

**A \*-gal jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!**

**1\*. feladat (6+6+6+6=24 pont)**

$$a) \int_0^{\pi/2} \sin^3(x) \cos^2(x) dx = ?$$

$$b) \int_0^{\infty} \frac{1}{x^2 + 6x + 12} dx = ?$$

$$c) \int \frac{x}{x^2 - 4x + 4} dx = ?$$

$$d) \int x \ln x dx = ?$$

**2\*. feladat (2+6=8 pont)**

a) Mondja ki a Newton-Leibniz tételt!

b) Milyen  $p$ -re konvergens  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^{p+3}} dx = ?$  Állítását bizonyítsa!

**3\*. feladat (8 pont)**

Számolja ki az alábbi görbe ívhosszát:

$$y = 2x^{3/2}, \quad 1 \leq x \leq 2.$$

**4. feladat (12 pont)**

Határozza meg a  $(-iz)^3 = 8$  egyenlet összes komplex megoldását algebrai alakban! Készítsen egy ábrát a gyökök elhelyezkedéséről!

**5. feladat (8+4=12 pont)**

a) Mondja ki és igazolja a függvények szorzatára vonatkozó deriválási szabályt!

b) Adja meg  $x^{x^2}$  deriváltját!

**6. feladat (10+10=20 pont)**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \cos(\pi x)(\sqrt{x^2 + x} - x) = ? \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \cos(\pi x)(\sqrt{x^2 + 1} - x) = ?$$

**7. feladat (16 pont)**

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$$

Végezze el a függvény teljes vizsgálatát (értelmezési tartomány, értékészlet, határértékek  $\pm\infty$ -ben, monotonicitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, inflexiós pontok)! Ábrázolja a függvényt!

**IMSC feladat (14 IMSC pont)**

Legyen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  egy mindenütt differenciálható függvény. Igazolja, hogy ha

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = \infty,$$

akkor  $f$  nem egyenletesen folytonos a  $[0, \infty)$  halmazon!