Sztochasztika vizsga
2010. december 20.
Felsőbb matematika tárgy, Villamosmérnök MSc

1. (2 pont) Definiálja a mozgó-átlag folyamat, és az autoregressziós folyamat fogalmát. Mikor lesz egy autoregressziós folyamat stacionárius folyamat?

2. (6 pont) A gyárban a gyártósorról lejövő termékekről a gyártásvezető azt állítja, hogy 10% a selejt aránya és 20% a kiváló minőségű példányok aránya. Ennek ellenőrzésére elvégeztünk egy vizsgálatot 200 terméken, melynek eredménye a következő:

	selejt	normál	kiváló
darabszám	34	130	36

Döntsük el ez alapján 95%-os szinten, hogy elfogadjuk-e a gyártásvezető állítását.

3. (4 pont) Egy város napi energiafogyasztása normális eloszlású ismeretlen σ szórással és a korábbi tapasztalatok alapján ismert m várható értékkel. n napon keresztül végeztünk méréseket $x_1, \dots, x_n$ eredménnyel. Adjunk maximum likelihood becslést σ-ra.

4. (13 pont) *$M/M/1/B$ kiszolgáló rendszer.* Egy véges pufferrel rendelkező csomagkiszolgáló rendszert kell üzembe állítanunk egy olyan környezetben, ahol Poisson-folyamat szerint érkeznek be csomagok $\lambda = 1$ rátával, és a csomagok mérete egymástól függetlenül exponenciális eloszlásúak 2 *várható értékkel.* Az ütemezőt úgy tervezték, hogy 10 csomagot tud tárolni a pufferében, ebbe az a csomag is beletartozik, amelyik éppen kiszolgálás alatt van. Ha egy csomag akkor érkezik be, amikor 10 csomag van benn, akkor teljesen eldobódik. A szervernek a kapacitása C (feltesszük, hogy $C > 0$), ahol $C = 1$ azt jelenti, hogy egységnyi méretű csomagot egységnyi idő alatt szolgál ki.

   (a) Ha C a kapacitás, akkor egy csomag kiszolgálási ideje milyen eloszlású?

   (b) Legyen $X(t)$ a pufferben bent lévő csomagok száma t időben. $(X(t),\ t \geq 0)$ folytonos idejű Markov-lánc 11 állapottal. Határozzuk meg a ráta mátrixot (2. definíció), és a beágyazott Markov-lánc átmenetvalószínűség mátrixát, továbbá a tartási idő paramétereket (1. definíció).

   (c) Határozzuk meg $(X(t),\ t \geq 0)$ stacionárius eloszlását. (Segítség: írjunk fel rekurziót a stacionárius eloszlás koordinátáira a kisebb sorszámú koordinátáktól haladva a nagyobb sorszámúak felé.)

   (d) Legyen $C = 1$. Határozzuk meg, hogy a kiszolgáló beindítása után hosszú idővel, mi a valószínűsége annak, hogy i csomag van a pufferben. Határozzuk meg ezt a valószínűséget, minden $i = 0, 1, \dots, 10$ számra. A kiszolgálóhoz érkező csomagok hányadrészét utasítja vissza a kiszolgáló?

   (e) Legyen $C = 1$. Ha a pufferben $1 \leq i \leq 9$ csomag tartózkodik, akkor a kiszolgáló működése egy időegység alatt egy pénzegység. Ha $i = 0$, akkor a költség 0. Ha $i = 10$, akkor a működés költsége 100 pénzegység. Határozzuk meg a kiszolgáló működésének hosszútávú átlagos költségét egy időegységre nézve.