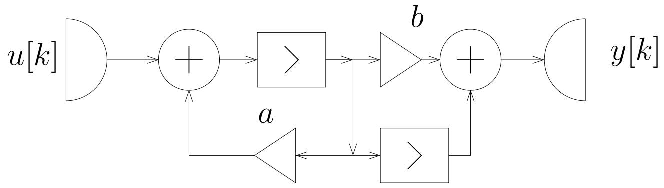
Név + Neptun: **JAVÍTÓ**	Nagypélda pontszáma: 20
Sajátkezű aláírás:	Kispéldák pontszáma: 10

CSAK EGÉSZ PONTSZÁM ADHATÓ!

Nagypélda (*megoldását külön lapra kérjük*):



Az ábrán látható DI hálózatban a és b valós paraméterek.

a. Határozza meg a rendszer átviteli függvényét *normál alakban*! *(5 pont)*
Egy lehetséges egyenletgenerálási mód: a felső késleltető kimeneti jele legyen $A(z)$. Ekkor:

$$A(z) = z^{-1}(aA(z) + U(z)) \qquad Y(z) = bA(z) + z^{-1}A(z)$$

Némi átalakítás után a végeredmény:

$$H(z) = \frac{bz^{-1} + z^{-2}}{1 - az^{-1}} = \frac{bz + 1}{z^2 - az}$$

A pozitív és negatív kitevős alak is elfogadható. Ha nem polinomok hányadosaként adja meg, legfeljebb 4 pont adható.

b. Az a és a b paraméterek mely értékére lesz a hálózat stabilis, illetve a hálózat által reprezentált rendszer gerjesztés-válasz stabilis? *(3 pont)*
A GV stabilitás szükséges és elégséges feltétele:

$$|a| < 1 \;\; (b \text{ tetszőleges.}) \qquad \textbf{(2 p.)}$$

Az átviteli függvény két pólusa (0 és a) megegyezik a két dinamikus komponenst tartalmazó hálózat által reprezentált másodrendű rendszer rendszermátrixának sajátértékeivel, így a rendszer aszimptotikusan is stabilis, tehát a hálózat stabilis. **(1 p.)**

A továbbiakban tételezze fel, hogy a rendszer átviteli függvénye valamely konkrét paraméterkombináció mellett:

$$H(z) = \frac{2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0{,}4z^{-1}}$$

c. Határozza meg a rendszer $h[k]$ *impulzusválaszát*! *(4 pont)*
Az átviteli függvény átalakítása:

$$H(z) = \frac{2z + 1}{z^2 - 0{,}4z} = z^{-1}\frac{2z}{z - 0{,}4} + z^{-2}\frac{z}{z - 0{,}4} \qquad \textbf{(2 p.)}$$

Az impulzusválasz inverz transzformációval adódik:

$$h[k] = \varepsilon[k-1]2(0{,}4)^{k-1} + \varepsilon[k-2](0{,}4)^{k-2} = 2\delta[k-1] + \varepsilon[k-2]1{,}8(0{,}4)^{k-2} \qquad \textbf{(2 p.)}$$

Bármelyik alak elfogadható.

d. Határozza meg a rendszer $y[k]$ válaszát az $u[k] = 2 + 5\varepsilon[k]0{,}5^k$ gerjesztésre! *(8 pont)*

A gerjesztés **nem belépő** részének vizsgálata: mivel a rendszer GV stabilis, így $H(z)|_{z=e^{j\vartheta}} = H(e^{j\vartheta})$ igaz.

$$H(e^{j\vartheta})|_{\vartheta=0} = 5 \rightarrow \bar{y} = 2 \times 5 = 10 \qquad \textbf{(1 p.)}$$

A gerjesztés **belépő** részének vizsgálata:

$$U(z) = \mathcal{Z}\{5\varepsilon[k]0{,}5^k\} = \frac{5z}{z-0{,}5} \qquad \textbf{(1 p.)}$$

$$Y(z) = H(z)U(z) = \frac{5(2z+1)}{(z-0{,}4)(z-0{,}5)}$$

Parciális törtekre bontás:

$$Y(z) = \frac{100}{z-0{,}5} + \frac{-90}{z-0{,}4} \qquad \textbf{(3 p.)}$$

Inverz transzformáció:

$$\tilde{y}[k] = \varepsilon[k-1](100(0{,}5)^{k-1} - 90(0{,}4)^{k-1}) \qquad \textbf{(2 p.)}$$

A teljes válasz:

$$y[k] = \bar{y} + \tilde{y}[k] = 10 + \varepsilon[k-1](100(0{,}5)^{k-1} - 90(0{,}4)^{k-1}) \qquad \textbf{(1 p.)}$$

Kispéldák (*Mindegyik* 2 *pontot ér. Kérjük, hogy a választ a feladat szövege alá írja!*):

1. Adja meg az $x(t) = 4\delta(t+1) - 5\delta(t-2) + 7\varepsilon(t-5)e^{-0{,}1t}$ FI jel Laplace-transzformáltját, vagy indokolja, ha ez nem lehetséges!

$$X(s) = -5e^{-2s} + \frac{7}{s+0{,}1}e^{-5s}e^{-0{,}5} = -5e^{-2s} + \frac{7}{s+0{,}1}e^{-5s}0{,}607$$

2. Adja meg azt az $y(t)$ belépő jelet, amelynek Laplace transzformáltja $Y(s) = \dfrac{2s}{(s+3)^2}$!

$$y(t) = 2\varepsilon(t)e^{-3t} - 6\varepsilon(t)te^{-3t} = \varepsilon(t)e^{-3t}(2-6t)$$

3. Egy FI rendszer átviteli függvénye $H(s) = 7\dfrac{(s+2)(s-5)}{(s+1)(s+3)}$. Bontsa fel $H(s)$-t egy mindent áteresztő és egy minimálfázisú rendszer átviteli függvényének szorzatára!

$$H_{MA}(s) = 7\frac{s-5}{s+5} \qquad H_{MF}(s) = \frac{(s+2)(s+5)}{(s+1)(s+3)}$$

A 7-es szorzó a minimálfázisú átviteli függvénybe is kerülhet.

4. A belépő $x(t)$ FI jel Laplace-transzformáltja $X(s) = \dfrac{5s}{s^3+10s^2+7}$. Adja meg $x(t)$ *deriváltjának* értékét a $t = +0$ időpontban!

$$x'(+0) = \lim_{s\to\infty} s^2 X(s) = 5$$

5. Rajzolja fel a $H(s) = \dfrac{s^2-3s}{s^2+2s+2}$ átviteli függvényű rendszer pólus-zérus elrendezését!