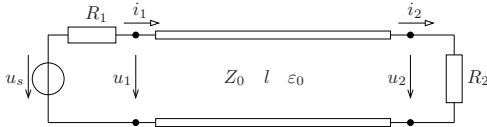


NAGYPÉLDA – 10 PONT

Csak egész pontszám adható (a kispéldákra is)!

Az ábra szerinti ideális, légszigetelésű távvezeték elejére feszültséggenerátor, végére rezisztív fogyasztó csatlakozik. A távvezeték hossza $l = 22,5$ m, hullámmimpedanciája $Z_0 = 50 \Omega$. A generátor belső ellenállása $R_1 = 10 \Omega$, belső feszültségének időfüggvénye $u_s(t) = \tilde{U} \cos(2\pi ft)$, amelyben $\tilde{U} = 2$ V és $f = 10$ MHz. A fogyasztó ellenállása $R_2 = 100 \Omega$.



- a. Határozza meg a távvezeték lánckarakterisztikáját az ábrán jelölt áramirányokra vonatkozóan! (2 p.)

$$\beta l = \frac{2\pi f}{c} = 1,5\pi \quad (1 \text{ p.})$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \beta l & jZ_0 \sin \beta l \\ j \sin \beta l / Z_0 & \cos \beta l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -j50 \Omega \\ -j0,02 \text{ S} & 0 \end{bmatrix} \quad (1 \text{ p.})$$

- b. Számítsa ki a fogyasztó által felvett hatásos teljesítményt! (3 p.)

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = A_{12}I_2 \\ I_1 = A_{21}U_2 \end{array} \right\} \text{ karakterisztika} \quad \left. \begin{array}{l} U_1 = U_s - R_1 I_1 \\ U_2 = R_2 I_2 \end{array} \right\} \text{ lezárások} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\text{innen } I_2 = j28,6 \text{ mA} \rightarrow P_2 = |I_2|^2 R_2 / 2 = 40,8 \text{ mW} \quad (2 \text{ p.})$$

- c. Határozza meg a távvezeték mentén mérhető minimális és maximális feszültségamplitúdó értékét, valamint az állóhullámarányt! (3 p.)

$$r_2 = \frac{R_2 - Z_0}{R_2 + Z_0} = \frac{1}{3} \rightarrow \sigma = \frac{1 + |r_2|}{1 - |r_2|} = 2 \quad (1 \text{ p.})$$

$$|U_2| = R_2 |I_2| = 2,86 \text{ V} = |U_2^+| \cdot |1 + r_2| = |U_2^+| \cdot 4/3 \rightarrow |U_2^+| = 2,14 \text{ V} \quad (1 \text{ p.})$$

$$U_{\max} = |U_2^+| (1 + |r_2|) = 2,86 \text{ V} \quad U_{\min} = |U_2^+| (1 - |r_2|) = 1,43 \text{ V} \quad (1 \text{ p.})$$

- d. Mekkora Z_2 impedanciájú fogyasztó venné fel a hálózatból a lehető legnagyobb hatásos teljesítményt? Számítsa ki ezt a maximális teljesítményt! (2 p.)

A szekunder oldali bemeneti impedancia:

$$Z_{\text{be},2} = Z_0 \frac{R_1 \cos \beta l + j Z_0 \sin \beta l}{Z_0 \cos \beta l + j R_1 \sin \beta l} = \frac{Z_0^2}{R_1} = 250 \Omega \quad (|\tan \beta l| \rightarrow \infty \text{ is működik})$$

$$\text{teljesítményelljesztéshez } Z_2 := Z_{\text{be},2}^* = 250 \Omega \quad (1 \text{ p.})$$

Nyitott végre (üresjárásra) vonatkozó egyenletek:

$$U_1 = A_{12}I_2, \quad I_1 = A_{21}U_2, \text{ ill. } U_1 = U_s - I_1 R_1, \quad I_2 = 0$$

$$\text{innen } U_2, \text{üj} = j10 \text{ V} \rightarrow P_{2,\max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|U_2, \text{üj}|^2}{4 \text{Re}\{Z_2\}} = 50 \text{ mW} \quad (1 \text{ p.})$$

KISPELDÁK – 5 × 2 PONT

1. Egy ideálisnak tekinthető, $\epsilon_r = 4$ dielektrumos állandójú szigetelőanyaggal kitöltött koaxiális kábel hosszegységre eső kapacitása $C' = 115$ pF/m. Határozza meg a hosszegységre eső induktivitást! (A belső induktivitás elhanyagolható.)

$$L' = 387 \text{ nH/m}$$

2. Egy a túlsó végén nyitott, közelítőleg veszteségmentes távvezetékén (adott frekvencián) $j58 \Omega$ bemeneti impedanciát mérünk. Ha pedig a végét rövidere zárjuk, $-j97 \Omega$ lesz a mért bemeneti impedancia. Határozza meg a távvezeték hullámmimpedanciáját!

$$Z_0 = 75 \Omega$$

3. Egy levegőben terjedő síkhullámban a mágneses térerősség vektorának hely- és időfüggése a következő: $\mathbf{H}(x, y, z, t) = \mathbf{e}_z \cdot 0,1 \cos(\omega t - \beta x)$ A/m, ahol $\omega = 2\pi \cdot 150$ MHz, $\beta = 3,14$ rad/m. Adja meg hasonló alakban az elektromos térerősség vektorának hely- és időfüggvényét!

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{e}_y \cdot 37,7 \cos(\omega t - \beta x) \text{ V/m}$$

4. Adja meg az előző feladat síkhullámban a Poynting-vektor időbeli átlagát a helyfüggvényében!

$$\mathbf{S}_{\text{atl}}(x, y, z) = \mathbf{e}_x \cdot 1,885 \text{ W/m}^2 \quad (\text{a helytől független})$$

5. Számítsa ki egy 5 mm^2 keresztmetszetű, hengeres rézvezeték 1 m hosszúságú szakaszának ellenállását 10 MHz frekvencián! (A réz fajlagos vezetőképessége 57 MS/m .)

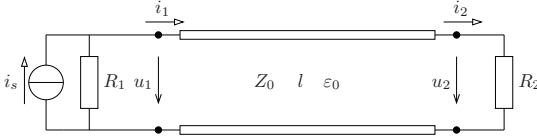
$$R = 105 \text{ m}\Omega$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)

NAGYPÉLDA – 10 PONT

Csak egész pontszám adható (a kispéldákra is)!

Az ábra szerinti ideális, légszigetelésű távvezeték elejére áramgenerátor, végére rezisztív fogyasztó csatlakozik. A távvezeték hossza $l = 7,5$ m, hullámimpedanciája $Z_0 = 50 \Omega$. A generátor belső ellenállása $R_1 = 10 \Omega$, forrásáramának időfüggvénye $i_s(t) = \hat{I} \cos(2\pi ft)$, amelyben $\hat{I} = 0,2$ A és $f = 10$ MHz. A fogyasztó ellenállása $R_2 = 25 \Omega$.



- a. Határozza meg a távvezeték lánckarakterisztikáját az ábrán jelölt áramirányokra vonatkozóan! (2 p.)

$$\beta l = \frac{2\pi f}{c} = 0,5\pi \quad (1 \text{ p.})$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \beta l & jZ_0 \sin \beta l \\ j \sin \beta l / Z_0 & \cos \beta l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & j50 \Omega \\ j0,02 \text{ S} & 0 \end{bmatrix} \quad (1 \text{ p.})$$

- b. Számítsa ki a fogyasztó által felvett hatásos teljesítményt! (3 p.)

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = A_{12}I_2 \\ I_1 = A_{21}U_2 \end{array} \right\} \text{ karakterisztika} \quad \left. \begin{array}{l} U_1 = R_1(I_s - I_1) \\ U_2 = R_2I_2 \end{array} \right\} \text{ lezárások} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\text{innen } I_2 = -j36,4 \text{ mA} \rightarrow P_2 = |I_2|^2 R_2 / 2 = 16,5 \text{ mW} \quad (2 \text{ p.})$$

- c. Határozza meg a távvezeték mentén mérhető minimális és maximális feszültségamplitúdó értékét, valamint az állóhullámarányt! (3 p.)

$$r_2 = \frac{R_2 - Z_0}{R_2 + Z_0} = -\frac{1}{3} \rightarrow \sigma = \frac{1 + |r_2|}{1 - |r_2|} = 2 \quad (1 \text{ p.})$$

$$|U_2| = R_2 |I_2| = 0,91 \text{ V} = |U_2^+| \cdot |1 + r_2| = |U_2^+| \cdot 2/3 \rightarrow |U_2^+| = 1,36 \text{ V} \quad (1 \text{ p.})$$

$$U_{\max} = |U_2^+| (1 + |r_2|) = 1,82 \text{ V} \quad U_{\min} = |U_2^+| (1 - |r_2|) = 0,91 \text{ V} \quad (1 \text{ p.})$$

- d. Mekkora Z_2 impedanciájú fogyasztó venné fel a hálózatból a lehető legnagyobb hatásos teljesítményt? Számítsa ki ezt a maximális teljesítményt! (2 p.)

A szekunder oldali bemeneti impedancia:

$$Z_{\text{be},2} = Z_0 \frac{R_1 \cos \beta l + jZ_0 \sin \beta l}{Z_0 \cos \beta l + jR_1 \sin \beta l} = \frac{Z_0^2}{R_1} = 250 \Omega \quad (|\tan \beta l| \rightarrow \infty \text{ is működik})$$

$$\text{teljesítményelljesztéshez } Z_2 := Z_{\text{be},2}^* = 250 \Omega \quad (1 \text{ p.})$$

Nyitott végre (üresjárásra) vonatkozó egyenletek:

$$U_1 = A_{12}I_2, \quad I_1 = A_{21}U_2, \text{ ill. } U_1 = R_1(I_s - I_1), \quad I_2 = 0$$

$$\text{innen } U_2, \text{üj} = -j10 \text{ V} \rightarrow P_{2,\max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|U_{2,\text{üj}}|^2}{4\text{Re}\{Z_2\}} = 50 \text{ mW} \quad (1 \text{ p.})$$

KISPELDÁK – 5 × 2 PONT

1. Egy a túlsó végén nyitott, közelítőleg veszteségmentes távvezetéken (adott frekvencián) $-j100 \Omega$ bemeneti impedanciát mérünk. Ha pedig a végét rövidere zárjuk, $j25 \Omega$ lesz a mért bemeneti impedancia. Határozza meg a távvezeték hullámimpedanciáját!

$$Z_0 = 50 \Omega$$

2. Egy ideálisnak tekinthető, $\epsilon_r = 4$ dielektromos állandójú szigetelőanyaggal kitöltött koaxiális kábel hosszegységre eső induktivitása $L' = 387$ nH/m (a belső induktivitás elhanyagolható). Határozza meg a hosszegységre eső kapacitást!

$$C' = 115 \text{ pF/m}$$

3. Adja meg közelítőleg egy 5 mm^2 keresztmetszetű, hengeres alumíniumvezeték 1 m hosszúságú szakaszának ellenállását 1 kHz frekvencián! (Az alumínium fajlagos vezetőképessége 35 MS/m .)

$$R = 5,7 \text{ m}\Omega \quad (\text{az egyenáramú ellenállással közelíthető})$$

4. Egy levegőben terjedő síkhullámban az elektromos térerősség vektorának hely- és időfüggése a következő: $\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{e}_y \cdot 37,7 \cos(\omega t - \beta x) \text{ V/m}$, ahol $\omega = 2\pi 100 \text{ MHz}$, $\beta = 2,09 \text{ rad/m}$. Adja meg hasonló alakban a mágneses térerősség vektorának hely- és időfüggvényét!

$$\mathbf{H}(x, y, z, t) = \mathbf{e}_z \cdot 0,1 \cos(\omega t - \beta x) \text{ A/m}$$

5. Adja meg az előző feladat síkhullámban a Poynting-vektor időbeli átlagát a hely függvényében!

$$\mathbf{S}_{\text{atl}}(x, y, z) = \mathbf{e}_x \cdot 1,885 \text{ W/m}^2 \quad (\text{a helytől független})$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)