2018. Ősz zh

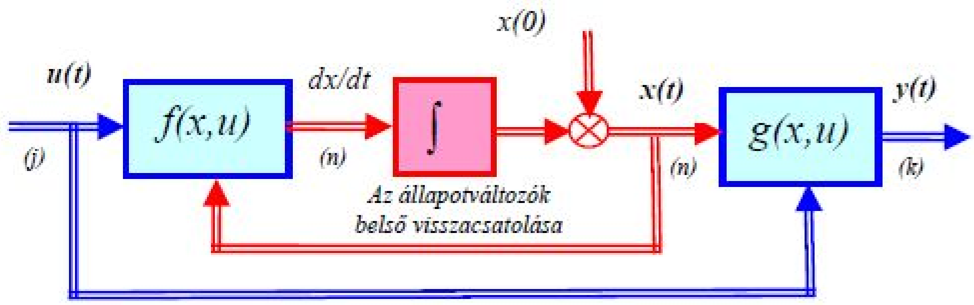
1.: *Egy elsőrendű, nemlineáris, dinamikus rendszer állapotegyenlete:*

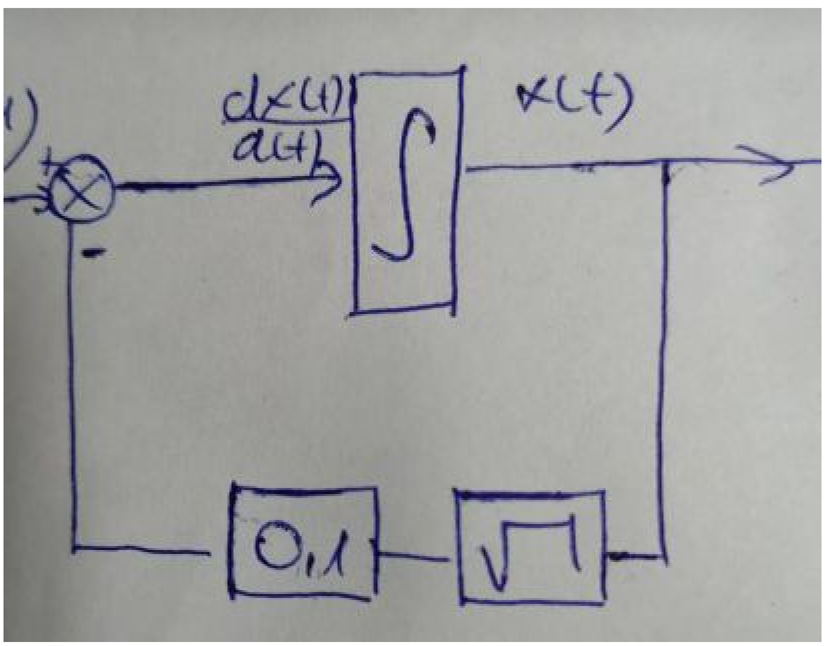
$$\frac{dx(t)}{dt} = f[x(t),\ u(t)] = \ -0.1\sqrt{x(t)} + u(t)$$

$$y(t) = g[x(t),\ u(t)] = x(t)$$

Adottak az f nemlineáris és g lineáris függvények, az u(t)=0 bemenőjel és az állapotváltozó x(0)=1 kezdeti értéke.

1/a) *adja meg a rendszer matematikai modelljét lineáris és nemlineáris alaptagokat tartalmazó hatásvázlatát!*





1/b) *Számítsa ki az x(t) állapotváltozó és az y(t) kimenőjel értékét az x(T), x(2T), y(T), y(2T) időpontokban, ha a számítás lépésköze T=0.2!*

Euler-módszerrel közelítéssel megoldható.

Általánosan: $x[(k+1)T] \approx x(kT) + f[x(kT),\ u(kT)]\ *\ T$

$x(T) = x(0.2) = x(0) + 0.2 * (-0.1\sqrt{x(0)} + 0) = 1 + 0.2 * (-0.1) = 0.98$

$x(2T) = x(0.4) = x(0.2) + 0.2 * (-0.1\sqrt{x(0.2)} + 0) = 0.98 + 0.2 * (-0.1 * \sqrt{0.98}) = 0.9602$

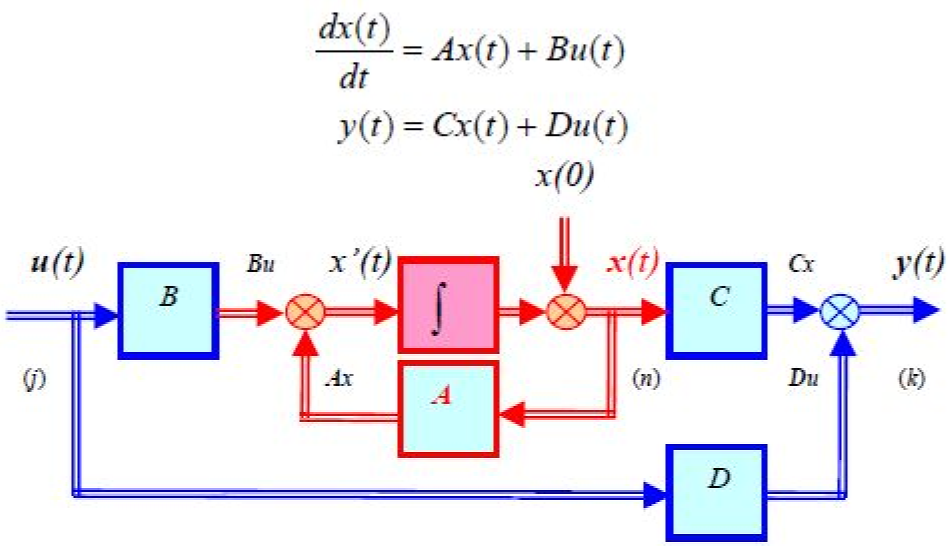
$y(T) = x(T) = 0.98$

$y(2T) = x(2T) = 0.9602$

***2.:** Az n-ed rendű, j számú bemenőjelű, k számú kimenőjelű lineáris rendszer állapotegyenlete:*

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

***2/a)** Adja meg a paraméter mátrixok méreteit!*



Lineáris MIMO rendszer hatásvázlata

Ebben a feladatban a fenti ábra a lőtéri kutyát nem érdekli. Kizárólag a könnyebb memorizálás miatt van itt, hogy értsük a mátrixok dimenzióit.

A = n*n;
B = n*j;
C = k*n;
D = k*j

j: bemenő jelek száma,
k: kimenő jelek száma,
n: állapotváltozók száma

***2/b)** Mi a rendszer stabilitásának a feltétele?*

Ljapunov stabilitási kritérium:
$K(\lambda) = det(\lambda I - A) = 0$ karakterisztikus egyenletnek minden λ_i gyökére igaz, hogy Real(λ_i) < 0.

***2/c)** Milyen feltételnek kell teljesülnie ahhoz, hogy $u(t) = u_0$ állandó bemenőjel és tetszőleges x(0) kezdeti feltétel határa a $t = \infty$ időpontbeli állandósult állapot $x_0 = A^{-1}Bu_0$ állapotváltozóval és $y_0 = Cx_0 + Du_0 = (-C\ A^{-1}B + D)u_0$ kimenőjellel létrejöjjön?*

A feladat szöveg a <u>stabilitás</u> következménye.

***3.:** Egy n-ed rendű lineáris, dinamikus SISO tag rendszeregyenlete (n>m):*

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_{n-1} \frac{d\,y(t)}{dt} + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + b_{m-1} \frac{d\,u(t)}{dt} + b_m u(t)$$

***3/a)** Adott $a_i\ (i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n),\ b_i\ (i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ m)$ állandó paraméterek és u(t) gerjesztés ismeretében a rendszer egyenlet megoldásának milyen módszerei vannak?*

Ez egy n-ed rendű lineáris differenciálegyenlete a rendszernek.
Analitikus megoldás(megoldó képlet).

Laplace-transzformációval operátor tartományban algebrai módszerekkel.
Adams Euler, Runge-Kutta módszerekkel numerikusan oldható meg.
MATLAB [y,x]=lsim(A,B,C,D,u,t,x0) használata.

***3/b)** Milyen MATLAB függvények támogatják a rendszer egyenlet megoldását?*

lsim, step, impulse, initial

***4.:** Egy arányos szabályozási rendszerben a szabályozó $W_c(s)$ és a folyamat $W_p(s)$ átviteli függvényei:*

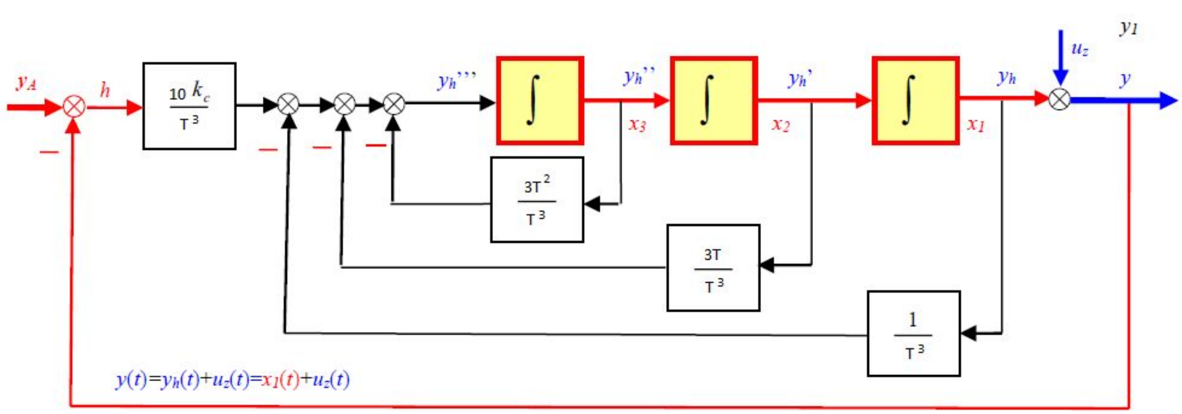
$$W_c(s) = k_c,\ W_p(s) = \frac{10}{(1+sT)^3},\ k_c > 0,\ T > 0$$

***4/a)** Adja meg a rendszer hatásvázlatát és írja fel a rendszer eredő átviteli függvényét!*

$$W_0 = W_c * W_p = \frac{10k_c}{(1+sT)^3}$$

$$W_R = \frac{W_0}{1+W_0} = \frac{10k_c}{10k_c+(1+sT)^3}$$

Thomas-Kelvin féle visszacsatolási elv alapján a kifejtett hatásvázlat:



4/b) *A fenti rendszer kapcsán mit ír le az alábbi egyenlet:* $(1+sT)^3 + 10k_c = 0$ *?*

Ez a rendszer karakterisztikus polinomja, $K(\lambda)$. Ha a polinom gyökeinek valós része kisebb, mint 0, akkor a rendszer stabil.

5.: *Egy lineáris SISO átviteli függvénye* $W(s) = \frac{G(s)}{H(s)}$

5/a) *Mit értünk az átviteli függvényének direkt és részlettörtes felbontása alatt?*

Direkt felbontás:
Számláló/nevező = y / u. Tehát külön egyenlőséget kapunk a válaszra és a gerjesztésre. Itt a polinomiális alakról van szó.

Részlettörtes felbontás:
A direkt felbontást addig alakítjuk, míg olyan törteket kapunk, amelyek nevezőinek gyökei mind 1-1 pólus. Arra használjuk, hogy megkönnyítse az inverz Laplace-transzformációt (már ha nem matlabbal transzformálunk…).

$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{G(s)}{H(s)} = \underbrace{\frac{g_0 s^m + g_1 s^{m-1} + \cdots + g_{m-1}s + g_m}{s^n + h_1 s^{n-1} + \cdots + h_{n-1}s + h_n}}_{\text{polinomiális alak}} = \underbrace{g_0 \frac{(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}}_{\text{pólus-zérus alak}} = \underbrace{\frac{r_1}{s-p_1} + \frac{r_2}{s-p_2} + \cdots + \frac{r_n}{s-p_n}}_{\text{részlettörtes alak } (n \rangle m)}$$

5/b) *Mit jelent és hogyan viselkedik az egytárolós arányos T tag? Adja meg az átviteli függvényét?*

Jelentése: arányos szabályozás fáziskéséssel.

$W(s) = \frac{k}{1+sT}, T > 0$

K → arányos tag, ami a gerjesztésre adott válasza, annak konstansszorosa

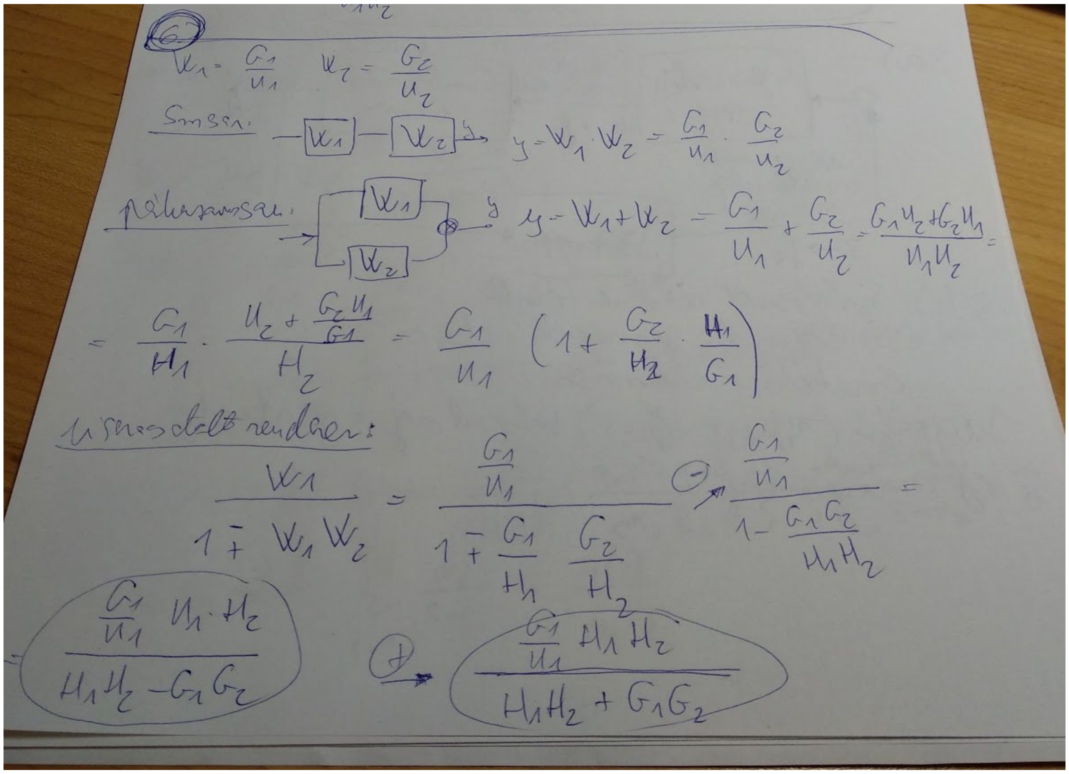
$\frac{1}{1+sT}$ → egytárolós tag, ami a rendszer tehetetlenségét jellemzi. A kimenet nem azonnal követi a bement változását, hanem bizonyos fáziskéséssel.

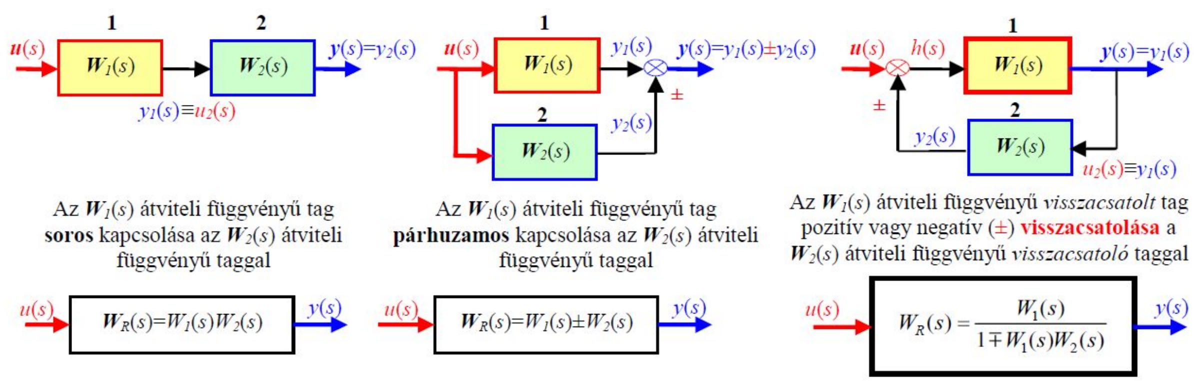
Ugyanez másképp:
$\omega < \frac{1}{T}$ → P taggal közelíthető
$\omega > \frac{1}{T}$ → I taggal közelíthető
Először az (I) integráló hatás érvényesül, majd hosszabb idő múlva az (P) arányos hatás érvényesül.

5/c) *Értelmezze az [r, p, k] = residue(G, H) MATLAB függvényt! Adja meg, hogy mikor, milyen célra használjuk a rendszerek elemzése során!*

G: a rendszer válaszának Laplace transzformáltja.
H: a rendszer gerjesztésének Laplace transzformáltja.
k: a konstans szorzó
r: a számláló,
p: a pólusok
A residue függvény a G és H felhasználásával részlettörtes alakot hoz létre.
Részlettörtekre bontáskor használjuk, ha meg akarjuk mondani egy rendszer pólusait.

6.: *A* $W_1(s) = \frac{G_1(s)}{H_1(s)}$ *és* $W_2(s) = \frac{G_2(s)}{H_2(s)}$ *átviteli függvényű tagok egymással soros, párhuzamos vagy visszacsatolt kapcsolást alkothatnak (G(s), H(s) az s változó polinomja).*
Indokolja meg az alábbi állítást: Ha $W_1(s)$ *és* $W_2(s)$ *stabilis tagokat jellemeznek, akkor a soros vagy a párhuzamos kapcsolás* $W_R(s)$ *eredő átviteli függvénnyel leírt tagjai is stabilisak maradnak, de ha valamelyikük labilis tag, akkor az eredő rendszer is labilis tulajdonsággal rendelkezik. Visszacsatolt struktúra esetén az eredő rendszer annak ellenére labilis is lehet, hogy a* $W_1(s)$ *és* $W_2(s)$ *stabilis tagokat definiálnak, illetve ha valamelyik tag (ol.: a* $W_1(s)$*) labilis, az eredő visszacsatolt rendszert a másik (pl.: a* $W_2(s)$*) átviteli függvény megfelelő megválasztásával stabilizálni is lehet.*





Soros és párhuzamos kapcsolás mellett, ha mindkét tag stabilis, az eredő rendszer is stabilis, de ha valamelyikük labilis az eredő rendszer is labilis.
Visszacsatolás mellett (a zárthurkú jelterjedés következményeként) stabilis tagok mellet is lehet az eredő rendszer labilis, és ha valamelyik (pl. a W1(s) átviteli függvényű) tag labilis, az eredő rendszer (a W2(s) átviteli függvény megfelelő megválasztásával) stabilitása még ettől függetlenül biztosítható is lehet.

Itt a lényeg a $\frac{G(s)}{H(s)}$ függvények kibontása, hogy a rendszernek hogyan alakul az eredeti átviteli függvényekből. Itt a rendszer H(s)-ét vizsgálva láthatjuk, hogy stabil H(s)-ekből áll párhuzamosan és sorosan kapcsolva, viszont visszacsatolva a G(s)-ek is közrejátszanak, ezért megfelelő tervezéssel lehet instabil is.

7.: *Arányos szabályozási rendszer körerősítése* $k = k_c * k_p$ *, az y szabályozott jellemzőre ható zavarás* u_z *.*
7/a) *Mi a szerepe a k-nak az* u_z *zavarás y-ra kifejtett nemkívánatos hatásának mérséklésében?*

K az u_z zavaró jelet csökkenti.

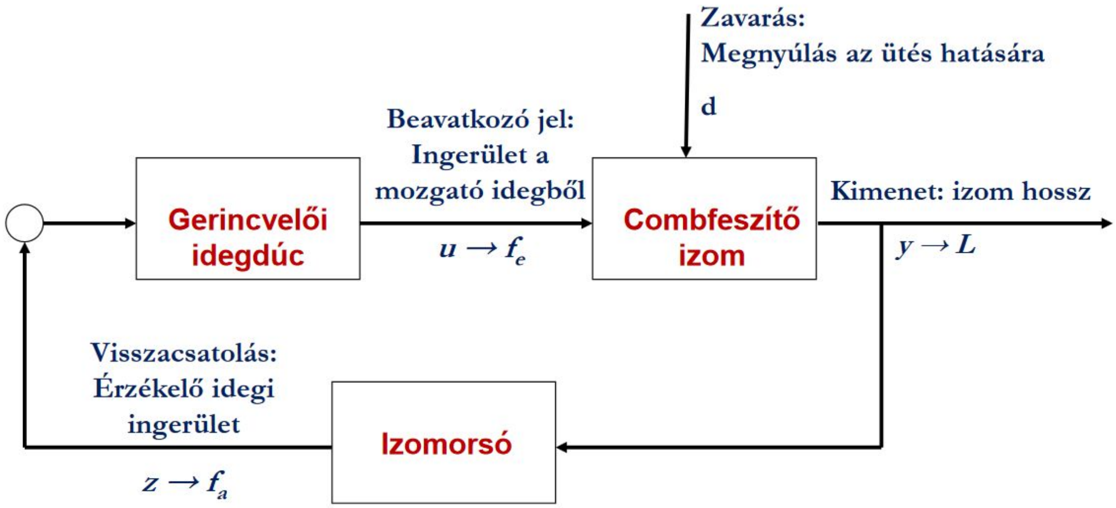
7/b) *Mit jelent a* k_{krt} *kritikus körerősítés fogalma?*

Az a körerősítés, amelynél a rendszer még éppen stabil. Az e feletti értékre a rendszer már instabil.

7/c) k_{krt} *ismeretében mekkorára célszerű megválasztani az arányos szabályozás körerősítését?*

Általában a k_{krt} érték felére célszerű megválasztani, mert ekkor a megfelelő stabilitási tartalék is biztosítható.

8.: *A combizom gerincvelői szabályozását leírhatjuk egy szabályozási körként.*
8/a) *Rajzolja fel a combizom gerincvelői szabályozását modellező szabályozási kör hatásvázlatát!*



8/b) Nevezze meg, hogy a szabályozott szakasz és a szabályozó szerepét a valóságban mi tölti be, ill. Hogyan valósul meg a jelátvitel!

Szabályozott szakasz: combfeszítő izom
Szabályozó: gerincvelői idegdúc
Érzékelő: izomorsó
Idegpályán (efferens - beavatkozó jel, afferens - visszacsatolás) valósul meg a jelátvitel.

8/c) Milyen szabályozástechnikában megismert taggal tudná leírni a szabályozót?

Arányos tag