

Algoritmusok és gráfok - Vizsga
2019. január 4.

A válaszokat indokolni kell, de a feladatokban szereplő tanult algoritmusokat nem kell részletesen leírni, elég csak azokat a részeket kifejteni, amelyek az indokláshoz szükségesek.

- Az alábbi pszeudokód inputja két n -szer n -es tömb, A és B , melyekben az i . sor j . elemét $A[i, j]$ illetve $B[i, j]$ jelöli ($1 \leq i, j \leq n$). A pszeudokód a futása során a B tömb néhány elemét változtatja meg. Mutassa meg, hogy a kód által megadott algoritmus lépésszáma $O(n^3)$.

```

for i = 1 to n:
  for j = 1 to n:
    for k = 1 to n:
      if A[i, k] = A[j, k]:
        B[i, j] := 1

```
- Az órán tanult Bellman-Ford algoritmus az s kezdőcsúcsból az összes többi csúcsba a legrövidebb út hosszát úgy határozza meg, hogy $T[i, v]$ -vel jelölt értékeket számol ki minden $1 \leq i \leq n - 1$ egész számra, a gráf minden v csúcsára. Mi $T[1, v]$ jelentése? Hogyan kell kiszámolni a gráf csúcsaira a $T[1, v]$ értékeket és miért?
- A $3, 7, 1, x, 2, 12, 10$ inputon futtatva a beszúrásos rendezést egyszer csak az $1, 3, x, 7, 2, 12, 10$ állapotot kapjuk. Adja meg az összes olyan x egész számot, amire ez előfordulhat, ha tudjuk, hogy x egy olyan szám, ami máshol nem szerepel a tömbben.
- Egy egyszerű, irányított G gráfon DFS-t (mélységi bejárást) futtattunk az A csúcsból. A csúcsokat A, C, D, B, E, F sorrendben látogattuk meg, a DFS feszítőfa élei pedig AC, CD, AB, BE, BF .

 - Lehetséges-e, hogy a G gráfban van él E -ből A -ba?
 - Lehetséges-e, hogy a G gráfban van él D -ből B -be?
- Dijkstra algoritmusát lefuttatva egy egyszerű, irányított gráfban az A csúcsból, a futás végén a legrövidebb utak nyomkövetésére szolgáló *honnon* tömb így néz ki:

A	B	C	D	E	F	G
A	C	G	F	C	A	A

Mi a legrövidebb út A -ból E -be (azaz mely csúcsok és milyen sorrendben következnek az úton) és miért?

- Egy állistával adott n csúcsú, e élű, irányított, egyszerű G gráfban adott a csúcsoknak egy u_1, u_2, \dots, u_n sorrendje (itt minden csúcs pontosan egyszer szerepel). Azt szeretnénk eldönteni, hogy a csúcsok ebben a sorrendben irányított kört alkotnak-e a gráfban. Adjon erre a feladatra $O(n + e)$ lépésszámú algoritmust.

- Mátrixával adott egy város úthálózatának összefüggő, élsúlyozott, irányítatlan, egyszerű gráfja: a csúcsok a csomópontok, az élek a csomópontok közötti közvetlen utak, az élek súlya pedig azt mutatja, hogy hány hómunkás tudja az adott útszakaszt letakarítani 1 óra alatt. Szeretnénk tudni, hogy legalább mennyi hómunkásra van szükség összesen ahhoz, hogy egy éjszakai hóesés után (ami reggel 6-kor elállt), a 7 órás munkakezdés után 1 órán belül a főtérről (ami egy csúcs a gráfban) a város összes csomópontja elérhető legyen letakarított úton. Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és ha $O(n^2)$ lépésben választ akarunk kapni, ahol n a csomópontok száma?
- Adott két bináris keresőfa, mindegyikben n különböző elemet tárolunk. Adjon $O(n)$ lépésszámú eljárást, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy a két fában ugyanazok a számok szerepelnek.