ANALÍZIS 1. **I. Zárthelyi** **2018. október 11.**
Mérnökinformatikus szak β-variáns Munkaidő: 75 perc

---

1. feladat (14 pont)
Adja meg az $2iz^3 = (1+i)^8$ egyenlet összes megoldását.

2. feladat (4+12 pont)
a) Ismertesse a $\lim_{n\to\infty} a_n = A$ definícióját.
b) A definíció alapján igazolja, hogy

$$\lim_{n\to\infty} \frac{5n^2+2n+3}{n^2+3n+2} = 5.$$

3. feladat (11+11+8 pont)
Konvergensek az alábbi sorozatok? Ha igen, mi a határértékük?

a) $\sqrt{5n^2+3n} - \sqrt{5n^2-2n}$, *b*) $\left(\frac{5n-9}{5n+8}\right)^{7n}$, *c*) $\frac{6^n}{(-3)^n+5^n}$.

4. feladat (20 pont)
Legyen (a_n) az $a_1 = 3$,

$$a_{n+1} = 5 - \frac{4}{a_n}$$

rekurzióval megadott sorozat. Igazolja, hogy $1 \le a_n \le 4$, minden $n \in \mathbb{N}$ esetén. Bizonyítsa be, hogy a sorozat konvergens, és adja meg a határértékét.

5. feladat (20 pont)
Adja meg az alábbi sorozat torlódási pontjainak halmazát, limesz szuperiorját és limesz inferiorját. Konvergens a sorozat?

$$a_n = \sqrt[n]{\frac{n^7+(-1)^n n^7}{3n^3+2n+5}}.$$

IMSC feladat (8 IMSC pont)
a) Írja föl azt az $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ transzformációt, ami a komplex számsíkon az origó körül 60°-kal forgat pozitív irányban!
b) Írja föl azt a $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ transzformációt, ami a komplex számsíkon az 1 pont körül 60°-kal forgat negatív irányban!
c) Írja föl a $\mathbb{C} \ni z \mapsto f(g(z))$ transzformációt! Mi ennek a transzformációnak a geometriai jelentése?