C2} + \frac{1}{RC} u_s$$

A válaszegyenlet

$$i = \frac{1}{5R} u_{C1}$$

c) $\begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ -2 & -3 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0, \quad \lambda_1 = -1ms^{-1}, \quad \lambda_2 = -2ms^{-1}. \quad (1 \text{ pont})$

A rendszer aszimptotikusan stabilis, mert $Re\{\lambda_1\} < 0$ és $Re\{\lambda_2\} < 0$. (1 pont). A rendszer emiatt gerjesztés-válasz stabilis is. (0,5 pont) A c) összesen: **1,5 pont**

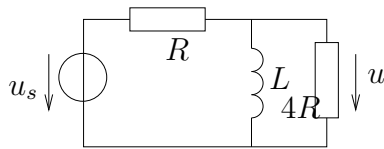
d) $u_{C1}(+0) = 0V$, $u_{C2}(+0) = 2V$, $i(+0) = 10mA$. (1,5 pont)

e) Állandó gerjesztés mellett állandósult állapotban az állapotegyenletben $u'_{C1} = 0$, $u'_{C2} = 0$. Az első egyenlet alapján $u_{C2} = 0V$, a második alapján $0 = -2u_{C1} + 2u_s$, és $u_s = 1V$, ahonnan $u_{C1} = 1V$. A válaszegyenletből $i = 5mA$. (1,5 pont)

f) A megadott állapotváltozós leírás és az eredeti hálózat alapján a kimenet potenciálja a paraméterek értékeitől függetlenül $U_{s,g} (=1V)$, a kimenetre kapcsolódó ellenállás árama a válaszegyenlet alapján $I_g = 5mA$, ezért a kimeneten levő ellenállás rezisztenciája $\frac{1}{5} = 0,2k\Omega$. A hálózat alapján $5R = 0,2k\Omega$, $R = 40\Omega$. (1 pont)

Kiskérdések.

1. Adja meg a hálózat időállandóját!

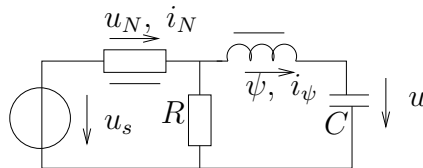


$$\tau = \frac{L}{0,8R} = \frac{5L}{4R}$$

2. Az előző kérdésnél szereplő hálózatban a forrásfeszültség $u_s(t) = 10[1 - \varepsilon(t)]V$. Adja meg az u feszültség értékét $t = +0$ -ban!

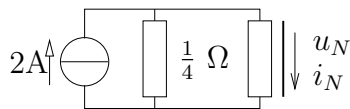
$$u(+0) = -8V$$

3. Egy nemlineáris, dinamikus rendszert reprezentáló hálózat gerjesztése az u_s forrásfeszültség, válasza a bejelölt u feszültség. Sorolja fel a kanonikus változókat, és húzza alá közülük az állapotváltozókat!



u , ψ , i_ψ , u_N , i_N , (u_s)

4. A nemlineáris ellenállás karakterisztikája V, mA egységekben kifejezve $i_N = u_N + 0,2u_N^2$, ha $u_N \geq 0$; és $i_N = 0$, ha $u_N < 0$. Határozza meg a nemlineáris ellenállás munkaponti feszültségét!



$$u_N = 0,5V$$

5. Egy nemlineáris kondenzátor karakterisztikája μC , V egységekben megadva $q = 2u_C - 0,05u_C^3$. Határozza meg a dinamikus kapacitást a 3 V munkapontban!

$$C_d = 0,65\mu F$$

6. Adja meg az $i(t) = (3 \sin \omega t + 3 \cos \omega t)$ A áram amplitúdóját és fázisszögét!

$$I = 3\sqrt{2} \approx 4.24 A$$

$$\varrho = -\frac{\pi}{4}$$

7. Egy soros RL-tag ($R = 5k\Omega$, $L = 500mH$) feszültsége $u(t) = 30 \cos(\omega t + 30^\circ)V$, ha $\omega = 3$ krad/s. Adja meg a kétpólus áramát!

$$i_{RL}(t) = [5,75 \cos(\omega t + 13.3^\circ)] mA$$

8. Egy soros RLC-körben az ellenállás értéke R , $\omega L = 2R$ és $\frac{1}{\omega C} = R$. Adja meg annak a soros LR-tagnak az induktivitását, amelynek az árama és feszültsége ω frekvencián egyenlő az RLC-kör áramával ill. feszültségével!

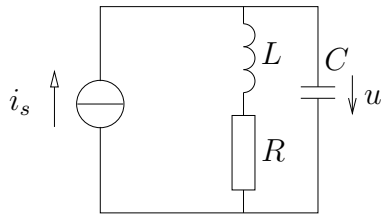
$$L_e = R/\omega$$

9. Egy kétpólus árama állandósult állapotban $i(t) = [20 \cos(\omega t + \pi/4)]$ mA, impedanciája ω körfrekvencián $\bar{Z} = (8 + 3j)$ k Ω . Adja meg a kétpólus hatásos és meddő teljesítményét!

$$P = 1,6 \text{ W}$$

$$Q = 0,6 \text{ var}$$

10. Az alábbi hálózattal reprezentált rendszer gerjesztése az i_s forrásáram, válasza a bejelölt u feszültség. Adja meg a rendszer átviteli karakterisztikáját!



$$H(j\omega) = \frac{j\omega L + R}{(j\omega)^2 LC + j\omega RC + 1}$$

(nem normálalak is elfogadható)