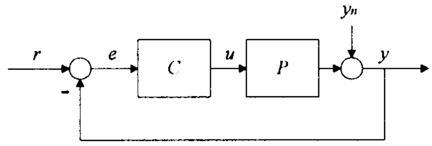
MEGOLDÁSOK

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A csoport
2012.10.16. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



$P(s)=\dfrac{5}{1+2s}$. Az r alapjel értéke zérus, a kimeneten egységugrás zavarás hat, $y_n(t)=1(t)$.
A kimenőjel a zavarás hatására $y(t)=e^{-t}$.

a./ Határozza meg a $C(s)$ szabályozó átviteli függvényét!
b./ Vázolja fel a felnyitott kör Bode diagramját. Adja meg a vágási körfrekvencia és a fázistöbblet értékét!
c./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja!
d./ Mekkora hibával követi a szabályozás az egységugrás és az $r(t)=t1(t)$ sebességugrás alapjelet? **[4 pont]**

2. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör hurokátviteli függvénye $L(s)=Ke^{-2s}/s$. Egységnyi negatív visszacsatolást alkalmazunk. Adja meg K értékét, ha a fázistartalék értéke 60°! **[4 pont]**

3. Tekintsük a $H(s)=\dfrac{4}{1+2s}$ átviteli függvénnyel adott rendszert.
a./ Adja meg a rendszer átmeneti függvényének (egységugrás válaszának) analitikus kifejezését. Vázolja fel az átmeneti függvény időbeli lefolyását minőségileg helyesen. Mi az átmeneti függvény kezdeti és végértéke?
b./ Vázolja fel a rendszer közelítő Bode diagramját (amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia görbe). **[4 pont]**

4. Egy rendszer állapotmátrixai: $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & -3\end{bmatrix}$; $\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}1\\ 0.5\end{bmatrix}$; $\boldsymbol{c}^T=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}$; $d=0$.
a./ Adja meg a rendszer átviteli függvényét.
b./ A rendszer bemenőjele $u(t)=\sin t$. Adja meg a kvázistacionárius szinuszos kimenőjel amplitúdóját. **[4 pont]**

5. Adja meg az állapotegyenlet megoldását az időtartományban!
$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & -3\end{bmatrix}$; $\boldsymbol{X}(0)=\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}$; $u(t)=0$. Adja meg az állapotváltozók értékét a $t=2$ időpontban! **[3 pont]**

6. Adja meg az érzékenységi függvény és a kiegészítő érzékenységi függvény definícióját! Mit mutat meg az érzékenységi függvény? Hogyan számítja ki a modulus tartalék minimális értékét az érzékenységi függvény alapján? **[3 pont]**

7. Adja meg a gyökhelygörbe definícióját! Legyen egy zárt szabályozási rendszerben a felnyitott kör átviteli függvénye
$L(s)=k\dfrac{s+10}{s(s+1)(s+5)}$. Hol van a gyökhelygörbének szakasza a valós tengelyen? **[4 pont]**

8. Adja meg a *Youla* paraméter definícióját. Legyen a folytonos idejű (FI) folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{1+4s}e^{-6s}$.

Adja meg a *Youla*-parametrizálást realizáló szabályozási kört az $R_r(s)=\dfrac{1}{1+2s}$ és $R_n(s)=\dfrac{1}{1+0.5s}$ referencia modellek esetén! Végezze el minden szükséges elem kiszámítását és rajzolja fel a kapott hatásvázlatot! **[4 pont]**

A1

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2012.10.16.

1. ZÁRTHELYI A CSOPORT MEGOLDÁS

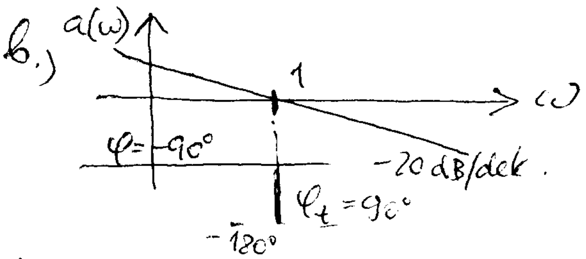
1.) a.) $\frac{y(s)}{y_r(s)} = \frac{1}{1+CP}$; $\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{1+CP} = \frac{1}{s+1}$

$P = \frac{5}{1+2s}$ $\qquad 1+CP = \frac{s+1}{s} = 1+\frac{1}{s}$

$L = CP = \frac{1}{s}$

$$\boxed{C = \frac{1+2s}{5s}}$$

b.)



$\boxed{\begin{matrix}\omega_c = 1 \\ \varphi_t = 90^\circ\end{matrix}}$

c.) Stabilis. $\varphi_t > 0$ (Struktúrálisan stabilis.)

d.) Az egységugrást 0 hibával, a sebességugrást $1/K = 1$ hibával követi.

2.) $L(s) = \frac{K e^{-2s}}{s}$; $\varphi(\omega_0) = -\frac{\pi}{2} - 2\omega_0 = -\frac{2\pi}{3}$

$2\omega_0 = \frac{\pi}{6}$; $\omega_0 = \frac{\pi}{12}$

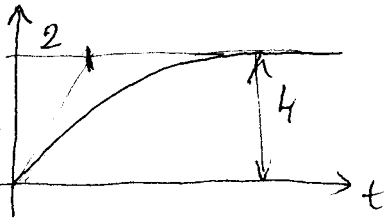
$|L(j\omega_0)| = 1 = \frac{K}{\omega_0}$; $\boxed{K = \omega_0 = \frac{\pi}{12}}$

3.) $H(s) = \frac{4}{1+2s}$; $v(s) = \frac{1}{s}\cdot\frac{4}{1+2s} = \frac{2}{s(s+0.5)}$

a.)

$v(0) = 0$;

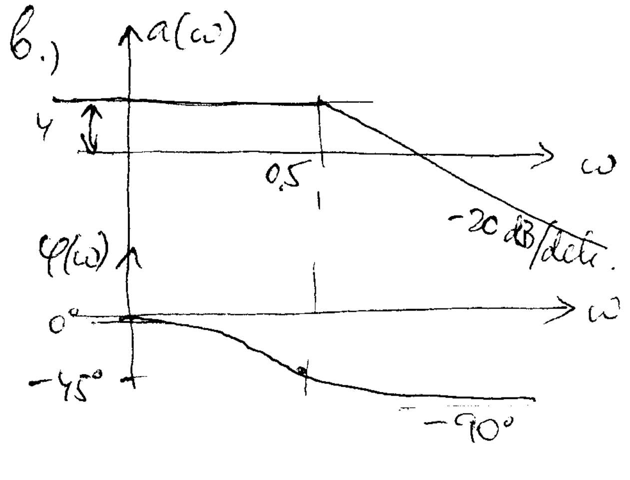
$v(t\to\infty) = 4$.



$v(t) = \mathcal{L}^{-1}[v(s)] = \frac{2}{0.5}e^{0t} + \frac{2}{-0.5}\cdot e^{-0.5t}$

$v(t) = 4(1 - e^{-0.5t})$

b.)



4.) $H(s) = c^T (sI - A)^{-1} b + d =$

a.)

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ 0 & s+3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{(s+2)(s+3)} \begin{bmatrix} s+3 & 0 \\ 0 & s+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{s+2} + \frac{0.5}{s+3} = \frac{1.5s+4}{(s+2)(s+3)}$$

b.) $$|H(j\omega)|_{\omega=1} = \frac{\sqrt{16+2.25}}{\sqrt{4+1} \cdot \sqrt{9+1}} = \frac{\sqrt{18.25}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \sqrt{\frac{18.25}{50}}$$

5.) $$X(t) = e^{At} X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} b\, u(\tau)\, d\tau$$

$$\begin{bmatrix} e^{-2t} & 0 \\ 0 & e^{-3t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-2t} \\ 2e^{-3t} \end{bmatrix}_{t=2} = \begin{bmatrix} e^{-4} \\ 2e^{-6} \end{bmatrix}$$

6.) Érzékenységi fv.:

$$S = \frac{1}{1+C \cdot P} = \frac{\Delta T/T}{\Delta P/P}$$

Megmutatja, hogy a szakasz relatív megváltozása mennyire befolyásolja az zárt rendszer eredő átviteli függvényének relatív megváltozását.

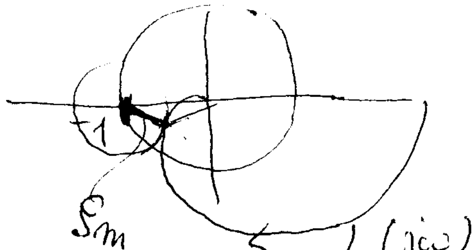
Kiegészítő érzékenységi fv.:

$$T = \frac{CP}{1+CP}$$

$$S + T = 1$$

$$S_m = \frac{1}{\max_\omega |S(j\omega)|}$$

modulus tartalék

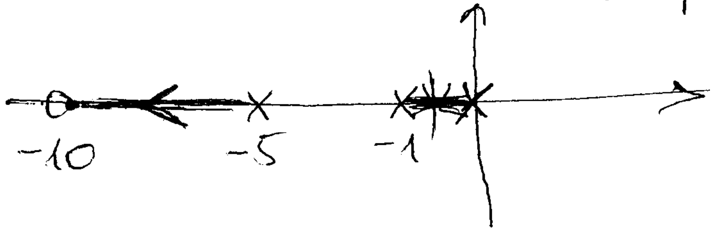


7.) A gyökhelygörbe a zárt rendszer pólusait (a karakterisztikus egyenlet gyökeit) adja meg, miközben a nyitott kör valamelyik paramétere (tipikusan a hurokerősítés) 0 és ∞ között változik.

A3

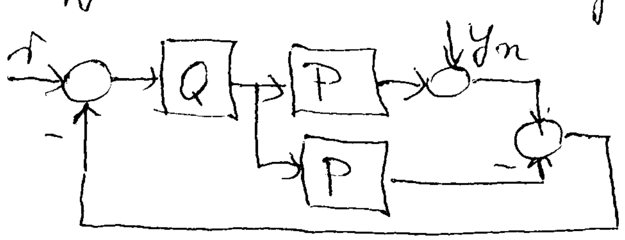
$$L(s) = k\,\frac{s+10}{s(s+1)(s+5)}.$$

A valós tengelyen ott van a gyökhelygörbének szakasza, ahol az adott ponttól jobbra a nyitott kör pólusainak és zérusainak összege páratlan.



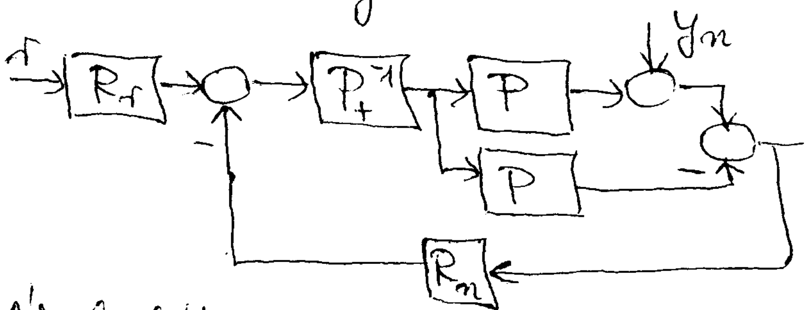
8.) Youla paraméter: $Q = \dfrac{C}{1+CP}$; $P = P_+ P_-$

Egyenértékű szabályozási struktúrák:

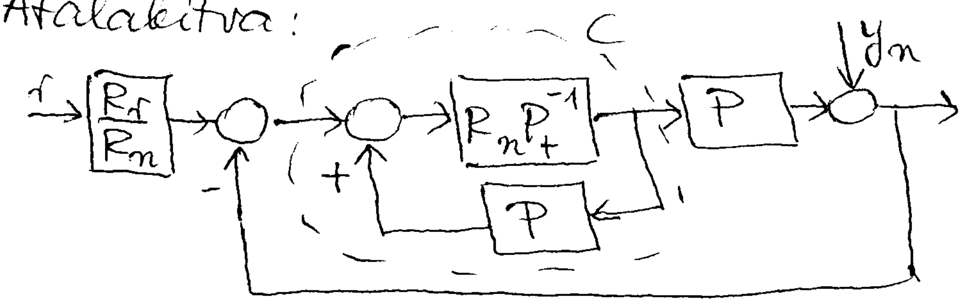


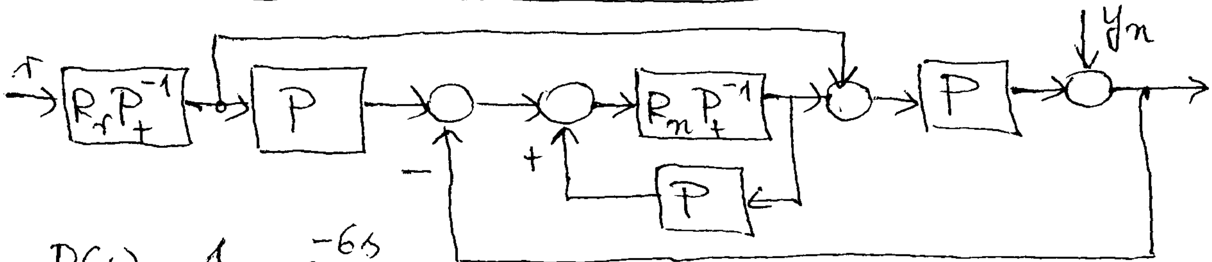
Legyen $Q = P_+^{-1}$.

Szűrővel kiegészítve:



Átalakítva:





$P(s) = \dfrac{1}{1+4s} e^{-6s}$; $R_r = \dfrac{1}{1+2s}$; $R_n = \dfrac{1}{1+0.5s}$

$P_+ = \dfrac{1}{1+4s}$; $R_r P_+^{-1} = \dfrac{1+4s}{1+2s}$; $R_n P_+^{-1} = \dfrac{1+4s}{1+0.5s}$.

$P_- = e^{-6s}$

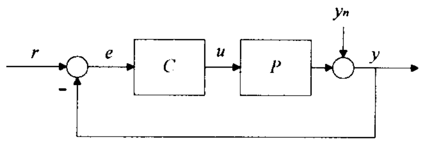
MEGOLDÁSOK

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, B csoport

2012.10.16. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



a./ Adja meg a zárt körben az eredő átviteli függvényeket az y kimenőjel és az r alapjel között, illetve az y kimenőjel és az y_n zavarójel között!

b./ $P(s)=\dfrac{1}{4s^2}$, $C(s)=\dfrac{1+10s}{1+0.2s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját (amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia diagram)! Jelölje be az ábrán a vágási körfrekvenciát és a fázistartalékot! Stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja!

c./ Adja meg az u beavatkozójel kezdeti és végértékét, ha $r(t)=1(t)$ és $y_n(t)=0$.

d./ $r(t)\equiv 0$ alapjel és $y_n(t)=t\cdot 1(t)$ sebességugrás zavarójel mellett adja meg az $y(t)$ jel állandósult értékét! **[4 pont]**

2. Adja meg a kéttárolós lengő tag átviteli függvényét, pólusainak elhelyezkedését a komplex számsíkon, átmeneti függvényének és Bode amplitúdó-körfrekvencia diagramjának jellegét $\xi=0.2$ és $\xi=0.5$ csillapítási tényezők mellett. **[3 pont]**

3. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör hurokátviteli függvénye $L(s)=Ke^{-4s}/s$. Egységnyi negatív visszacsatolást alkalmazunk. Adja meg K azon értékét, amely mellett a fázistartalék értéke $\varphi_t=45^\circ$! **[4 pont]**

4. Egy folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{K}{s(1+sT)}$. Bemenőjele $u(t)=\sin(3t)$, a folyamat kimenőjele kvázistacionárius állapotban $y(t)=0.2\sin\left(3t-135^\circ\right)$. Határozza meg K és T értékét. **[4 pont]**

5. Adja meg a gyökhelygörbe definícióját! Legyen egy zárt szabályozási rendszerben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=K\dfrac{s-5}{(s+1)(s+2)}$ $(K\ge 0)$. Vázolja fel a gyökhelygörbét! Analizálja a zárt rendszer stabilitási tulajdonságait. **[4 pont]**

6. Vizsgálja meg, hogy az $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 2 & -3\end{bmatrix}$ és $\boldsymbol{c}^T=\begin{bmatrix}2 & 2\end{bmatrix}$ paramétermátrixokkal adott állapotegyenletű folyamat megfigyelhető-e ? **[4 pont]**

7. Számítsa ki az $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}0\\ -1\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{c}^T=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}$ és $d=0$ paramétermátrixokkal adott állapotegyenletű folyamat átviteli függvényét és adja meg a folyamat átviteli tényezőjét (erősítését) ! **[3 pont]**

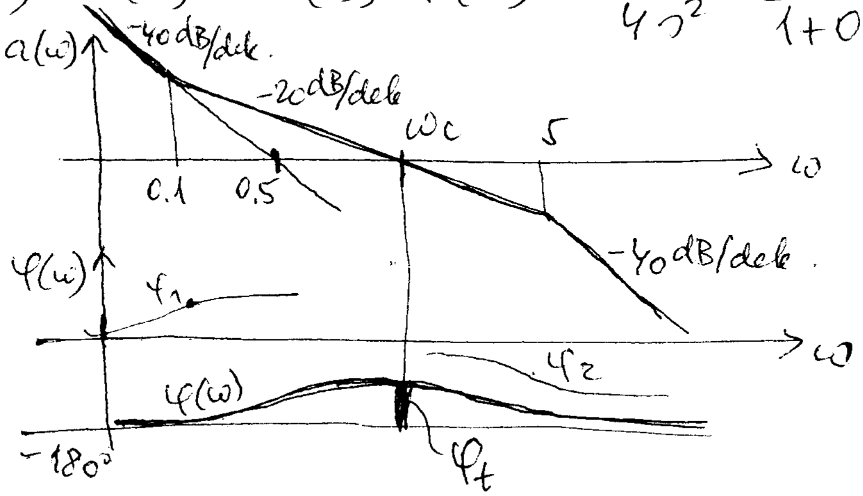
8. Adja meg a *Youla* paraméter definícióját! Legyen a folytonos idejű (FI) folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{1+5s}e^{-10s}$. Adja meg a *Youla*-parametrizálást realizáló szabályozási kört az $R_r(s)=\dfrac{1}{1+2s}$ és $R_n(s)=\dfrac{1}{1+s}$ referencia modellek esetén! Végezze el minden szükséges elem kiszámítását és rajzolja fel a kapott hatásvázlatot! **[4 pont]**

B1

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZH 2012.10.16.
B CSOPORT

1.) a.) $\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{C \cdot P}{1+C \cdot P}$; $\frac{y(s)}{y_n(s)} = \frac{1}{1+C \cdot P}$.

b.) $L(s) = C(s) \cdot P(s) = \frac{1}{4s^2} \frac{1+10s}{1+0.2s}$

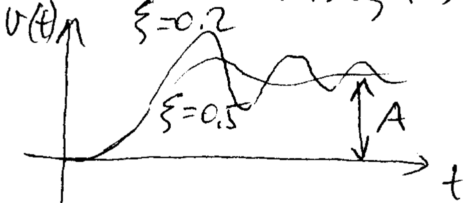


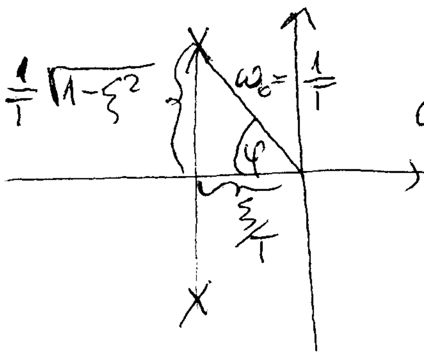
A szabályozási kör stabilis (strukturálisan).
$\varphi_t > 0$.

c.) $u(0) = 50$; $u(t \to \infty) = 0$.

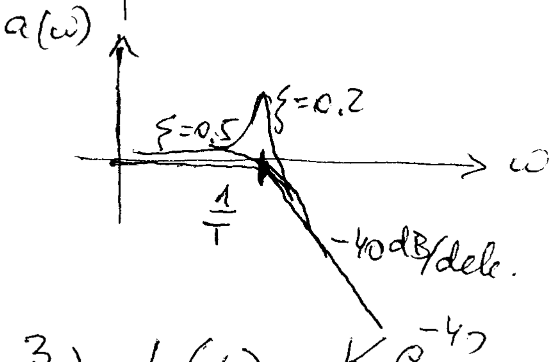
d.) $y(t \to \infty) = 0$

2.) $H(s) = \frac{A}{1+2\xi T s + T^2 s^2}$





$\cos\varphi = \xi$



$A = 1$

Kiemelés $\omega = \frac{1}{T}$ -nél: $\frac{1}{2\xi}$.

3.) $L(s) = \frac{K e^{-4s}}{s}$; $-\frac{\pi}{2} - 4\omega_0 = -\frac{3\pi}{4}$; $4\omega_0 = \frac{\pi}{4}$

$\omega_0 = \frac{\pi}{16}$

$|L(j\omega_0)| = 1$

$\frac{K}{\omega_0} = 1$; $\boxed{K = \omega_0 = \frac{\pi}{16}}$

4.) $P(s) = \dfrac{K}{s(1+sT)}$; $u(t) = \sin(3t)$;

$y(t) = 0.2\sin(3t - 135°)$.

$\varphi(3) = -135° = -90° - \operatorname{arctg} 3T$

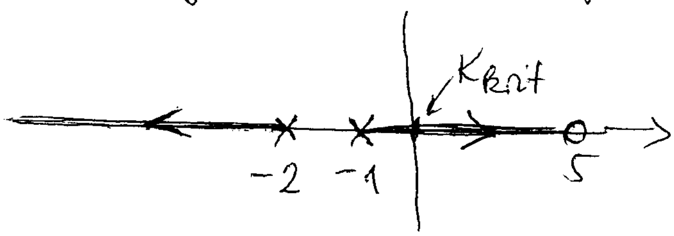
$\operatorname{arctg} 3T = 45°$; $3T = 1$, $\boxed{T = 1/3}$

$|P(j3)| = 0.2$; $\left.\dfrac{K}{\omega\sqrt{1+\omega^2T^2}}\right|_{\omega=3} = 0.2$

$K = 0.2 \cdot 3\sqrt{1+9\cdot\frac{1}{9}} = 0.6\sqrt{2}$

$\boxed{K = 0.6\sqrt{2}}$

5.) Gyökhelygörbe definíciója: ld. A csoportnál.



Kis erősítésekre a rendszer stabilis. K_{krit}-nál nagyobb értékekre labilis.

6.) $M_{obsv} = \begin{bmatrix} c^T \\ c^TA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -6 \end{bmatrix}$ rank $M_{obsv} = 2$

($\det M_{obsv} = -8$)

Megfigyelhető.

7.) $H(s) = c^T(sI-A)^{-1}b + d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -1 \\ 1 & s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} =$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{s}{s^2+1} & \frac{1}{s^2+1} \\ -\frac{1}{s^2+1} & \frac{s}{s^2+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} = -\dfrac{1}{s^2+1}$

Az átviteli tényező: -1.

8.) Lásd A8.

$$P(s) = \frac{1}{1+5s} e^{-10s} \; ; \; P_+ = \frac{1}{1+5s} \; ; \; P_- = e^{-10s} \, .$$

$$R_r(s) = \frac{1}{1+2s} \; ; \quad R_n(s) = \frac{1}{1+s} \, .$$

Blokkvázlatok: ld. A8.

$$R_r \cdot P_+^{-1} = \frac{1+5s}{1+2s} \; ; \quad R_n P_+^{-1} = \frac{1+5s}{1+s} \, .$$