

2023 január 12.  
Munkaidő: 110 perc

## KALKULUS VIZSGA 2

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet

Név: \_\_\_\_\_

Neptun kód: 

--	--	--	--	--	--	--

<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>	<b>4.</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>	<b>+</b>	<b><math>\Sigma</math></b>

- Engedélyezem**, hogy a pontszámomat és a jegyemet a Neptun kódommal (de név nélkül) feltüntessék nyilvánosan az előadás Teams csoportjában.
- Nem engedélyezem**, hogy a pontszámomat és a jegyemet a Neptun kódommal (de név nélkül) feltüntessék nyilvánosan az előadás Teams csoportjában.

1. (15p) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert!

$$\begin{aligned}7x + 2z &= 46 \\ -14x + 4y - 3z &= -106 \\ 21x + 8y - 10z &= 74\end{aligned}$$

2. (15p) Számítsa ki az alábbi határértéket, amennyiben létezik!

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n+1}{n-10} \right)^{2n-1}$$

3. (15p) Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán! Az összes megoldást sorolja fel!

$$z^4 = -16$$

4. (10p+5p) Számítsa ki az alábbi határértéket, amennyiben léteznek!

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 - \sin(3\pi x)}{\sqrt{x^3 + 4 \cos(-\pi x)}}$

**Két oldalas a feladatsor.**

5. (20p) Hol van értelmezve a

$$f(x) = \frac{x}{(1 - 2x)^2}$$

függvény? Adja meg azon legbővebb nyílt intervallumokat, amelyeken a fenti függvény monoton nő, illetve csökken! Ha van szélsőérték helye, adja meg!

6. (20p) Számítsa ki az alábbi helyettesítéses integrált a  $t = e^x$  helyettesítéssel!

$$\int \frac{e^x}{e^x + 3} dx = ?$$

**Az alábbi feladatot csak a 40% eléréséhez javítjuk ki.**

(15p) Adja meg az

$$f(x) = e^{2x-1} - \frac{x^2}{20-x}$$

függvény derivált függvényét! Emellett adja meg az  $(x_0, f(x_0))$  ponton áthaladó érintőjének az egyenletét, ha  $x_0 = 0$ .

*Részleges megoldásért részpontszám adható, de indoklás nélküli eredményközlésért nem jár pont. Az előadáson vagy gyakorlatokon bizonyított állítások felhasználhatók bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve (például "Előadáson/Gyakorlaton bizonyítottuk, hogy. . ."), kivéve ha a feladat éppen a szerepelt állítás bizonyítása. **Semmilyen segédeszköz nem használható, számológép sem! Mobiltelefont használni tilos! Ha egy feladatnál egyértelműen megállapítható az egymásról másolás ténye, akkor a megoldások beküldőinek (beleértve azt is, akiről történt a másolás) nem jár pont. Jó munkát!***