

Rendszerelmélet 1. nagy zárthelyi A csoport 2017. április 6.

Név: (NYOMTATOTT NAGYBETŰVEL!!!) MEGOLDÁSI PÉLDÁNY	feladat	pont	javító
	1.	20	
Neptun kód:	2.	20	
Saját kezű aláírás:	kicsi	10	
	Összesen	50	

1. feladat Kérjük, hogy a feladatot külön lapon oldja meg!

Adott egy folytonos idejű, lineáris, invariáns rendszer az ugrásválaszával:
 $g(t)=\epsilon(t)[5-3e^{-2t}]$.

a./ Határozza meg a rendszer impulzusválaszát!

$h(t)=(g(t))' \text{ (1p)} = 2\delta(t)+\epsilon(t)[6e^{-2t}]. \text{ (2p)}$

b./ Mit mondhatunk a rendszer stabilitásáról?

A rendszer aszimptotikus stabilitását nem tudjuk **(1p)** mivel $h(t)$ 0-hoz tart ha $t \rightarrow \infty$, tehát gerjesztésválasz stabilis **(2p)**

c./ Számítsa ki a rendszer $u(t)=20+\epsilon(t)[20+10e^{-2t}]$ gerjesztésre adott válaszát!

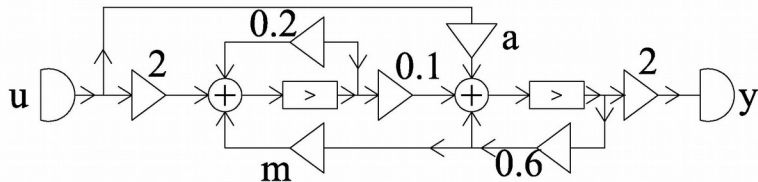
$u_1=20 \rightarrow y_1=100 \text{ (4p)} \quad u_2=\epsilon(t)20 \rightarrow y_2=\epsilon(t)[100-60e^{-2t}] \text{ (2p)}$

$u_3=\epsilon(t)10e^{-2t} \rightarrow y_3=\epsilon(t)[20e^{-2t}+60 t e^{-2t}] \text{ (6p)}$

$y(t)=100+\epsilon(t)[100-40e^{-2t}+60 t e^{-2t}] \text{ (2p)}$

2. feladat Kérjük, hogy a feladatot külön lapon oldja meg!

Adott a jelfolyamhálózatával egy diszkrét idejű hálózat:



a./ Határozza meg a rendszer állapotváltozós leírásának normál alakját!

$\underline{x}[k+1] = \begin{bmatrix} 0.2 & m*0.6 \\ 0.1 & 0.6 \end{bmatrix} \underline{x}[k] + \begin{bmatrix} 2 \\ a \end{bmatrix} u[k] \quad y[k]=[0 \ 2] \underline{x}[k] \text{ (3p)}$

b./ Az a és m paraméter mely értékeire lesz aszimptotikusan stabilis a hálózat?

a értékétől független **(0.5p)**

$\lambda^2-0.8\lambda+0.12-0.06m=0 \rightarrow$ Jury kritériummal $a_1=-0.8 \rightarrow -0.2 < a_2 < 1 \text{ (0.5p)}$

$\rightarrow 5.33 > m > -14.66 \text{ (1p)}$

c./ Az a és m paraméterek valamely értékénél az állapotváltozós leírás normál alakjának mátrixai:

$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.3 \\ 0.1 & 0.6 \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \underline{C}^T=[0 \ 2] \quad D=0$

c1./ Határozza meg a rendszer sajátértékeit!

$\lambda^2-0.8\lambda+0.15=0 \text{ (1p)} \quad \lambda_1=0.5 \quad \lambda_2=0.3 \text{ (1p)}$

c2./ Számítsa ki a rendszer Lagrange mátrixait!

$\underline{L1} = \frac{1}{0.5-0.3} \begin{bmatrix} 0.2-0.3 & -0.3 \\ 0.1 & 0.6-0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & -1.5 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix} \text{ (1p)}$

$\underline{L2} = \frac{1}{0.3-0.5} \begin{bmatrix} 0.2-0.5 & -0.3 \\ 0.1 & 0.6-0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 & 1.5 \\ -0.5 & -0.5 \end{bmatrix} \text{ (1p)}$

c3./ Írja fel a rendszer impulzusválaszát!

$K1=\underline{C}^T \underline{L1} \underline{B} = 11 \text{ (0.5p)} \quad K2=\underline{C}^T \underline{L2} \underline{B} = -5 \text{ (0.5p)}$

$h[k]=\epsilon[k-1] [11 (0.5)^{k-1} - 5 (0.3)^{k-1}] \text{ (2p)}$

c4./ Határozza meg a rendszer átviteli karakterisztikáját!

$X_1 e^{j\theta}=0.2X_1-0.3X_2+2U \rightarrow X_1=(-0.3X_2+2U)/(e^{j\theta}-0.2) \text{ (0.5p)} \quad \text{(0.5p)}$

$X_2 e^{j\theta}=0.1(-0.3X_2+2U)/(e^{j\theta}-0.2)-0.6X_2+3U \rightarrow X_2=(3e^{j\theta}-0.4)/(e^{j2\theta}-0.8e^{j\theta}+0.15)$

$H(e^{j\theta})=(6e^{j\theta}-0.8)/(e^{j2\theta}-0.8e^{j\theta}+0.15) = (6e^{-j\theta}-0.8e^{-j2\theta})/(1-0.8e^{-j\theta}+0.15e^{-j2\theta}) \text{ (3p)}$

c5./ Számítsa ki a rendszer $u[k]=4\cos(k\pi/2+\pi/4)$ gerjesztésre adott válaszát!

$H(e^{j\pi/2})=(0.8-6j)/(0.85+0.8j)=5.186 * e^{j(-2.19)} = 5.186 * e^{j(-125.67^\circ)} \text{ (2p)}$

$y[k] = 20,743 \cos(k\pi/2-1.4) = 20,743 \cos(k\pi/2-80.48^\circ) \text{ (2p)}$

K1./ Egy FI rendszer karakterisztikus polinomja: $\lambda^2+m\lambda+5=0$. Mely m értékekre lesz stabilis a rendszer? **m > 0**

K2./ Adja meg az $u[k]=4\cos(3k\pi/17+\pi/4)$ DI jel periódusszámát, vagy indokolja, ha a jel nem periodikus! **L= 34**

K3./ Számítsa ki a $h[k]=3 (0.5)^k \epsilon[k]$ és $u[k]=5$ függvények konvolúcióját!

$y[k]= [30 - 15 (0.5)^k] \epsilon[k]. \dots\dots\dots$

K4./ Egy folytonos idejű, lineáris, invariáns rendszer impulzusválasza:

$h(t)=\epsilon(t)[3\cos(2t+\pi/4)]$. Adja meg a rendszer válaszát az $u(t)=5\delta(t-6)$ gerjesztésre! **y(t)= \epsilon(t-6)[15\cos(2(t-6)+\pi/4)]**

K5./ Egy folytonos idejű, lineáris, invariáns rendszer állapotváltozós leírása:

$\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -6 \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

Határozza meg az állapotváltozók állandósult értékét az $u(t)=5\epsilon(t)$ gerjesztésre!

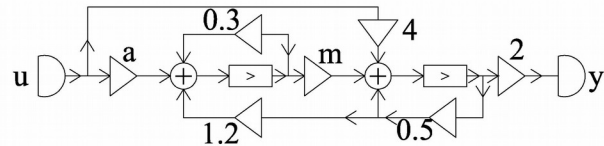
$x_1(t \rightarrow \infty)=1 \dots\dots\dots \quad x_2(t \rightarrow \infty)= 8/3. \dots\dots\dots$

Rendszerelmélet 1. nagy zárthelyi B csoport 2017. április 6.

Név: (NYOMTATOTT NAGYBETŰVEL!!!) MEGOLDÁSI PÉLDÁNY	feladat	pont	javító
Neptun kód:	1.	20	
Saját kezű aláírás:	2.	20	
	kicsi	10	
	Összesen	50	

1. feladat Kérjük, hogy a feladatot külön lapon oldja meg!

Adott a jelfolyamhálózatával egy diszkrét idejű hálózat:



a./ Határozza meg a rendszer állapotváltozós leírásának normál alakját!

$$\underline{x}[k+1] = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 \\ m & 0.5 \end{bmatrix} \underline{x}[k] + \begin{bmatrix} a \\ 4 \end{bmatrix} u[k] \quad y[k] = [0 \ 2] \underline{x}[k] \quad (3p)$$

b./ Az a és m paraméter mely értékeire lesz aszimptotikusan stabilis a hálózat? a értékétől független **(0.5p)**

$$\lambda^2 - 0.8\lambda + 0.15 - 0.6m = 0 \rightarrow \text{Jury kritériummal } a_1 = -0.8 \rightarrow -0.2 < a_2 < 1 \quad (0.5p)$$

$$\rightarrow 0.583 > m > -1.416 \quad (1p)$$

c./ Az a és m paraméterek valamely értékénél az állapotváltozós leírás normál alakjának mátrixai:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 \\ 0.05 & 0.5 \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \underline{C}^T = [0 \ 2] \quad D = 0$$

c1./ Határozza meg a rendszer sajátértékeit!

$$\lambda^2 - 0.8\lambda + 0.12 = 0 \quad (1p) \quad \lambda_1 = 0.6 \quad \lambda_2 = 0.2 \quad (1p)$$

c2./ Számítsa ki a rendszer Lagrange mátrixait!

$$\underline{L1} = \frac{1}{0.6 - 0.2} \begin{bmatrix} 0.3 - 0.2 & 0.6 \\ 0.05 & 0.5 - 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 1.5 \\ 0.125 & 0.75 \end{bmatrix} \quad (1p)$$

$$\underline{L2} = \frac{1}{0.2 - 0.6} \begin{bmatrix} 0.3 - 0.6 & 0.6 \\ 0.05 & 0.5 - 0.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 & -1.5 \\ -0.125 & 0.25 \end{bmatrix} \quad (1p)$$

c3./ Írja fel a rendszer impulzusválaszát!

$$K1 = \underline{C}^T \underline{L1} \underline{B} = 7.25 \quad (0.5p) \quad K2 = \underline{C}^T \underline{L2} \underline{B} = 0.75 \quad (0.5p)$$

$$h[k] = \varepsilon[k-1] [7.25 (0.6)^{k-1} + 0.75 (0.2)^{k-1}] \quad (2p)$$

c4./ Határozza meg a rendszer átviteli karakterisztikáját!

$$X_1 e^{j\theta} = 0.3X_1 + 0.6X_2 + 5U \rightarrow X_1 = (0.6X_2 + 5U) / (e^{j\theta} - 0.3) \quad (0.5p) \quad (0.5p)$$

$$X_2 e^{j\theta} = 0.05(0.6X_2 + 5U) / (e^{j\theta} - 0.3) - 0.5X_2 + 4U \rightarrow X_2 = (4e^{j\theta} - 0.95) / (e^{j2\theta} - 0.8e^{j\theta} + 0.12) \quad (3p)$$

c5./ Számítsa ki a rendszer $u[k] = 6\cos(k\pi/2 + \pi/3)$ gerjesztésre adott válaszát!

$$H(e^{j\pi/2}) = (8e^{j\theta} - 1.9) / (e^{j2\theta} - 0.8e^{j\theta} + 0.12) = (8e^{-j\theta} - 1.9e^{-j2\theta}) / (1 - 0.8e^{-j\theta} + 0.12e^{-j2\theta}) \quad (3p)$$

$$H(e^{j\pi/2}) = (1.9 - 8j) / (0.88 + 0.8j) = 6.914 * e^{j(-2.08)} = 6.914 * e^{j(-118.91^\circ)} \quad (2p)$$

$$y[k] = 20,743 \cos(k\pi/2 - 1.03) = 20,743 \cos(k\pi/2 - 58.91^\circ) \quad (2p)$$

2. feladat Kérjük, hogy a feladatot külön lapon oldja meg!

Adott egy folytonos idejű, lineáris, invariáns rendszer az ugrásválaszával:
 $g(t) = \varepsilon(t)[6 - 4e^{-2t}]$.

a./ Határozza meg a rendszer impulzusválaszát!

$$h(t) = (g(t))' \quad (1p) = 2\delta(t) + \varepsilon(t)[8e^{-2t}]. \quad (2p)$$

b./ Mit mondhatunk a rendszer stabilitásáról?

A rendszer aszimptotikus stabilitását nem tudjuk **(1p)** mivel $h(t)$ 0-hoz tart ha $t \rightarrow \infty$, tehát gerjesztésválasz stabilis **(2p)**

c./ Számítsa ki a rendszer $u(t) = 20 - \varepsilon(t)[20 - 10e^{-3t}]$ gerjesztésre adott válaszát!

$$u_1 = 20 \rightarrow y_1 = 120 \quad (4p) \quad u_2 = -\varepsilon(t)20 \rightarrow y_2 = \varepsilon(t)[-120 + 80e^{-2t}] \quad (2p)$$

$$u_3 = \varepsilon(t)10e^{-2t} \rightarrow y_3 = \varepsilon(t)[20e^{-2t} + 80t e^{-2t}] \quad (6p)$$

$$y(t) = 120 + \varepsilon(t)[-120 + 100e^{-2t} + 80t e^{-2t}] \quad (2p)$$

K1./ Egy FI rendszer karakterisztikus polinomja: $\lambda^2 - m\lambda + 9 = 0$. Mely m értékekre lesz stabilis a rendszer? **m < 0**

K2./ Adja meg az $u[k] = 4\cos(7k/15 + \pi/3)$ DI jel periódusszámát, vagy indokolja, ha a jel nem periodikus! L = **.NEM PERIÓDIKUS**

K3./ Számítsa ki a $h[k] = 6(0.4)^k \varepsilon[k]$ és $u[k] = 5(0.4)^k \varepsilon[k]$ függvények konvolúcióját!

$$y[k] = [30 \ (0.4)^k + 30k \ (0.4)^k] \varepsilon[k]. \dots\dots\dots$$

K4./ Egy folytonos idejű, lineáris, invariáns rendszer impulzusválasza:
 $h(t) = \varepsilon(t)[3\sin(5t + \pi/3)]$. Adja meg a rendszer válaszát az $u(t) = 5\delta(t-2)$ gerjesztésre! $y(t) = \varepsilon(t-2)[15\sin(5(t-2) + \pi/3)]$

K5./ Egy folytonos idejű, lineáris, invariáns rendszer állapotváltozós leírása:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -3 & -6 \\ 0.5 & -5 \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Határozza meg az állapotváltozók állandósult értékét az $u(t) = 4\varepsilon(t)$ gerjesztésre!

$$x_1(t \rightarrow \infty) = -16/9 \dots\dots\dots \quad x_2(t \rightarrow \infty) = 20/9 \dots\dots\dots$$