

**1. feladat (4+10 pont)**

- a) Hogyan kaphatjuk meg egy  $z$  komplex szám  $n$ -edik gyökeit? (Adja meg a formulát tetszőleges  $n$  pozitív egész szám esetén!)
- b) Adja meg algebrai alakban az  $iz^2 - 8(\sqrt{3} + i) = 0$  egyenletnek az összes megoldását!

**2. feladat (14 pont)**

Legyen  $a_1 = 4$ ,  $a_{n+1} = 8 - \frac{12}{a_n}$  rekurzíve adott sorozat! Mutassa meg, hogy minden  $n \in \mathbb{N}$  esetén  $2 \leq a_n \leq 6$  teljesül! Indokolja meg, hogy  $(a_n)$  konvergens, és határozza meg a határértékét!

**3. feladat (4+10 pont)**

- a) Osztályozza a valós, egyváltozós függvények szakadásainak típusait!
- b) Hol és milyen típusú szakadása van az  $f(x) = x \operatorname{arctg} \frac{2}{x} + \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1}$  függvénynek?

**4. feladat (8+10 pont)**

- a) Mondja ki és igazolja a szorzatfüggvény deriválási szabályát!
- b) Keresse meg azokat az intervallumokat, amelyeken az  $f(x) = xe^{-2x^2}$  függvény konvex, illetve konkáv! Hol van inflexiója az  $f$  függvénynek?

**5. feladat\* (10 pont)**

Számolja ki az  $\int \operatorname{ch}(2x) \sin(3x) dx$  integrált!

**6. feladat\* (4+10 pont)**

- a) Mondja ki a Newton-Leibniz tételt!
- b) Számolja ki az  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x dx$  integrált!

**7. feladat\* (5+11 pont)**

- a) Milyen  $\alpha > 0$  esetén konvergens az  $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^\alpha} dx$  integrál? Válaszát indokolja!
- b) Számolja ki az  $\int_3^{\infty} \frac{5}{x^2 - 4} dx$  integrált!
- 

**IMSC feladat (14 IMSC pont)**

Igaz-e, hogy minden deriválható függvény deriváltja folytonos? Válasza indoklásához számolja ki az

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x = 0 \\ x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{ha } x \neq 0 \end{cases}$$

függvény deriváltját!