Matematika A3 villamosmérnököknek

4. vizsgadolgozat

2011. január. 24. 12.15-13.45

Név:
Neptun kód:
Előadó:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	$\sum$:

1. Oldja meg az alábbi kezdetiérték-problémát. *(10 p.)*

$$y'(x) + y(x)\sin(x) = 3x^2 e^{\cos x} \qquad y(0) = e$$

2. Legyen γ az origó középpontú $R \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ sugarú kör pozitív irányítással. *(10 p.)* Számolja ki a $\oint_\gamma \frac{1}{(z+1)^2(z^2+1)} \,\mathrm{d}z$ integrált.

3. Tekintsük a $v(x,y,z) = (2xy, x^2 + 2yz, y^2)$ vektormezőt és a $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^3$, *(10 p.)* $\gamma(t) = (t, t^2, e^t)$ görbét. Számolja ki a v vektormező integrálját γ görbe mentén, vagyis a $\int_\gamma v$ integrált.

4. Legyen F a $z = 0$ síkban lévő origó középpontú, $R \in \mathbb{R}^+$ sugarú, felfelé irányított *(10 p.)* körlap és $v(x,y,z) = (x^3y^2z, x^2y, xy)$ vektormező. Számolja ki a v vektormező integrálját az F felületen, vagyis a $\int_F v$ integrált.

5. Határozza meg az $f(z) = \frac{z - \sin z}{z^4}$ függvény reziduumát a 0 pontban és számolja *(10 p.)* ki a $\oint_{|z|=1} f(z)\,\mathrm{d}z$ integrált.

6. Legyen $f(x + \mathrm{i}y) = u(x,y) + \mathrm{i}v(x,y)$ egy $\mathbb{C} \to \mathbb{C}$ függvény és legyen z_0 egy belső *(10 p.)* pontja az f értelmezési tartományának. Döntse el, hogy melyik állítás igaz és melyik hamis.

1. Ha f reguláris a z_0 pontban, akkor ott differenciálható. I
2. Ha f differenciálható a z_0 pontban, akkor ott reguláris. I
3. Ha f folytonos a z_0 pontban, akkor ott differenciálható. I
4. Ha f differenciálható a z_0 pontban, akkor ott folytonos. I
5. Ha az u és v függvényre teljesülnek a Cauchy–Riemann-egyenletek a z_0 pontban, akkor f ott differenciálható.
6. Ha f differenciálható a z_0 pontban, akkor ott teljesülnek a Cauchy–Riemann-egyenletek az u és a v függvényre.
7. Ha f reguláris, akkor u és v harmonikus. H
8. Ha u és v harmonikus, akkor f reguláris. I
9. Ha f differenciálható és korlátos, akkor állandó.
10. Ha f differenciálható és integrálható, akkor állandó.