

Név: _____ Neptun: _____

1	2	3	4	5	6	7	Σ

Felsőbb Matematika 1. pótZH

2014-12-12

1. Írjuk fel annak a lineáris leképezésnek a mátrixát, mely a teret az $x + y + z = 0$ egyenletű síkra vetíti az $(1, 1, 0)$ vektorral párhuzamosan! (3 pont)

2. Oldjuk meg az

$$\begin{aligned} 3x + 5y + 4z &= 4 \\ x + y + z &= 1 \\ 4x + 10y + 10z &= 4 \end{aligned}$$

egyenletrendszert az együttható márix PLU-felbontásának segítségével! (4 pont)

3. Határozzuk meg az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

mátrix pszeudo inverzét!

(4 pont)

4. Melyek pozitív definiték az alábbi mátrixok közül? (3 pont)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

5. Legyen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Diagonalizáljuk az \mathbf{A} mátrixot és adjuk meg a spektrálfelbontását!

b) Bontsuk fel az $(1, 1, 1)$ vektort az \mathbf{A} mátrix sajátaltéréibe eső komponensekre!

c) Mennyi $\frac{2}{\pi} \arcsin(\mathbf{A})$ értéke? (4 pont)

6. Egy 10×10 -es \mathbf{A} mátrixnak λ 10-szeres algebrai multiplicitású sajátértéke. $(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})^k$ nullterének dimenziója $k = 1, 2, 3, 4$ esetén rendre 5, 8, 9, 10. Írjuk fel a Jordan-féle normálalakját! (3 pont)

7. Mutassuk meg, hogy ha λ sajátértéke \mathbf{A} -nak, de μ nem, akkor $\frac{1}{\lambda - \mu}$ sajátértéke az $(\mathbf{A} - \mu \mathbf{I})^{-1}$ mátrixnak. (4 pont)