

Név: \_\_\_\_\_

Neptun kód: 

--	--	--	--	--	--

vizsga súlya:  50%  100%

<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>	<b>4.</b>	<b>5.</b>	$\Sigma$

**1. feladat (elmélet, 4+4\*4 pont)**

A: Mit mond ki Young tétele?

B: Mondjunk el mindent az  $i) - iv)$  problémákban szereplő differenciálegyenletek típusáról amit csak meg tudunk azokról állapítani, továbbá mindegyik esetben határozzuk meg a megoldások számát.

i)  $x \mapsto y(x)$ ?  $(y' + y + x)^2 = y' + y + x + 2, \quad y(1) = 0.$

ii)  $x \mapsto y(x)$ ?  $y' = x^2 + y'', \quad y(1) = 0.$

iii)  $x \mapsto y(x)$ ?  $(y')^3 = 1 + y^2, \quad y(1) = 0.$

iv)  $x \mapsto y(x)$ ?  $yy' = \cos(y), \quad y(1) = 0.$

**2. feladat (20 pont)**

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az adott kezdeti feltétellel!

$$0 < x \mapsto y(x) \quad (yx + e^x)' + y = 0, \quad y(1) = 1.$$

**3. feladat (20 pont)**

A hatványsorokra vonatkozó ismereteink segítségével számoljuk ki a

$$\left( \frac{d}{dx} \right)^5 \frac{\ln(2x + 3)}{1 - x^2} \Bigg|_{x=0}$$

ötödik derivált értékét. (Megjegyzés: az eredmény egy racionális szám, amit lehetőleg konkrétan  $\frac{k}{m}$  alakban írjunk is föl.)

#### 4. feladat (20 pont)

Számoljuk ki a

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < y, 0 < zy^2 < x^2(4 - (x^2 + y^2))\}$$

térrész térfogatát.

#### 5. feladat (20 pont)

Van egy  $R > 0$  sugarú (3-dimenziós)  $G$  gömbünk, aminek a középpontján átmegegy  $e$  egyenes. Legyen  $d$  az a függvény, ami minden ponthoz hozzárendeli az adott pont  $e$ -től vett távolságát. Számoljuk ki a

$$\int_G d^2$$

integrált.

*Megjegyzés a feladathoz:* a kérdéses függvénynek egy adott testre vett integráljának fizikai jelentése van: homogén test esetén a kapott értéket a test tömegsűrűségével beszorozva pontosan a test tehetetlenségi nyomatékát ( $\Theta$ ) kapjuk, mely forgó mozgás esetén kb. ugyanazt a szerepet játsza, mint a tömeg az egyenes vonalú mozgás esetén. (Pl. az  $\omega$  szögsebességgel forgó test mozgási energiája:  $\frac{1}{2}\Theta\omega^2$ .) Tehát a feladat lényegileg egy középpontján átmenő tengely körül megforgatott gömb tehetetlenségi nyomatékának a kiszámolása.