A3 2. vizsgazh, 2012 ősz

1. Oldja meg a $e^x - \sin y + y' \cos y = 0$ differenciálegyenletet!

2. Legyen G a háromdimenziós térben az origó középpontú, R sugarú gömbfelület alsó feléből és az azt felülről határoló xy-síkbeli, origó középpontú, R sugarú körlapból álló kifelé irányított zárt felület. Számítsa ki a $v(r) = r|r|$ $(r \in \mathbb{R}^3)$ vektorfüggvény felületmenti integrálját G-n!

3. Legyen L az a pozitívan irányított háromszögvonal, melynek csúcsai a $(0,0,0)$, $(3,0,0)$, $(0,2,0)$ pontok. Legyen $v(x,y,z) = (y^2 + 4xy + 3y, 2x^2 + 2xy, \operatorname{sh} z)$. Számítsuk ki v vonalmenti integrálját L-en!

4. Hol deriválható az $f(x+iy) = |x| + i|y|$ komplex függvény?

5. Adja meg az $f(z) = \frac{1}{z}$ függvény azon -1 körüli Laurent-sorát, ami előállítja 1-ben! Milyen szingularitása van f-nek 0-ban?

6. Igazak-e az alábbi állítások?

(a) ha egy függvény kielégíti a Cauchy–Riemann differenciálegyenleteket, akkor deriválható.

(b) Ha az f komplex függvénynek z_0-ban szingularitása van, akkor $\lim_{z_0} f = \infty$.

(c) Ha az f komplex függvénynek z_0 elsőrendű pólusa, akkor, akkor $\lim_{z_0}(z - z_0)^2 f = 0$.

Legyen v tetszőleges mindenütt folytonosan deriválható vektor-vektor függvény.

(d) Ha v minden görbementi integrálja független az integrálási úttól, akkor v potenciálja mindenütt 0.

(e) Ha van v-nek potenciálja, akkor rot v minden zárt görbementi integrálja 0.