

Bevezető matematika B, 1. zárthelyi dolgozat, A csoport

2019. október 17.

Munkaidő: 90 perc. A dolgozat megírásához semmilyen segédeszköz nem használható.

Név: _____ Neptun-kód: _____ Kurzus: _____

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	Σ

Feladatok

1. (6 pont) Egy háromszög oldalai egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A háromszög kerülete 21 cm, legrövidebb és leghosszabb oldalának szorzata 40 cm. Hány centiméter hosszúak a háromszög oldalai?

2. (7 pont) Hozza a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést ($|x| \neq |y|$):

$$\left(\frac{2x+y}{x-y} - \frac{x+2y}{x+y} - 1 \right) : \frac{xy+2y^2}{x+y}$$

3. (6 pont) Hozza a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést ($x > 0$):

$$\sqrt{\frac{x \cdot \sqrt[5]{x}}{x^{-4} \cdot \sqrt[3]{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt[10]{x}}}$$

4. (6 pont) Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét: $\sqrt{49^{1-\log_7 3}} + (\sqrt{3})^{\log_9 16}$

5. (6 pont) András 3 óra alatt, Béla 4 óra alatt, Csongor 6 óra alatt ásná fel a kertet, ha külön-külön dolgoznának. Hány óra alatt ásnák fel a kertet, ha hárman egyszerre dolgoznának?

6. (6 pont) Mely x értékre lesz az $f(x) = -2x^2 + 6x - 7$ függvény értéke maximális, és mennyi a maximum értéke?

7. (6 pont) Hogyan válasszuk meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi egyenletnek két különböző valós gyöke legyen?

$$x^2 - (p-2)x + (2p+1) = 0$$

8. (7 pont) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$x+3 - \frac{4}{x} \geq 0$$

Bevezető matematika B, 1. zárthelyi dolgozat, B csoport

2019. október 17.

Munkaidő: 90 perc. A dolgozat megírásához semmilyen segédeszköz nem használható.

Név: _____ Neptun-kód: _____ Csoport: _____

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	Σ

Feladatok

1. (6 pont) Egy háromszög oldalai egy számtani sorozat egymást követő tagjai. A háromszög kerülete 18 cm, legrövidebb és leghosszabb oldalának szorzata 20 cm. Hány centiméter hosszúak a háromszög oldalai?

2. (7 pont) Hozza a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést ($|a| \neq |b|$):

$$\frac{ab + 2b^2}{a + b} : \left(\frac{2a + b}{a - b} - \frac{a + 2b}{a + b} - 1 \right)$$

3. (6 pont) Hozza a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést ($x > 0$):

$$\sqrt{\frac{x \cdot \sqrt[3]{x}}{x^{-2} \cdot \sqrt[4]{x}}} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{x}}$$

4. (6 pont) Számítsa ki a következő kifejezés pontos értékét: $\sqrt{25^{1 - \log_5 2}} + (\sqrt{2})^{\log_4 81}$

5. (6 pont) András 3 óra alatt, Benő 6 óra alatt, Csaba 8 óra alatt ásná fel a kertet, ha külön-külön dolgoznának. Hány óra alatt ásnák fel a kertet, ha hárman egyszerre dolgoznának?

6. (6 pont) Mely x értékre lesz az $f(x) = -6x^2 + 3x - 5$ függvény értéke maximális, és mennyi a maximum értéke?

7. (6 pont) Hogyan válasszuk meg a p valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi egyenletnek két különböző valós gyöke legyen?

$$x^2 - (p + 2)x + (3p + 1) = 0$$

8. (7 pont) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$x - 4 - \frac{5}{x} \geq 0$$

Végeredmények, pontozási útmutató

1.

A háromszög oldalainak megválasztása ($a - d$, a , $a + d$ vagy a , $a + d$, $a + 2d$), valamint az egyenletek felírása: 2p

Az egyenletrendszer megoldása: 3p

A háromszög oldalainak megadása: 1p

`Solve[{a + d == 7, a (a + 2 d) == 40}, {a, d}]`

`{{a -> 4, d -> 3}, {a -> 10, d -> -3}}`

`Solve[{a + d == 6, a (a + 2 d) == 20}, {a, d}]`

`{{a -> 2, d -> 4}, {a -> 10, d -> -4}}`

2.

A zárójelben lévő tagok közös nevezőre hozása: 2p

Közös nevezőre hozás után a számláló egyszerűsítése és szorzattá alakítása: 2p

A törttel való osztásnál szorzás a reciprokkal és szorzattá alakítás: 2p

Egyszerűsítések után a helyes végeredmény: 1p

$$\left(\frac{2x+y}{x-y} - \frac{x+2y}{x+y} - 1 \right) / \frac{xy+2y^2}{x+y} // \text{FullSimplify}$$

$$\frac{2}{x-y}$$

$$\frac{ab+2b^2}{a+b} / \left(\frac{2a+b}{a-b} - \frac{a+2b}{a+b} - 1 \right) // \text{FullSimplify}$$

$$\frac{a-b}{2}$$

3.

Az egyes tényezők hatványkitevős alakban való felírása: 2p

A számlálóban és a nevezőben az azonos alapú hatványok szorzatára vonatkozó azonosság alkalmazása: 2p

Végeredmény: 2p

$$\sqrt{\frac{x \sqrt[5]{x}}{x^{-4} \sqrt[3]{x}}} * \frac{1}{\sqrt[10]{x}} // \text{PowerExpand}$$

$$x^{7/3}$$

$$\sqrt{\frac{x \sqrt[3]{x}}{x^{-2} \sqrt[4]{x}}} * \frac{1}{\sqrt[6]{x}} // \text{PowerExpand}$$

$$x^{11/8}$$

4.

Az összeg tagjainak kiszámítása: 3-3p

$$\left\{ \sqrt{49^{1-\text{Log}[7,3]}}, (\sqrt{3})^{\text{Log}[9,16]} \right\} // \text{FullSimplify}$$

$$\left\{ \frac{7}{3}, 2 \right\}$$

$$\left\{ \sqrt{25^{1-\text{Log}[5,2]}}, (\sqrt{2})^{\text{Log}[4,81]} \right\} // \text{FullSimplify}$$

$$\left\{ \frac{5}{2}, 3 \right\}$$

5.

Külön-külön az egységnyi idő alatt elvégzett munkák kiszámítása: 2p

Egységnyi idő alatt a közös munka kiszámítása: 2p

Az egységnyi, közösen elvégzett munkához szükséges idő kiszámítása: 2p

$$\frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}}$$

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}}$$

$$\frac{8}{5}$$

6.

Teljes négyzetté alakítás: 4p (főgyüttható kiemelése és a teljes négyzet felírása: 2p, $a(x+b)^2 + c$ alak: 2p)

A szélsőérték helye és a szélsőérték megadása: 2p

$$\text{FindMaximum}[-2x^2 + 6x - 7, x]$$

$$\{-2.5, \{x \rightarrow 1.5\}\}$$

$$\text{FindMaximum}[-6x^2 + 3x - 5, x]$$

$$\{-4.625, \{x \rightarrow 0.25\}\}$$

7.

Az egyenletnek pontosan akkor van két különböző valós gyöke, ha $D > 0$: 1p

Diszkrimináns felírása: 2p

Diszkrimináns gyökei: 1p

A p -re vonatkozó egyenlőtlenség: 2p

$$\text{Reduce} \left[(p - 2)^2 - 4(2p + 1) > 0, p \right]$$

$$p < 0 \quad || \quad p > 12$$

$$\text{Reduce} \left[(p + 2)^2 - 4(3p + 1) > 0, p \right]$$

$$p < 0 \quad || \quad p > 8$$

8.

A bal oldal közös nevezőre hozása és a számláló zérushelyeinek megállapítása: 1p

Számláló előjele: 2p

Nevező előjele: 1 p

Az egyenlőtlenség megoldása : 3p (ha az intervallumok jók, de a végpontok nem, akkor -1 pont)

$$\text{Reduce} \left[x + 3 - \frac{4}{x} \geq 0, x \right]$$

$$-4 \leq x < 0 \quad || \quad x \geq 1$$

$$\text{Reduce} \left[x - 4 - \frac{5}{x} \leq 0, x \right]$$

$$x \leq -1 \quad || \quad 0 < x \leq 5$$