

# Sztochasztika félvizsga

Felsőbb matematika villamosmérnököknek A vizsgakurzus

2013. június 13. 8:00. Munkaidő: 100 perc. Minden feladat 10 pontot ér.

1. Nekezesden időtlen idők óta mindenkinek 3 gyereke születik, és ezek mindegyike a többitől függetlenül  $\frac{1}{2}$  valószínűséggel fiú. Mindenki az apja vezetéknevét örökli. *Való Móric* nekezesdi lakos – még mielőtt megkezdene a szaporodást – az egyetlen férfi, akinek *Való* a vezetékneve – vagyis a nevet mindig csak az ő egyenesági férfi leszármazottai örökítik tovább.
  - a.) Mi a valószínűsége, hogy Móricnak nem lesz *egyenesági, vagyis Való nevű* fiú unokája?
  - b.) Mi a valószínűsége, hogy előbb-utóbb kihal a Való név?
2. Egy repülőre a 200 utas közül 150-en csak fejenként egy bőröndöt adnak fel, ami legfeljebb 20 kilós lehet, de átlagosan csak 8 kiló szokott lenni. A maradék 50 utas fejenként két bőröndöt ad fel, amik (ketten) összesen legalább 20, legfeljebb 40 kilósak – a sokévi átlag 30 kiló. Adjunk nagy eltérés becslést annak valószínűségére, hogy a feladott bőröndök összömege meghaladja a 3500 kg-ot.
3. Móricka szobájában két villanykörte van, amik egymástól és az előzményektől függetlenül, 1000 óra várható értékű exponenciális eloszlású idő alatt égnek ki. Ha csak az egyik ég ki, Móricka nem törődik vele, de ha mindkettő kiégett, akkor azonnal kicseréli mindkettőt (vagyis a működő égők száma mindig csak 1 vagy 2 lehet). Jelöljük  $X_t$ -vel a  $t$  óra elteltével működő égők számát.
  - a.) Ha  $t = 0$  -kor mindkét égő működik, mi a valószínűsége, hogy  $t = 10$  -ig ez így is marad – vagyis, hogy 10 óra alatt nem ég ki *egyik sem*?
  - b.) Írjuk fel az  $X_t$  Markov lánc infinitezimális generátorát.
  - c.) Ha  $t = 0$  -kor mindkét égő működik, mi a valószínűsége, hogy  $t = 10000$  üzemóra elteltével pedig 1 fog égni?
  - d.) Az égők 60 Watt-osak, az áram (pontosabban: a villamos energia) ára 45 Ft/kWh. Mennyi Móricka égőinek 1 órára eső átlagos villanyszámlája hosszú távon?
4. Pistike egy (talán hamis) dobókockát addig dobált, amíg 10-szer ki nem jött a 6-os, és számolta, hogy hányadikra jön ki. Azt kapta, hogy 3; 4; 3; 15; 7; 1; 5; 4; 2; 6. Adjunk maximum likelihood becslést a 6-os valószínűségére!
5. Pistike egy dobókockával 50 próbálkozásból 10-szer dobott hatost. Döntsünk 99%-os szinten arról a hipotézisről, hogy a kockáján a hatos valószínűsége  $\frac{1}{6}$ .