

# JAVÍTÁSI PÉLDÁNY

Csak egész pontszám adható

## 1. nagypélda.

Egy másodrendű, mindent áteresztő DI rendszer átviteli függvényének egyik valós pólusa  $p_1$  ( $0 < p_1 < 1$ ), egyik zérusa  $q_1 = -\frac{1}{p_1}$ , és átviteli tényezője 0 frekvencián  $K$ .

- (a) Adja meg a rendszer átviteli függvényének másik pólusát és zérusát, és írja fel a rendszer átviteli karakterisztikájának normál alakú kifejezését! (5 pont)

A továbbiakban  $K$  és  $p_1$  valamely értéke mellett a rendszer átviteli karakterisztikája

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{1 - e^{-j2\vartheta}}{1 - 0,25e^{-j2\vartheta}}$$

- (b) Adja meg a rendszer válaszjelének komplex spektrumát, ha gerjesztő jele  $u_b[k] = 2\delta[k] + 2\delta[k - 1]$ ! (3 pont)
- (c) Adja meg a rendszer válaszjelét valós Fourier sor alakban, ha a bemeneti jel a periodikus  $u_c[k]$  jel, amelyre  $u_c[k] = u_b[k]$ , ha  $0 \leq k \leq 3$ , és minden  $k$ -ra  $u_c[k + 4] = u_c[k]$ ! (6 pont)
- (d) Adja meg a rendszer impulzusválaszát! (6 pont)

- (a) A mindent áteresztő DI rendszer pólus-zérus pár kapcsolata:  $q_i = \frac{1}{p_i^*}$ , így a másik pólus illetve zérus:  $p_2 = -p_1$ , illetve  $q_2 = \frac{1}{p_1}$ . (2 pont)

$$H(z) = A \frac{z^2 - (\frac{1}{p_1})^2}{z^2 - p_1^2}, \quad H(e^{j\vartheta})|_{\vartheta=0} = \frac{A p_1^2 - 1}{p_1^2 1 - p_1^2} = K, \text{ tehát } A = -K p_1^2. \quad (2 \text{ pont})$$

$$H(z) = \frac{-K p_1^2 z^2 + K}{z^2 - p_1^2} = \frac{-K p_1^2 + K z^{-2}}{1 - p_1^2 z^{-2}} \quad (1 \text{ pont}) \quad \text{Összesen: } \mathbf{5 \text{ pont}}$$

- (b)  $U(e^{j\vartheta}) = 2 + 2e^{-j\vartheta}$ , (1 pont)  $Y(e^{j\vartheta}) = \frac{(1 - e^{-j2\vartheta})(2 + 2e^{-j\vartheta})}{1 - 0,25e^{-j2\vartheta}}$  (2 pont)

Összesen: **3 pont**

- (c)  $\vartheta_0 = \frac{\pi}{2}$ ,  $U_0^C = 1$ ,  $U_0 = 1$ . (1 pont)

$$U_1^C = \frac{1}{4}(2 + 2e^{-j\frac{\pi}{2}}) = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}; \quad U_1 = \sqrt{2}, \quad \varrho_1 = -\frac{\pi}{4}$$

$$U_2^C = \frac{1}{4}(2 + 2e^{-j\pi}) = 0, \quad U_2 = 0. \quad (2 \text{ pont})$$

$$u[k] = 1 + \sqrt{2} \cos(k\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}) \quad (1 \text{ pont})$$

$$H((e^{j\vartheta})|_{\vartheta=0} = 0, \quad H(e^{j\vartheta})|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}} = \frac{8}{3}, \quad y[k] = 3,7712 \cos(k\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}) \quad (2 \text{ pont})$$

Összesen: **6 pont**

- (d)  $H(z) = \frac{z^2 - 1}{z^2 - 0,25} = 1 - \frac{0,75}{(z - 0,5)(z + 0,5)} = 1 - z^{-1}(\frac{0,75z}{z - 0,5} - \frac{0,75z}{z + 0,5})$  (4 pont)

$$h[k] = \delta[k] + \varepsilon[k - 1]0,75((-0,5)^{k-1} - (0,5)^{k-1}) \quad (2 \text{ pont}) \quad \text{Összesen: } \mathbf{6 \text{ pont}}$$

## 2. nagypélda.

A folytonos idejű rendszer  $h(t) = \varepsilon(t)(5e^{-2t} + 2e^{-4t})$  impulzusválaszával adott.

- (a) Adja meg a rendszer átviteli karakterisztikáját, és írja fel normál alakban! (4 pont)  
 (b) Számítsa ki a rendszer válaszjelét, ha a gerjesztő jel az  $u(t) = 10 \cos^2 2t$  periodikus jel! (6 pont)  
 (c) Számítsa ki a rendszer válaszjelét az  $u(t) = \varepsilon(t)e^{-4t}$  gerjesztő jelre! (6 pont)  
 (d) Rajzolja fel a rendszer egy kanonikus hálózat realizációját! (4 pont)

(a)  $H(j\omega) = \frac{5}{j\omega + 2} + \frac{2}{j\omega + 4} = \frac{7j\omega + 24}{(j\omega)^2 + 6j\omega + 8}$  4 pont

(b)  $u(t) = 5 + 5 \cos 4t$  (2 pont)

$H(j\omega)|_{\omega=0} = 3, \quad H(j\omega)|_{\omega=4} = \frac{24 + j28}{-8 + j24} = 1,4577e^{-j1,0304}$  (2 pont)

$y(t) = 15 + 7,2887 \cos(4t - 1,0304)$  (2 pont) Összesen: 6 pont

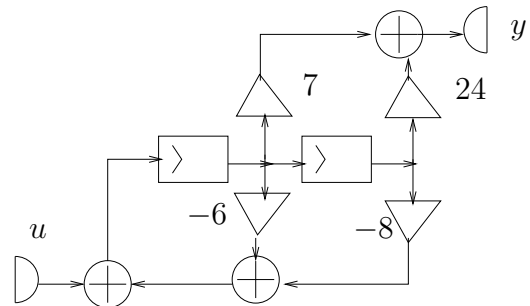
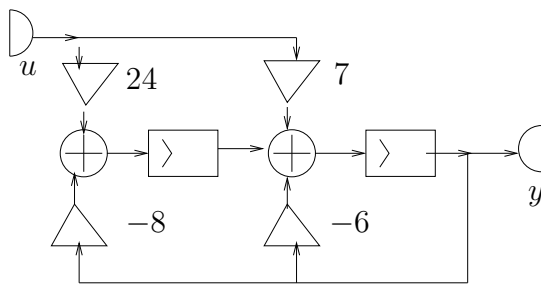
(c)  $Y(s) = \frac{1}{s+4} \frac{7s+24}{s^2+6s+8}$  (2 pont)

$Y(s) = \frac{7s+24}{(s+4)^2(s+2)} = \frac{-2,5}{s+4} + \frac{2}{(s+4)^2} + \frac{2,5}{s+2}$  (2 pont)

$y(t) = \varepsilon(t)[2,5e^{-2t} + (2t - 2,5)e^{-4t}]$  (2 pont)

Összesen: 6 pont

- (d) Az alábbi két hálózat bármelyike megfelel.



4 pont

### Kispéldák.

1. Adja meg annak a feltételét, hogy az  $x(t)$  jel Fourier és Laplace transzformáltjának kapcsolatára  $X(j\omega) = X(s)|_{s=j\omega}$  érvényes legyen!

$x(t)$  belépő és abszolút integrálható legyen

2 pont

2. Egy FI rendszer átviteli függvénye:  $H(s) = \frac{-s^2 + as - 2}{s^2 + bs + 4}$ . Mekkora  $a$  és  $b$  érték mellett minimál fázisú a rendszer?

$a < 0$  és  $b > 0$

2 pont

3. Adja meg az  $x[k] = 25\varepsilon[k+2](0,4)^{k+2}$  DI jel  $\mathcal{Z}$  transzformáltját, ha létezik, illetve indokolja "nem létezik" válaszát!

$X(z) = \frac{4z}{z - 0.4}$

2 pont

4. Adja meg annak a DI rendszernek az átviteli függvényét, amelynek az  $u[k] = 0,2\varepsilon[k](0,5)^k$  gerjesztő jelre a válaszjele  $\delta[k]$ !

$H(z) = 5 - 2,5z^{-1}$

2 pont

5. Az  $x(t)$  belépő FI jel Laplace transzformáltja  $X(s) = \frac{6}{s^2 + s + 4}$ . Adja meg a jel  $x'(t)$  deriváltjának kezdeti értékét!

$x'(+0) = 6$

2 pont

6. Adja meg azt a belépő  $x[k]$  DI jelet, amelynek  $\mathcal{Z}$ -traanszformáltja  $X(z) = \frac{3z}{(z - 0,8)^2}$ !

$$x[k] = \varepsilon[k]3k(0,8)^{k-1}$$

**2 pont**

7. Adja meg a  $h[k] = \delta[k+2] + 10\varepsilon[k](0,2)^k$  impulzusválaszú DI rendszer átviteli függvényét, ha létezik, illetve indokolja “nem létezik” választát!

Nem létezik, a rendszer nem kauzális.

**2 pont**

8. Adja meg az  $x(t) = 5\varepsilon(t)e^{-t}$  jel sávszélességét azzal a feltétellel, hogy a spektrum elhanyagolható azokon a frekvenciákon, ahol az amplitúdó spektrum kisebb maximumának ötvened részénél!

$$\Delta\omega = 49,99 \approx 50$$

**2 pont**

9. Adja meg a  $H(j\omega) = \frac{j\omega + 2}{j\omega + 4}$  átviteli karakterisztikájú rendszer válaszjelét az  $u(t) = 5\varepsilon(t)e^{-2t}$  bemeneti jelre!

$$y(t) = 5\varepsilon(t)e^{-4t}$$

**2 pont**

10. Adja meg a  $h[k] = 2\varepsilon[k](0,5)^k \cos(\frac{\pi}{3}k)$  impulzusválaszú DI rendszer átviteli függvényét normál aqlakban (valós együtthatójú polinomok hányadosaként)!

$$H(z) = \frac{2z^2 - 0,5z}{z^2 - 0,5z + 0,25} = \frac{2 - 0,5z-1}{1 - 0,5z^{-1} + 0,25z^{-2}}$$

**2 pont**