

Villamosmérnök alapszak Fizika2 Nagy zárthelyi dolgozat, 2019. ápr. 11.	1.	2.	3.	4.	E1.	E2.	Mondat	Összes
iMSc pontok*	i	i	i	i	---	---	-----	i

*A fizika2 nagy zárthelyin összesen 10 iMSc pont gyűjthető az 1. - 4. számú számítási feladatok iMSc-vel jelölt feladatrészeinek fakultatív megoldásával. Ezen feladatrészek kiértékelését csak akkor végezzük el, ha a hallgató a zh-n legalább 85%-os eredményt ért el. Az iMSc pontok a zh megoldásával gyűjtött pontszámhoz nem adódnak hozzá. A gyűjtött iMSc pontok a hallgatót a BME-VIK által meghatározott kedvezményekre jogosíthatják.

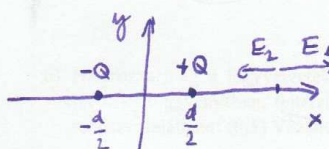
NÉV: _____

Neptun kód: _____

Előadó: Márkus / Sarkadi

- 1 Egy xyz koordináta-rendszer x tengelyén, az $x=d/2$ koordinátájú pontban elhelyezünk $+Q$ töltést, míg az $x=-d/2$ pontban $-Q$ töltést helyezünk.

- a) Határozzuk meg a töltéslrendezés $E(x)$ elektromos terét az x tengely mentén az $x > d/2$ tartományban! (1)



$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \quad E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{-Q}{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2}$$

$$E(x) = E_1 + E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2} \right)$$

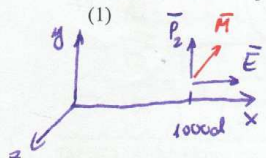
- b) Fejezzük ki az $E(x)$ elektromos tér függvényét úgy, hogy a kifejezésben Q és d paraméterek helyett csak a töltéslrendezés dipólmomentuma szerepel! Éljünk a $d \ll x$ feltételezéssel! (1)

$$E(x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x^2 + xd - \frac{d^2}{4} - x^2 + xd - \frac{d^2}{4}}{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2dx}{\left(x^2 - \frac{d^2}{4}\right)^2}$$

$$E(x) = \frac{Qd}{2\pi\epsilon_0} \frac{x}{\left(x^2 - \frac{d^2}{4}\right)^2} \approx \frac{P}{2\pi\epsilon_0} \frac{x}{(x^2)^2} = \frac{P}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{x^3}$$

Ha $d \ll x$

- c) A fenti elrendezés terében, a $[1000d; 0; 0]$ pontban elhelyezünk egy $p_2 = [0; p_2; 0]$ dipólmomentummal rendelkező másik dipólt. Határozza meg a p_2 dipólra ható forgatónyomaték vektorát koordinátás alakban! (1)

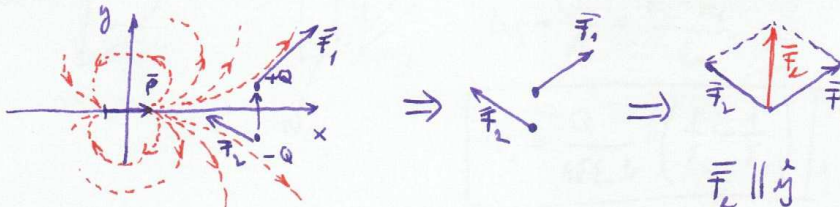


$$\vec{M} = \vec{p}_2 \times \vec{E} \quad \vec{E} \parallel \hat{x} \quad \vec{p}_2 \parallel \hat{y} \Rightarrow \vec{M} \parallel -\hat{z}$$

$$|\vec{E}| = \frac{P}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{10^3 d^3} \quad \text{Mivel } \vec{E} \perp \vec{p}_2 \Rightarrow |\vec{M}| = |\vec{p}_2| |\vec{E}| = \frac{P_2 P}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{10^3 d^3}$$

$$\vec{M} = \left[0; 0; -\frac{P_2 P}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{10^3 d^3} \right]$$

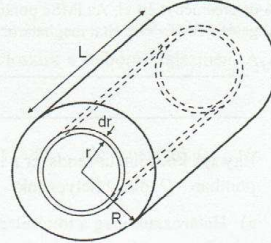
iMSc) Milyen irányú erő hat a c) feladatban definiált dipólra? (2,5i)



2. Adott egy L hosszúságú, R sugarú henger, mely INHOMOGÉN töltéeloszlással rendelkezik. A térfogati töltéssűrűséget a $\rho(r) = \alpha r$ függvény adja meg a henger tengelyétől mért r távolság függvényében, ahol α egy paraméter.

a) Mekkora dq töltése van az ábrán feltüntetett, r sugarú, igen vékony dr vastagságú hengerhéjnak? (1)

$$dq = \rho(r) dV = \alpha r \cdot 2\pi r L \cdot dr = 2\alpha L \pi r^2 dr$$

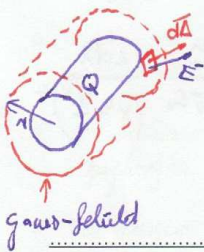


b) Mekkora a henger teljes töltése? (1)

$$Q = \int dq = 2\alpha L \pi \int_0^R r^2 dr = 2\alpha L \pi \left[\frac{r^3}{3} \right]_0^R$$

$$Q = \frac{2\alpha L \pi R^3}{3}$$

c) Határozza meg az elektromos térerősséget a hengeren kívül, a henger tengelyétől mért r távolság függvényében! (1)



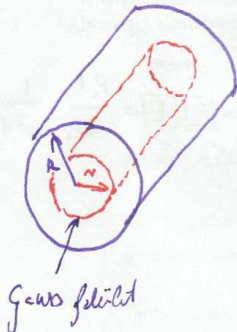
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \left\{ \begin{array}{l} \text{A henger alapjain: } \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \text{ mert } \vec{E} \perp d\vec{A} \\ \text{A henger oldalán: } \vec{E} \parallel d\vec{A}; |\vec{E}| = \text{állandó} \end{array} \right.$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 2\pi r L = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E \cdot 2\pi r L = \frac{2\alpha L \pi R^3}{3}$$

palást terület

$$E = \frac{\alpha R^3}{3\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

IMSC Határozza meg az $E(r)$ függvényt a hengeren belül! (2,5i)



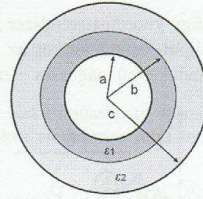
Belső töltés (b feladat alapján)

$$Q = \frac{2\alpha L \pi r^3}{3}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 2\pi r L = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{2\alpha L \pi r^3}{3}$$

$$E = \frac{\alpha r^2}{3\epsilon_0}$$

- 3 Adott az ábra szerinti gömbkondenzátor. A belső fegyverzet sugara a , a külsőé c . A fegyverzetek közti teret kétféle dielektrikum tölti ki. Az egyik ϵ_1 , a másik ϵ_2 relatív dielektromos állandóval rendelkezik. A dielektrikumok határfelülete b sugarú. A kondenzátort Q töltéssel látjuk el.



- a) Határozza meg a fegyverzetek között kialakuló elektromos tér nagyságát a gömb középpontjától mért r távolság függvényében, FELTÉTELEZVE, HOGY A FEGYVERZETEK KÖZT VÁKUUM VAN! (0,5)

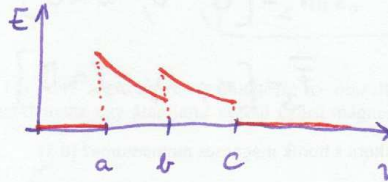
Gömbszimmetrikus töltéshelyzet:

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \quad a < r < c$$

- b) Határozza meg a fegyverzetek között kialakuló elektromos tér nagyságát a gömb középpontjától mért r távolság függvényében, feltételezve, hogy a fegyverzetek között a feladatkitűzésben szereplő dielektrikumrendszer található! (0,5) Vázlatosan ábrázolja az $E(r)$ függvényt! (0,5)

$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_1} \cdot \frac{1}{r^2} \quad a < r < b$$

$$E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_2} \cdot \frac{1}{r^2} \quad b < r < c$$



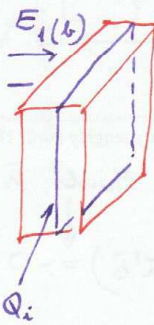
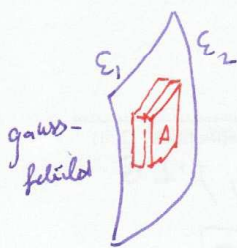
- c) Határozza meg a fegyverzetek közötti feszültséget, (1) valamint a kondenzátor kapacitását! (0,5)

$$U = -\int_c^a \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_a^b E_1 dr + \int_b^c E_2 dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon_1} \int_a^b \frac{1}{r^2} dr + \frac{1}{\epsilon_2} \int_b^c \frac{1}{r^2} dr \right) =$$

$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon_1} \left[-\frac{1}{r} \right]_a^b + \frac{1}{\epsilon_2} \left[-\frac{1}{r} \right]_b^c \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{\epsilon_2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) \right)$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{\epsilon_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{\epsilon_2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right)}$$

IMSC Mekkora indukált felületi töltéssűrűség alakul ki a dielektrikumok határfelületén? (2,5)



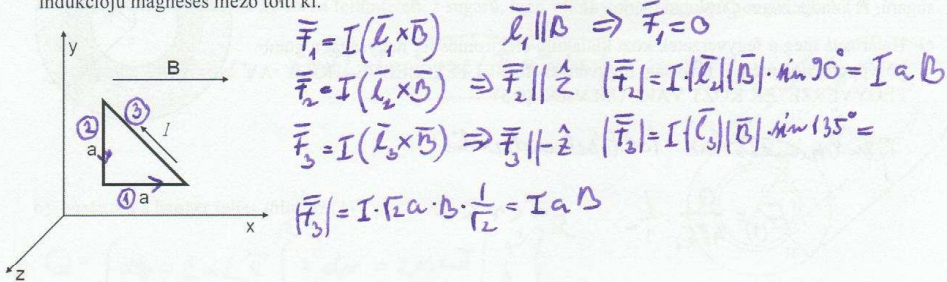
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$A E_2 - A E_1 = \frac{Q_i}{\epsilon_0}$$

$$Q_i = \frac{Q}{A} = \frac{E_2 - E_1}{\epsilon_0}$$

$$Q_i = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - \frac{1}{\epsilon_1} \right)$$

4. Egy koordináta-rendszer xy síkjában elhelyeztünk egy egyenlőszárú, derékszögű háromszög alakú, I árammal átjárt vezető hurkot az ábra szerint. A háromszög szárai a hosszúságúak. A teret homogén, x irányú, B indukciójú mágneses mező tölti ki.



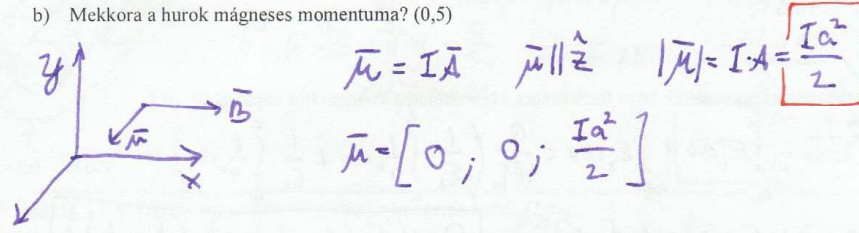
- a) Mekkora erő hat a háromszög egyes oldalaira? Az erővektorokat adja meg KOORDINÁTÁS ALAKBAN! (1,5)

$$\vec{F}_1 = [0; 0; 0]$$

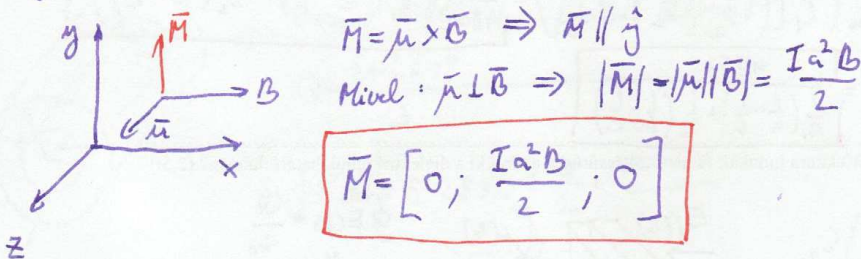
$$\vec{F}_2 = [0; 0; I a B]$$

$$\vec{F}_3 = [0; 0; -I a B]$$

- b) Mekkora a hurok mágneses momentuma? (0,5)



- c) Adja meg a keretre ható forgatónyomaték-vektort KOORDINÁTÁS ALAKBAN! (1)



IMSC Mennyi mechanikai munkát kell végeznünk, ha a keretet az y tengely körül 180 fokkal elfordítjuk? (2,5)

$$E_{pot} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad \vec{\mu}' = -\vec{\mu} \quad \text{Mivel } \vec{\mu} \perp \vec{B}; \vec{\mu}' \perp \vec{B}$$

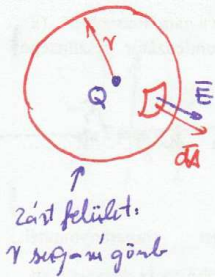
$$W = \Delta E_{pot} = E_{pot 2} - E_{pot 1} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} - (-\vec{\mu}' \cdot \vec{B}) = -0 - 0 = 0$$

Kifejtendő kérdések

1. Írja fel matematikai alakban, (0,5) majd fogalmazza meg egy mondatban az elektromosságban Gauss-törvényét! (1) Ábra, valamint levezetés segítségével mutassa meg, hogy a ponttöltés elektromos terét leíró Coulomb-törvény a Gauss-törvényből származtatható! (1,5)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

az elektromos tér zárt felületen vett integrálja egyenlő a felület által berakott töltés $\frac{1}{\epsilon_0}$ -szorosával.



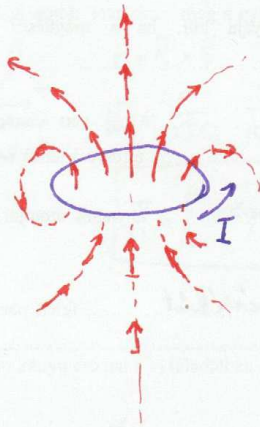
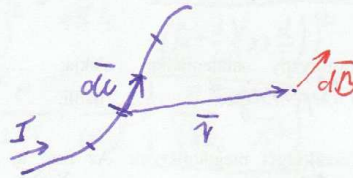
A gömb felületén: $\vec{E} \parallel d\vec{A}$, és $|\vec{E}| = \text{állandó}$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{felhív}} E \cdot dA = 4\pi r^2 E \Rightarrow 4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

2. Írja fel a Biot-Savart-törvényt matematikai alakban! (1) Ábra segítségével szemléltesse az összefüggésben szereplő fizikai mennyiségeket! (1) Vázlatos ábrán szemléltesse egy áramjárta vezető gyűrű mágneses terét! (1)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$



Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Egy szappanbuborékot elektromos töltéssel látunk el, mely egyenletesen eloszlik a buborék felszínén. A töltések hatására a buborék sugara *nő*
2. Az elektromos potenciál fogalmát azért definiálhattuk, mert az elektrosztatikus tér *konzervatív*
3. Ha dielektrikum lemezt helyezünk a síkkondenzátor fegyverzetei közé, a kondenzátor feszültsége *csökken* a lemezek közötti elektromos tér *csökken*
4. Az elektromos erővonalak a *pozitív* töltésekből indulnak, és a *negatív* töltésekben végződnek.
5. Két egymással szembefordított dipól által egymásra kifejtett forgatónyomaték *nulla*
6. Egy homogén elektromos tér erősségét megkétszerezjük. Az energiasűrűség *4*-szeresére nő.
7. A differenciális Ohm-törvény matematikai alakja: *$\vec{j} = \sigma \vec{E}$* ahol σ a *fajlagos vezetőképességet* jelöli.
8. Egy izzólámpa kapcsolófeszültségét megduplázzuk. Az izzó új teljesítménye az eredeti teljesítmény négyeszeresénél *hatszoros*
9. Homogén mágneses erőterben mozgó töltés pályája kör, ha a mágneses indukció vektora *merőleges a sebességére*
10. A mágneses indukció zárt *görbére* vett integrálja egyenlő a *görbe által határolt felületen* átfolyó áramok μ_0 -szorosával.
11. Külső mágneses tér hiányában a *diamágneses* anyagok atomjai nem rendelkeznek mágneses momentummal.
12. A ferromágneses anyagok a *Curie-hőmérséklet* felett paramágneses anyaggá válnak.