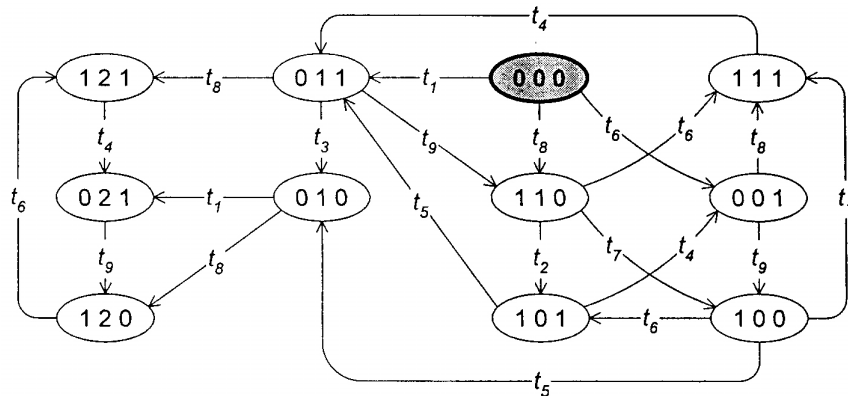


1. Elméleti kérdések

1.1. Petri hálók dinamikus tulajdonságai

Az alábbi ábra egy Petri háló állapotterét mutatja be. A hálóban 3 hely és 9 darab tranzíció található, amelyeket a p_1, p_2, p_3 és t_1, \dots, t_9 címkekkel jelölünk. Az állapotokat a token eloszlás vektorral címkéztük meg, tehát pl. $0\ 1\ 0$ jelentése: $M = (0, 1, 0)$, azaz $m(p_1) = 0$, $m(p_2) = 1$ és $m(p_3) = 0$. A kezdőállapot az $M_0 = (0, 0, 0)$ állapot (vastag vonalú, szürke háttérű csomópont).



1.1-1. Vizsgálja meg az ábrát, majd az állapotterét jellemzői és a tranzícióknak az ábrából leolvasható szemantikája alapján válaszoljon a Petri háló dinamikus tulajdonságaival kapcsolatos kérdésekre!

10 pont

	igaz	hamis	nem dönthető el		igaz	hamis	nem dönthető el
(a) A Petri háló élő	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(f) t_9 tranzíció L_4 -élő	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(b) A háló megfordítható	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(g) t_3 tranzíció L_3 -élő	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(c) Az állapotterét lefedhető T-invariánsokkal	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(h) t_4 és t_9 tranzíció korlátos fair	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(d) A hálóban létezik visszatérő állapot	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(i) t_2 és t_5 tranzíció korlátos fair	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(e) Lehet szabad választású (FC) a Petri háló ¹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(j) A háló globális fair tulajdonságú	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

¹ A tranzíciók bemenő és kimenő éleinek a működésből kikövetkeztethető felépítése sérti-e az FC alosztály kritériumait?

1.2. Petri hálók

1.2-1. Pusztán a szomszédossági mátrix és a kezdőjelölés ismeretében

2 pont

- | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|
| | igaz | hamis |
| (a) minden esetben eldönthető egy Petri hálóról, hogy korlátos. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) minden esetben eldönthető egy Petri hálóról, hogy élő. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) meghatározhatóak a háló minimális alapú T-invariánsai. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (d) eldönthető, hogy a hozzátartozó Petri háló szabad választású háló (ha tudjuk, hogy az élsúlyok 1-ek a Petri hálóban). | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

1.2-2. Mi igaz egy jelölt gráfra?

2 pont

- | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|
| | igaz | hamis |
| (a) Ha háló erősen összefüggő, akkor létezik olyan kezdőjelölés, hogy a háló a kezdőjelölés mellett élő. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) Ha háló egyben állapotgép alosztályba is tartozik, és a kezdőjelölés pontosan 1 tokenet tartalmaz, akkor a jelölt gráf elérhetőségi grájában minden elérhető állapotban pontosan 1 tranzíció tüzelhet csak. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) Ha a háló nem tartalmaz forrás tranzíciót, akkor a jelölt gráf korlátos. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (d) Erősen összefüggő jelölt gráf nem tartalmaz önhurkot alkotó tranzíciót. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

1.2-3. Strukturális tulajdonságok.

2 pont

- | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|
| | igaz | hamis |
| (a) Egy adott kezdőjelölés mellett deadlockmentes Petri háló részlegesen ismételhető. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) Egy ismételhető Petri háléhoz mindig található olyan kezdőjelölés, amely mellett deadlockmentes. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) Egy erősen összekötött állapotgép strukturálisan B-fair. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (d) Egy jelölt gráf strukturálisan B-fair. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

1.2-4. Tranzíció engedélyezettsége.

2 pont

- | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|
| | igaz | hamis |
| (a) Ha egy tranzíció engedélyezett, akkor a bemeneti helyein (ősein) pontosan annyi token van összesen, mint amennyi a megfelelő (az egyes helyekből a tranzícióba vezető) éleken szereplő élsúlyok összege. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) Ha egy Petri háló B-fair és egy tranzíció valamely tokeneloszlás esetén engedélyezett, akkor minden, ebből a tokeneloszlásból induló tüzelhető tranzíciószekvenciában ez a tranzíció szerepel. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) Ha egy szabad választású Petri hálóban egy helyből egy kisebb és egy nagyobb prioritású (időzítettlen tranzícióba) egyaránt vezet él, akkor nem létezik olyan kezdőállapot és hozzá egy tüzelhető tranzíciószekvencia, amelyben a kisebb prioritású tranzíció tüzelne. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

- (d) Ha egy kapacitáskorlátos Petri hálóban egy tranzíció engedélyezett, akkor a tranzíció kimeneti helyein kevesebb token van, mint a kapacitáskorlát és a megfelelő él súlyának különbsége.

1.2-5. Hogyan jellemezhető a fedési gráf?

2 pont

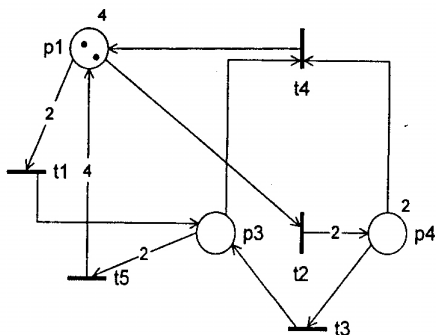
- (a) Egy állapotból kiindulva a fedési gráfban pontosan annyi rákövetkező csomópont található, amennyi az M állapotban engedélyezett tranzíciók száma. igaz hamis
- (b) A fedési gráf minden állapota fed legalább egy állapotot az (ugyanahhoz a Petri háléhoz tartozó) elérhetőségi gráfban.
- (c) Egy L₁-élő tranzíció mindig megjelenik a fedési gráfban címkéként.
- (d) Ha a fedési gráfban ω megjelenik címkéként egy állapotban, akkor az adott állapot biztosan fed egy, a kezdőállapotból ehhez az állapothoz vezető úton lévő állapotot.

2. Feladatok

2.1. Petri háló kapacitáskorlátal

- 2.1-1. Az alábbi Petri hálóban p₁ és p₄ hely esetén kapacitáskorlát adott ($C(p_1)=4, C(p_4)=2$), minden további hely végtelen kapacitású. Egészítse ki az ábrát úgy, hogy a hálóval ekvivalens, de kapacitáskorlát nélküli Petri hálós modellt kapjon!

3 pont

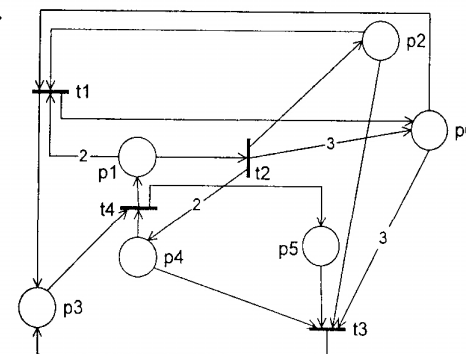


2.2. Petri hálók

Adott az ábrán látható Petri háló és a hozzá tartozó W szomszédossági mátrix.

$$W = \begin{matrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \\ p_1 & 1 & -1 & a & 0 & 0 \\ p_2 & -2 & 2 & 0 & 6 & -2 \\ p_3 & c & -1 & -1 & 0 & 1 \\ p_4 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ p_5 & -1 & d & -4 & 1 & 3 \\ p_6 & 0 & 0 & 0 & -3 & 3 \end{matrix}$$

$$A = \begin{matrix} p_1 & -2 & -1 & 0 & 1 \\ p_2 & -1 & b & -1 & 0 \\ p_3 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ p_4 & 0 & 2 & -1 & d \\ p_5 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ p_6 & a & 3 & c & 0 \end{matrix} \begin{matrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{matrix}$$



- 2.2-1. Milyen számokat kell a W szomszédossági mátrixban a betűvel jelölt kitéltetlen helyekre írunk?

1 pont

- 2.2-2. Jelölje az egyes P-invariánsok melletti négyzetben, hogy azok (I) P-invariánsai (de nem minimális alapúak) a fenti Petri hálónak, (M) minimális alapú P-invariánsai a Petri hálónak, vagy (X) nem P-invariánsa a Petri hálónak.

3 pont

- (a) (4,1,7,0,3,1)
- (b) (1,0,2,0,1,0)
- (c) (2,0,4,1,3,0)
- (d) (3,0,6,0,3,1)

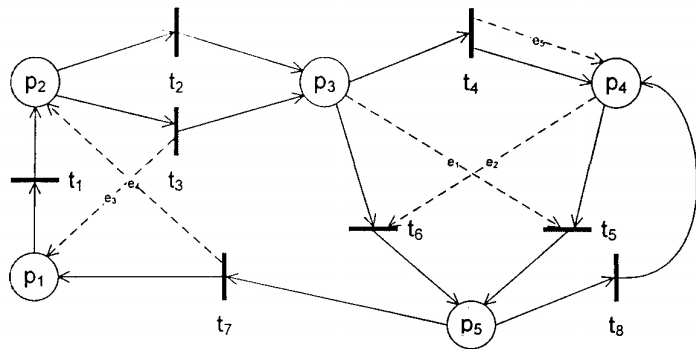
- 2.2-3. Jelölje az egyes T-invariánsok melletti négyzetben, hogy azok (I) T-invariánsai (de nem minimális alapúak) a fenti Petri hálónak, (M) minimális alapú T-invariánsai a Petri hálónak, vagy (X) nem T-invariánsa a Petri hálónak.

3 pont

- (a) (0,2,2,2)
- (b) (0,1,1,0)
- (c) (1,1,0,3)
- (d) (0,1,0,2)

2.3. Petri háló alosztályok

Az alábbi ábrán egy Petri háló látható. Minden él súlya 1. A szaggatott vonallal jelölt élek is közönséges, 1 súlyú élek számítanak. (A szaggatott élek és a rájuk írt azonosítók csak a 2.3-2-es feladat leírásához szükségesek, azaz nem élsúlyokat jelölnek).



2.3-1. Melyik legszűkebb alosztályba tartozik a fenti Petri háló? Indokolja a választ az alosztály jellemzőinek megadásával!

2 pont

2.3-2. Melyik legszűkebb alosztályba tartozik az az N' Petri háló, amelyet a fenti Petri hálóból a következő (szaggatott vonallal jelölt) élek törlésével kapunk: e_1, e_2, e_3, e_4 ? Indokolja a választ az alosztály jellemzőinek megadásával!

$+e_5$

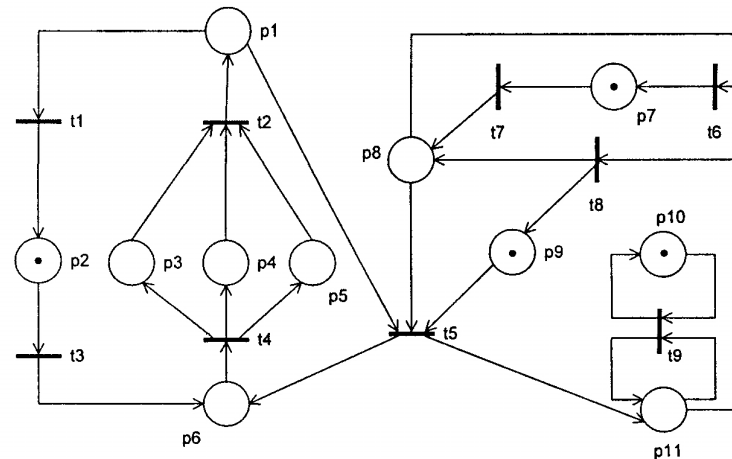
2 pont

2.3-3. Élő és/vagy biztos lesz-e a csonkított N' Petri háló a következő kezdőállapottal: $(0, 0, 1, 1, 0)$? Válaszát indokolja!

2 pont

2.4. Petri hálók redukciós módszerei

Az alábbi ábrán egy Petri háló látható. A tanult tulajdonságmegtartó redukciós technikák ismételt alkalmazásával (pl. soros helyek összevonása, önhurokban levő tranzíciók törlése, stb.) redukálja a hálót minimális méretűre, majd határozza meg a háló kért dinamikus tulajdonságait?



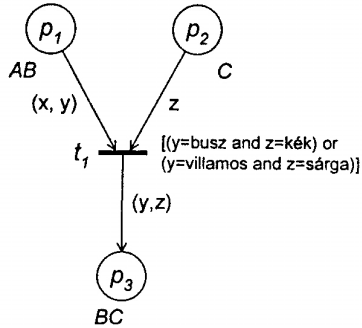
2.4-1. Élő és/vagy biztos tulajdonságú a fenti ábrán látható Petri háló? Adja meg a redukció menetét (melyik lépésben milyen elemeket vont össze/törölt, melyik redukciós szabály alapján), és a végeredményként kapott minimális méretű redukált hálót rajzolja is fel!

3 pont

2.5. Színezett Petri háló: széthajtogatás

Adott az ábrán látható színezett Petri háló modell. A szinosztályok jelentését a mellékelt definíciók mező adja meg.

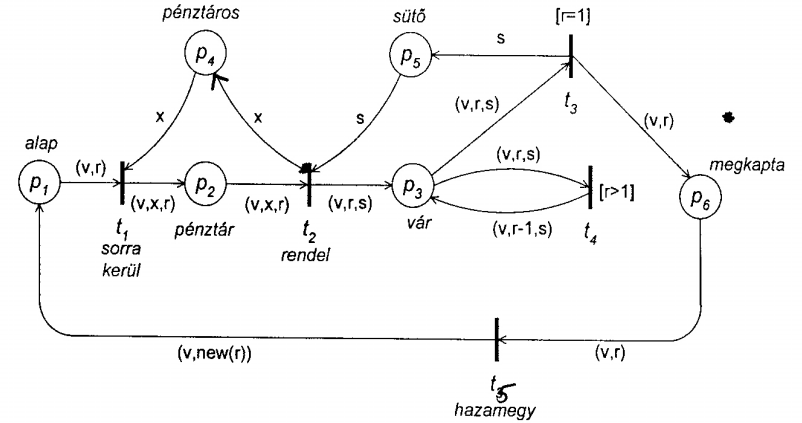
color A = with 4-es | 6-os
 color B = with busz | villamos
 color C = with kék | sárga
 color AB = product A*B
 color BC = product B*C
 var x: A; var y: B; var z: C



2.5-1. Készítse el a fenti színezett Petri háló struktúrával ekvivalens működésű színezetlen Petri háló struktúrát, azaz a színezett Petri háló széthajtogatását! 4 pont

2.6. Színezett Petri háló: modellezés

Az alábbi ábrán egy gyorsétterem egyszerűsített színezett Petri háló modellje látható. Az étteremben 3 vevő lehet egyszerre, őket jelöli a V szinosztály: $V=\{v_1, v_2, v_3\}$. Az alkalmazottak közül ketten pénztárosok, őket jelöli az X szinosztály: $X=\{x_1, x_2\}$, ketten pedig szendvicssütők, őket jelöli az S szinosztály: $S=\{s_1, s_2\}$. Ha van szabad pénztár, akkor a vendégek rendelhetnek. A pénztárgép hibája miatt legfeljebb három szendvicset kérhetnek egyszerre. A rendeléseket az R szinosztály jelöli: $R=\{1, 2, 3\}$. A rendelés felvétele után az egyik szendvicssütő alkalmazott elkészíti a szendvicseket. Ha a rendelés több szendvicse szól, akkor a vendégnek ugyanaz a szendvicssütő készíti el a szendvicseit egyesével. Kiszolgálás után a vendégek hazamennek, majd újra betérnek az étterembe, ha megéheztek. A tranzíciók mellé írt szögletes zárójelben megadott kifejezések őrfeltételeket jelölnek.



2.6-1. Mít modellez a t_3 és t_4 tranzíció? 2 pont

2.6-2. Mi változna az ábrán, ha bármelyik szendvicssütő bármelyik szendvicset elkészíthetné? 2 pont

2.6-3. Mi a különbség a p_6 és p_1 hely jelentése között? Mít modellez ez? 1 pont

2.6-4. Írjon fel egy olyan kezdőállapotot, amelyben egyik alkalmazott sem dolgozik, és a vevők sorban állnak! 2 pont