Elektrosztatika

I. Dörzselektromosság, alapjelenségek

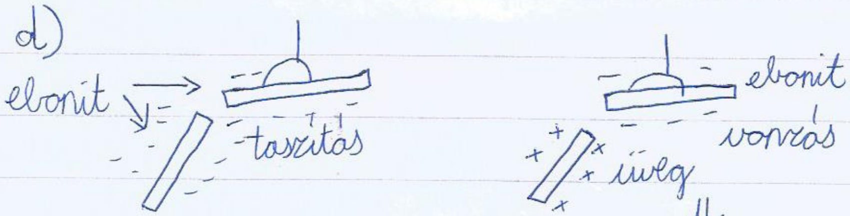
1. Kísérletek

a) vatta + szőrmével dörzsölt ebonit: vonzás, majd taszítás (szigetelő)

b) vatta + bőrrel dörzsölt üvegrúd: -||-

c) alufólia + ebonit/üveg: vonzás, majd azonnal taszítás (vezető)

d)



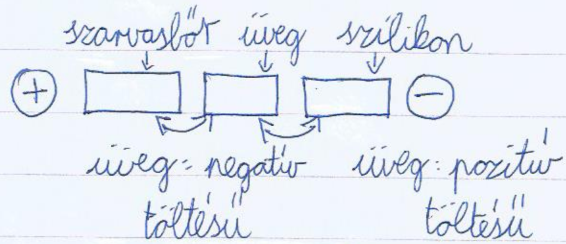
⇓

kétféle töltés létezik!

e) LED-es töltéskijelző: valóban kétféle töltés

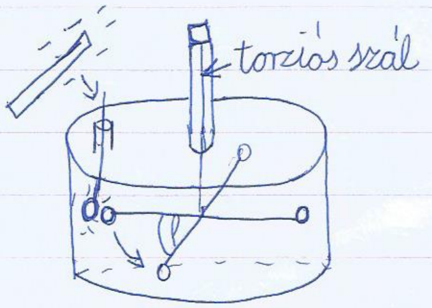
f) A kölcsönható testek töltése függ az anyagtól

Dörzselektromos sor:



g) elektroszkóp, elektrométer (skálája van) } töltés nagyságának kimutatása, mérése

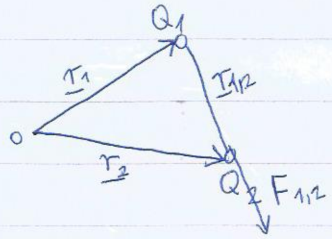
b) Coulomb-mérleg



Tapasztalat: $F \sim Q_1, Q_2, \frac{1}{r^2}$

2. Matematikai megfogalmazás

a) Coulomb-törvény:



$|\underline{F}_{1,2}| = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{1,2}^2}$

Coulom-állandó: $k = 8{,}99 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

$[Q] = C$ (coulomb) 2019 nyártól: elemi töltés: $1{,}602176634 \cdot 10^{-19} C$

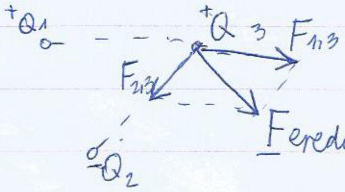
jelölés: vákuum elektromos állandója: (permittivitása)

$\varepsilon_0^{-1} = 4\pi k \rightarrow \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ $\quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

Vektoriálisan: $\underline{F}_{1,2} = k \frac{Q_1 Q_2}{|r_{1,2}|^2} \cdot \frac{\underline{r}_{12}}{|\underline{r}_{1,2}|}$ egységvektor

b) Szuperpozíció:

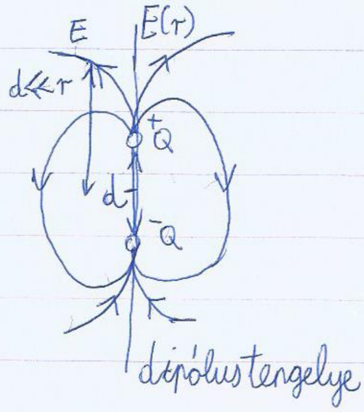
Több töltés együttes hatása: Newton IV. törvénye:



$\underline{F}_{eredő} = \underline{F}_{1,3} + \underline{F}_{2,3}$

II. Töltéseloszlások elektromos tere (mező)

1. Diszkrét, pl.: elektromos dipólus



A térerősség a tengelyen:

$$E(r) = E_+ - E_- =$$

$$= k\frac{Q}{(r-\frac{d}{2})^2} - k\frac{Q}{(r+\frac{d}{2})^2} =$$

$$= kQ\frac{(r+\frac{d}{2})^2-(r-\frac{d}{2})^2}{(r-\frac{d}{2})^2(r+\frac{d}{2})^2} \approx kQ\frac{2rd}{r^4} =$$

$$= 2k\cdot\frac{Qd}{r^3}$$

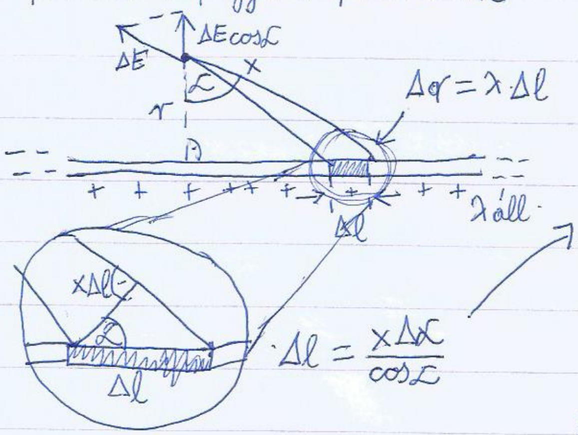
nem Coulomb-mező!

$\boxed{p = Q\cdot d}$ ⇐ elektromos dipólusmomentum

2. Folytonos töltéseloszlások

a) vonalmenti töltéseloszlás: töltéssűrűség: $\lambda := \lim\limits_{\Delta l\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta l}$

pl.: hosszú, egyenes pálca tere:



$$\Delta l = \frac{x\Delta\alpha}{\cos\alpha}$$

$$E = \sum \Delta E\cos\alpha =$$

$$= \sum k\cdot\frac{\lambda\Delta l}{x^2}\cos\alpha =$$

$$= k\lambda\sum\frac{x\Delta\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{1}{x^2}\cdot\cos\alpha =$$

$$= k\lambda\sum\Delta l\cdot\frac{\cos\alpha}{r}$$

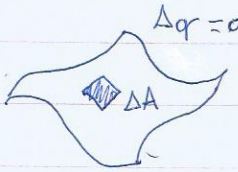
$$\downarrow$$

$$k\lambda\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\alpha\, dx$$

$$\boxed{E(r) = 2\frac{k\lambda}{r}}$$ visszatérünk!

b) Felületi:

$$\Delta q = \sigma\cdot\Delta A$$



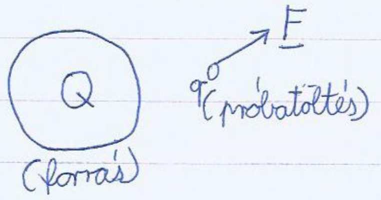
$$\sigma = \lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta A}$$

c) Térfogati

$$\Delta q = \varrho\cdot\Delta V$$

$$\varrho = \lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta V}$$

3. Elektromos térerősség:



a forrás térerőssége

$|E| \sim q \Rightarrow \underline{E} := \frac{F}{q}$ (térerősségvektor)

(pontról pontra más)

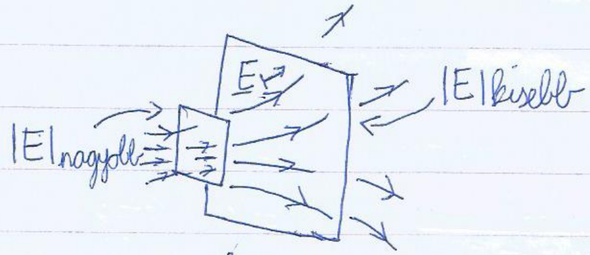
Térerősség: az egységnyi próbatöltésre ható erő
(forrás töltésmegmaradó képessége)

Mértékegység: $[E] = \frac{N}{C}$

4. Elektromos mező szemléltetése (erővonalak)

Erővonalak:

- bármely pontban $\underline{E}$ térerősség az erővonal érintője
- az erővonalak sűrűsége (az egységnyi merőleges felületen átmenő erővonalak száma) arányos $|\underline{E}|$-vel



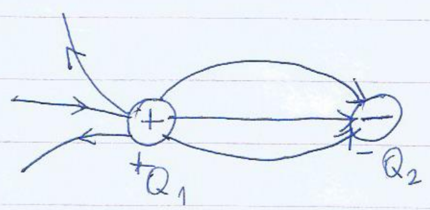
- összhangban van-e ez a Coulomb-törvénnyel?

N db erővonal

sűrűsége: $\frac{N}{4\pi r_1^2}$; $\frac{N}{4\pi r_2^2}$

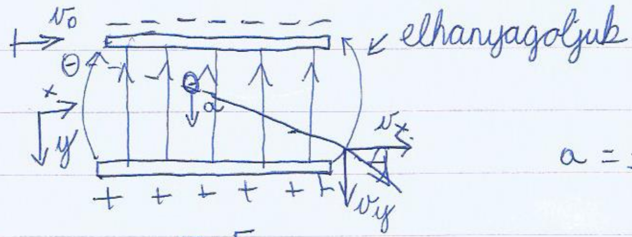
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{N}{4\pi r_1^2}}{\frac{N}{4\pi r_2^2}} = \frac{\frac{1}{r_1^2}}{\frac{1}{r_2^2}} \Rightarrow E \sim \frac{1}{r^2}$$

- erővonalak mindig ⊕ töltésből (vagy ∞-ből) indulnak és ⊖ töltésben (vagy ∞-ben) végződnek



III. Töltések elektromos térben

1. Ponttöltés homogén térben (E áll)



$-QE = F_e$

$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{QE}{m}$$

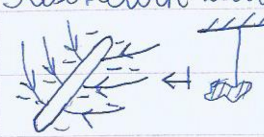
$$\left.\begin{aligned} v_x &= \text{áll} = v_0 \\ v_y &= a t = \frac{QE}{m} \cdot t \end{aligned}\right\} \left[\tan \alpha = \frac{v_0}{v_x} = \frac{QE}{m} \frac{l}{v_0^2} \right]$$

$$t = \frac{l}{v_x} = \frac{l}{v_0}$$

pl.: CRT-monitor

FIZIKA 2 11.11.

Kísérletben láttuk (ismétlés):



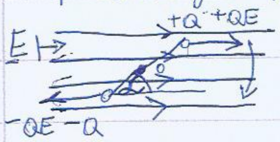
vatta/Al-darabka

töltött rúd

Kérdés: Miért vonzza magához a megdörzsölt ebonit/üvegrúd az apró, töltetlen testeket?

I. Dipólus elektromos térben

1, Homogén mező



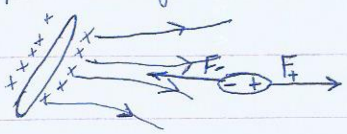
- eredő erő: $|\Sigma E| = QE - QE = \emptyset$
- forgatónyomaték: $M_0 = +QE\frac{l}{2}\sin\alpha - (-QE)\cdot\frac{l}{2}\sin\alpha$

$M_0 = QEl\sin\alpha \rightarrow \underline{M}_0 = \underbrace{Q\underline{l}}_{\underline{p}} \times \underline{E}$

$\underline{p}$: el. dipólmomentum

- pl.: H_2O molekula mikróban

2, Inhomogén tér



$F_- > F_+ \Rightarrow$ vonzóerő alakul ki

II. Az elektromos fluxus

1, A fluxus jelentése

Az erővonalak sűrűsége (az egységnyi, merőleges felületen áthaladó erővonalak száma) arányos $|\underline{E}|$-vel

⇓

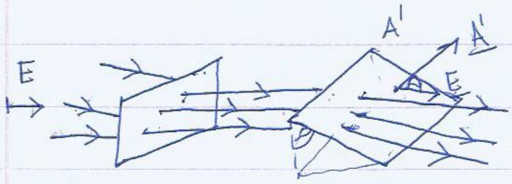
nem egységnyi, hanem A területű felületen

fluxus: $\Psi = A \cdot E$ mennyiség arányos az erővonalak számával

$[\Psi] = m^2\frac{N}{C}$

2, Általánosítás:

a) Ferde felület



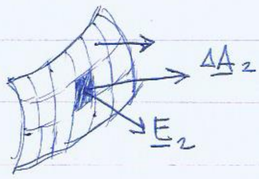
$$\Psi_A = \Psi_{A'}$$

$$\Psi_A = EA = EA'\cos\alpha = \Psi_{A'}$$

$A'\cos\alpha = A$

vektoriálisan: $\Psi_{A'} = \underline{E} \cdot \underline{A'}$

b) Görbe felület

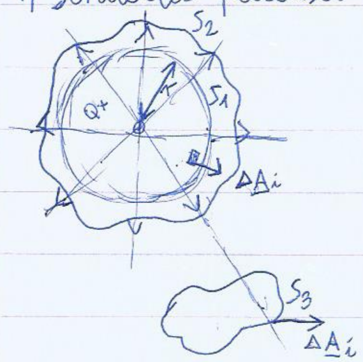


$\Psi = \sum_i \underline{E}_i \Delta\underline{A}_i$, $\Psi = \sum_i E_i \Delta A_i \cos\alpha$

(apró darabokra osztással)

III. Az elektromos Gauss-törvény

1, Ponttöltés fluxusa zárt felületre



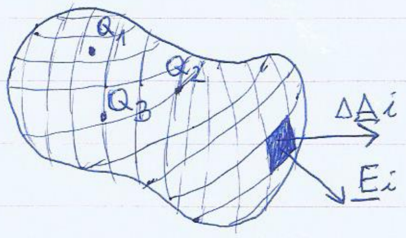
A fluxus az S_1 gömbre:

$$\Psi_{S_1} = \sum_i \underset{\overset{\uparrow}{k\cdot\frac{Q}{r^2}}}{E_i} \Delta A_i = k\frac{Q}{r^2}\underbrace{\sum \Delta A_i}_{4\pi r^2}$$

$$\Psi_{S_1} = 4\pi k Q = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \Psi_{S_2}$$

→ fontos: S_1 és S_2 is zárt

2, Általánosítás:



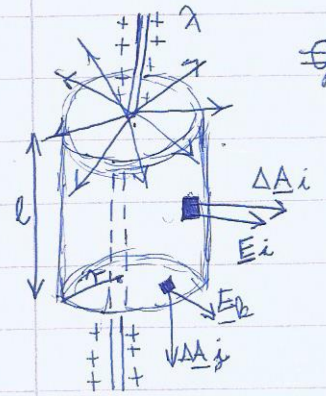
$$\underline{E}_i = \underline{E}_i^{(1)} + \underline{E}_i^{(2)} + \underline{E}_i^{(3)} + \ldots$$

$$\Psi_{zárt} = \sum_i \underline{E}_i \Delta\underline{A}_i = \underbrace{\sum \underline{E}^{(1)} \Delta\underline{A}_i}_{Q_1/\varepsilon_0} + \ldots$$

Gauss-törvény: $\Psi_{zárt} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum Q_{bezárt}$

Zárt felület fluxusa egyenlő a bezárt eredő töltés $1/\varepsilon_0$-szorosával

3, Alkalmazás: hosszú, töltött pálca tere



~~Gauss~~: Fluxus: $\angle = 0°$ vagy $90°$ (palást) (körlap)

$$\Psi_{zárt} = \sum_i \underline{E}_i \Delta \underline{A}_i$$

$$\Psi_{zárt} = E(r) \underbrace{\sum_i \Delta \underline{A}_i}_{\text{palást felülete}} = E(r) \cdot 2\pi r l$$

Gauss:

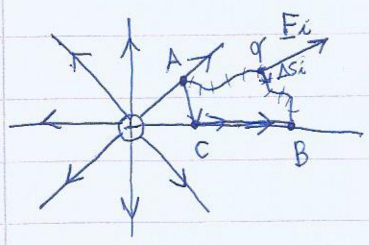
$$\underbrace{E(r) \cdot 2\pi r l}_{\Psi_{zárt}} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \underbrace{l \cdot \lambda}_{Q_{bezárt}}$$

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r} = 2k\frac{\lambda}{r}$$

IV. Az elektromos feszültség és potenciál

A kísérletekben testek jöttek mozgásba $\leftrightarrow$ az $\underline{E}$-térnek van munkavégző képessége.

1, Ponttöltés tere



E-tér munkája: $\int E\,ds$ (vonalintegrál)

$$W_{AB} = \sum_i \underline{F}_i \Delta s_i = q \sum_i \underline{E}_i \Delta \underline{s}_i$$

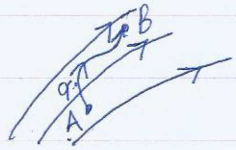
$$W_{AB} = q \sum \underbrace{|\underline{E}_i| |\Delta \underline{s}_i| \cdot \cos \angle i}_{\text{sugárirányú elmozdulás}}$$

$$W_{AB} = W_{ACB}$$

Ponttöltés terében a mező által a próbatöltésen (q) végzett munka független az úttól, csak a végpontoktól ~~jött~~ függ.

2, Feszültség

- Ha egy ponttöltés mezője konzervatív (W_{AB} útfüggetlen), akkor ez több ponttöltés eredő terére is igaz.
- Konzervatív → mech. energia megmarad, van potenciális energia!



$$W_{AB} = E_{pot}^{A} - E_{pot}^{B} = -\Delta E_{pot}^{AB}$$

Feszültség (def.:)

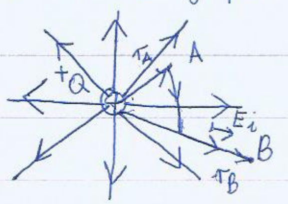
$$\boxed{U_{AB} = \frac{\Delta E_{pot}^{AB}}{q} = \frac{E_{pot}^{B}}{q} - \frac{E_{pot}^{A}}{q} = -\sum \underline{E}_i \Delta \underline{A}_i}$$

ΔU_{AB}: Az egységnyi, pozitív töltésen a mező által az A→B útvonalon végzett munka (-1)-szerese.

b.) Megj.:

mértékegység: $[U_{AB}] = \frac{J}{C} = V$ (volt)

c) Feszültség ponttöltés terében



$$W_{AB} = W_{ACB} + W_{CB} = \emptyset + W_{CB}$$

$$+U_{AB} = +U_{CB} = -\sum \underline{E}_i \Delta \underline{s}_i = -\sum E_i \Delta s_i$$

$$U_{AB} = -\sum E(r)\,\Delta r \rightarrow -\int_{r_A}^{r_B} E(r)\,dr = -kQ\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2}$$

$$\boxed{U_{AB} = -kQ\left(-\frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_A}\right) = \frac{kQ}{r_B} - \frac{kQ}{r_A}}$$

3. Potenciál és pot. energia

feszültség: $U_{AB} = \underbrace{\frac{E_{pot}^{B}}{q}}_{\varphi_B} - \underbrace{\frac{E_{pot}^{A}}{q}}_{\varphi_A} = \varphi_B - \varphi_A$

potenciál

(egységnyi + töltés pot. e.)

A potenciál nullszintje: tetszőleges (ált. végtelenben)

b.) Ponttöltés potenciálja

$\varphi(r) = k\frac{Q}{r}$ ($r \rightarrow \infty$, akkor $\varphi(r) \rightarrow \emptyset$)

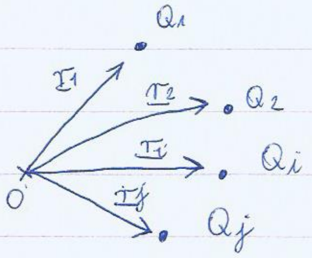
c) Más megfogalmazás

A potenciál a mező P pontjában megadja, hogy az egységnyi poz. töltésen mekkora munkát végez a mező, ha a töltést P-ből a nullszintre (∞-be) visszük.

FIZIKA 2. II. 18.

I. A potenciál alkalmazásai

1/ Töltésrendszer elektrosztatikus energiája



Az i-edik és j-edik közötti potenciális energia: $Q_i \varphi_j = Q_i k \frac{Q_j}{|r_i - r_j|}$

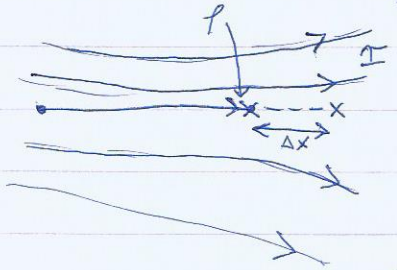
A teljes potenciális energia:

$$E_{pot}^{teljes} = \frac{1}{2} \sum_{i,j}' Q_i \varphi_j = \frac{1}{2} \sum' k \frac{Q_i Q_j}{|r_i - r_j|}$$ (ne számoljunk duplán)

Pl.: 2 töltés esetén

$$E_{pot}^{telj} = \frac{1}{2} k \frac{Q_1 Q_2}{r_{1,2}} + \frac{1}{2} k \frac{Q_2 Q_1}{r_{2,1}} = k \frac{Q_2 Q_1}{r_{1,2}}$$

2/ Elektromos térerősség meghatározása potenciálból



$$\varphi(r) \approx \sum_r^{\infty} E(r) \Delta s \to \int_r^{\infty} E(r)\, ds$$

Fordított művelet: (1D-ben)

$$\varphi(x) - \varphi(x + \Delta x) \approx E(x) \Delta x$$

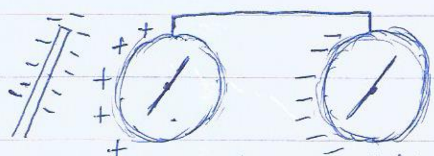
$$E(x) \approx \frac{\varphi(x) - \varphi(x + \Delta x)}{\Delta x} \xrightarrow{\Delta x \to 0} E(x) = -\frac{d\varphi}{dx}$$

(Megj.: 3D-ben bonyolultabb)

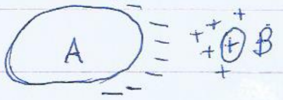
II. Elektromos mező vezetők közelében

1/ Kísérletek

a) megosztás

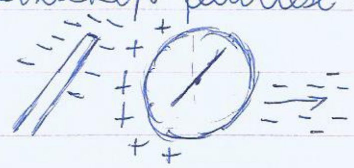


(elektroszkóp)



kialakult a kétféle töltés, a pálca elvétele után szeparálhatóak

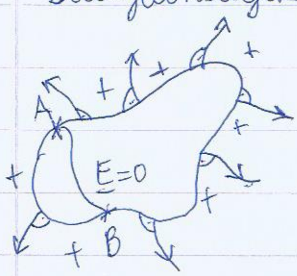
b) egy elektroszkóp feltöltése megosztással



2/ Következtetés

anyagok
- $\nearrow$ vezetők (szabadon elmozduló töltéshordozók)
  - fémek $\leftarrow$ elektronok
- $\searrow$ szigetelők (nincsenek szabad töltéshordozók)

Tulajdonságok:

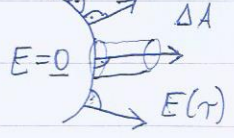


- $\underline{E}=0$ a fém belsejében
- $\underline{E}$ térerősségvektor merőleges a felületre
- feszültség az A és B között 0, fémben a $\varphi=$ állandó (ekvipotenciális)
- fémekben a töltések mindig a külső felületen helyezkednek el

(kísérlet: töltés halmozása lyukas gömbről)

3/ Következmény

a) felületi töltéssűrűség



Gauss-törvény:

$$\underbrace{E\cdot\Delta A}_{\Psi_{át}} = \underbrace{\frac{1}{\varepsilon_0}\sigma\,\Delta A}_{\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot Q_{bezárt}} \qquad \sigma=\varepsilon_0\cdot E$$

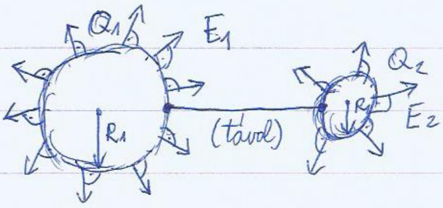
b) külső tér árnyékolása

$\underline{E}=0 \rightarrow$ üregekben, fém kalitkákban (Farraday-kalitka) a tér leárnyékolódik

Pl.: PC-k burkolata, szerverszoba burkolata, fém háló, villámcsapás autóba,

c) földelés: nagy kiterjedésű vezetővel kötjük össze a fém testeket → potenciál kiegyenlítődik → $\varphi_{föld} = 0V$ potenciálra kerül

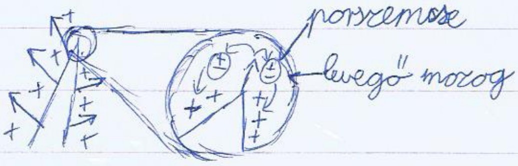
d) csúcshatás: csúcsok, élek közelében óriási elektromos tér alakul ki



⇒ potenciálok kiegyenlítődnek
$k\frac{Q_1}{R_1} = k\frac{Q_2}{R_2}$

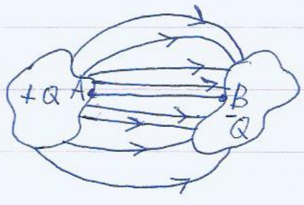
⇒ térerősség a gömbök felületén:
$E_1 = k\frac{Q_1}{R_1^2}$ $E_2 = k\frac{Q_2}{R_2^2}$ $\Big\}$ $\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_2}{R_1} \to E \sim \frac{1}{R}$ (nagy E-tér)

e) csúcshatás alkalmazásai kísérletekben:



- „elektromos szél"
- gyertyaláng
- elektromos Segner-kerék
- füst + lombik → elektromos füstmegkötő
- Van de Graaf generátor
- villámhárító
- hajók árbócai → „Szent Elmo tüze"

III Kondenzátorok



1) Kapacitás: $U_{AB} \sim Q$ (szétválasztott töltés)

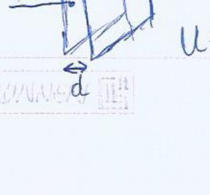
$C = \frac{Q}{U}$ kapacitás

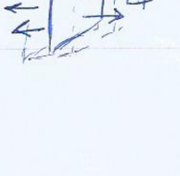
Mgj: C csak a geometriától függ

$[C] = \frac{C}{V} = F$ (farad – Faraday tiszteletére)

2) Kondenzátorok

a) síkkondenzátor



=


+


$U = E_{eredő}\, d$

Gauss-törvény:

$\underbrace{E_+ A \cdot 2}_{\text{fluxus}} = \frac{1}{\varepsilon_0} Q$

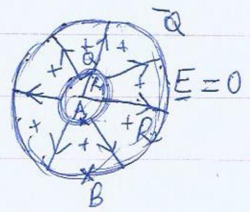
$\vec{E}_+ = \frac{Q}{2\varepsilon_0 A}$

$E_{eredő} = 2E_+ = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$ kapacitás: $C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{Q}{\varepsilon_0 A} \cdot d} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$

2) gömbkondenzátor

olyan mint a ponttöltés tere

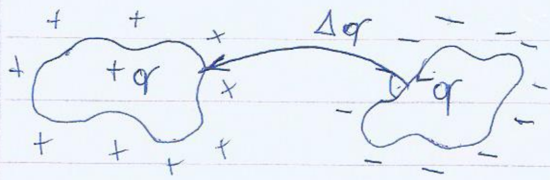
$$U = \varphi_A - \varphi_B = k\frac{Q}{R_1} - k\frac{Q}{R_2} = kQ\frac{R_2-R_1}{R_1 R_2}$$



$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{kQ\frac{R_2-R_1}{R_1R_2}} = 4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2-R_1}$$

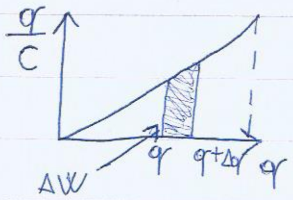
3) A kondenzátor energiája

Töltések szétválasztása közben mekkora munkát végez?



$$\Delta W = \Delta q \cdot U(q) = \frac{q}{C}\Delta q$$

$$W = \sum \Delta W = \sum \frac{q}{C} \Delta q$$



$$W = \frac{1}{2} Q \frac{Q}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U$$

4) Az elektromostér energiasűrűsége

Síkkondenzátorra: $W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \underbrace{\varepsilon_0 \frac{A}{d}}_{C} \underbrace{(E \cdot d)}_{U}^2$

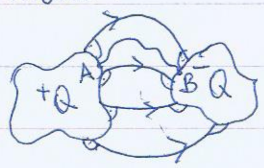
$$W_{mező} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2}_{w_E} \cdot \underbrace{A \cdot d}_{V_{mező}}$$

Elektromostér energiasűrűsége: $w_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$ (skalár)

$[w_E] = \frac{J}{m^3}$

Inhomogén térben: $W_{mező} = \sum w_E \Delta V \rightarrow \int w_E \, dV$

Ismétlés:



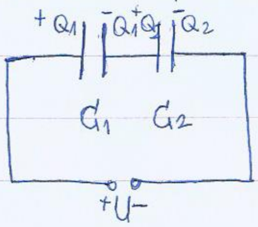
kapacitás: $C = \frac{Q}{U_{AB}}$ $[C] = F$

(csak a geometriától függ)

Pl.: síkkondenzátorok: $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$

I. Kondenzátorok kapcsolása

1/ Soros kapcsolás

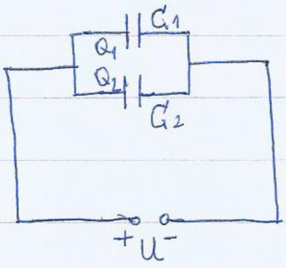


$U_1 = \frac{Q_1}{C_1}$, $U_2 = \frac{Q_2}{C_2}$, $Q_1 = Q_2$

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

$$\frac{1}{C_{eredő}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots$$

2/ Párhuzamos kapcsolás



$U_1 = \frac{Q_1}{C_1}$, $U_2 = \frac{Q_2}{C_2}$, $U_1 = U_2 = U$

Teljes töltés:

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 U + C_2 U = (C_1 + C_2) U$$

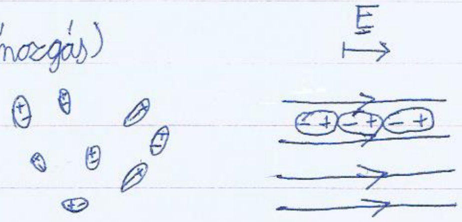
$$C_{eredő} = C_1 + C_2 + \ldots$$

II. Dielektrikumok (szigetelők)

1/ Kísérlet: kondenzátor kapacitása nő, ha szigetelőt (üveg, bakelit, papír) helyezünk be.

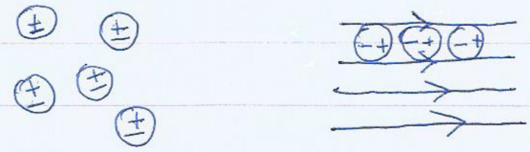
2/ Szigetelők:

a) Poláros (hőmozgás)



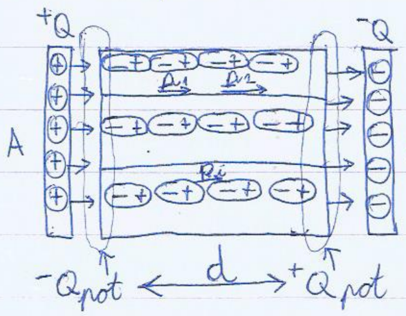
rendeződés, dipólusláncok

b) Nem poláros



indukált dipólok, rendeződés, dipólusláncok

3/ Elektromos polarizáció



Térfogati dipólusmomentum-sűrűség: polarizáció: $\underline{P} = \frac{\sum_i \underline{p}_i}{V}$. $[P] = \frac{Cm}{m^3} = \frac{C}{m^2}$

Mérések szerint: $\underline{P} \sim \underline{E}$

$\underline{P} = \varepsilon_0 \chi \cdot \underline{E}$

anyagi állandó, szuszceptibilitás (dimenziótlan)

4/ Kapacitás dielektrikum esetén

Eredő dipólusmomentum: $p = \sum_i p_i = Q_{pol}\, d$ (1)

másképp: $p = P \cdot A \cdot d$ (2)

(1) & (2): $Q_{pol} = P \cdot A = \varepsilon_0 \chi E A$

Gauss-törvény: $\underbrace{EA}_{\Psi_{zárt}} = \frac{1}{\varepsilon_0}(Q - Q_{pol}) \rightarrow Q = \varepsilon_0 E A (1+\chi)$

Kapacitás: $\boxed{C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{Ed} = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \underbrace{(1+\chi)}_{\varepsilon_r} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}}$

ε_r: relatív permittivitás

5/ Megjegyzések:

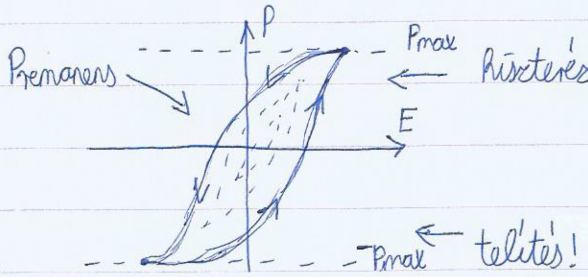
a) Szigetelők átütési szilárdsága: E_{max}

Pl.: száraz levegő: $21 \frac{kV}{cm}$

PVC: $100 - 300 \frac{kV}{cm}$

polisztirol: $220 - 500 \frac{kV}{cm}$

b) Remanens polarizáció: $P \sim E$ csak kis terekre igaz!

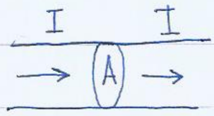


Kísérlet: Leydeni palack

c) - kapacitív érzékelők (érintő kijelző)
- számítógépes billentyűzetek

III. Elektromos áram

1/ Áramerősség



Egy adott keresztmetszeten egységnyi idő alatt átáramló töltésmennyiség:

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \dot{Q}$$

iránya: pozitív töltések áramlási iránya (technikai áramirány)

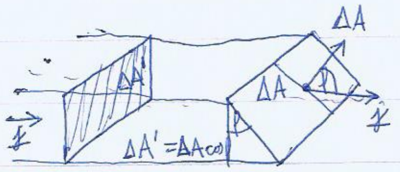
$[I] = \frac{C}{s} = A$ (amper) SI-alapegység

tipikus értékek: - ingerület: $0{,}01\ \mu A$
- mérőműszerek: $1\ \mu A$
- villám: $10^4\ A$

2/ Áramsűrűség:

egyszerű: $j = \frac{I}{A}$ $[j] = \frac{A}{m^2}$

Pontosabban:

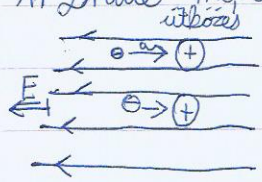


$I = j \cdot \Delta A \cdot \cos\varphi = \underline{j}\,\underline{\Delta A}$

áramsűrűség-vektor

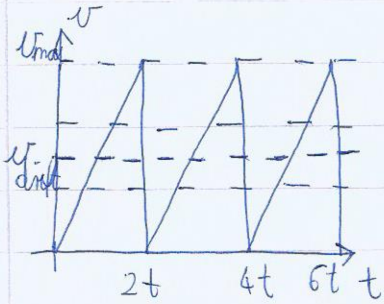
IV. Áramvezetés fémekben

1/ Drude-modell



elektron gyorsulása két ütközés között:

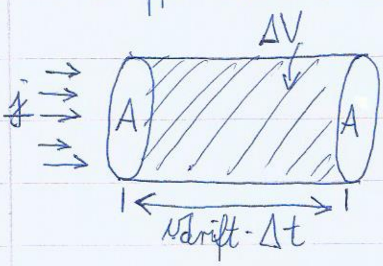
$Eq = ma \rightarrow a = \frac{Eq}{m}$, de $2t$ időnként ütközik az ionokkal. Ez rugalmatlan (energia disszipálódik)



Sodródási sebesség:

$v_{drift} = \frac{1}{2} v_{max} = \frac{1}{2} a\, 2t = \frac{Eq}{m} \underbrace{t}_{\text{relaxációs idő}}$

2/ Differenciális Ohm-törvény



$\Delta V = A \cdot v_{drift} \Delta t$

$\Delta N = n \cdot \Delta V = A n v_{drift} \cdot \Delta t$

elektronsűrűség

áramerősség: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{q \Delta N}{\Delta t} = qAn\, v_{drift}$

áramsűrűség:

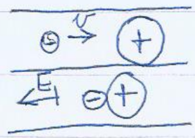
Diff. Ohm-tv. $j = \frac{I}{A} = qn \cdot v_{drift} = \underbrace{\frac{q^2 n}{m} \cdot t}_{\text{áll.}} E \sim E$

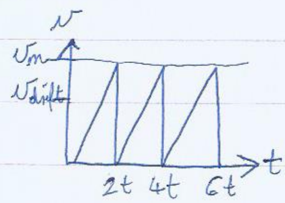
$\boxed{\underline{j} = \sigma \underline{E}}$ σ: vezetőképesség $\sigma = \frac{1}{\varrho}$ ← fajlagos ellenállás

FIZIKA2 III. 4.

Ismétlés: differenciális Ohm-törvény

Drude-modell:



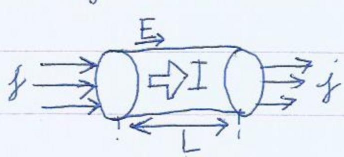


Differenciális Ohm-tv.:

$$\boxed{\underline{j} = \sigma \cdot \underline{E} = \frac{1}{\rho}\underline{E}}$$

I. (Integrális) Ohm-törvény

1/ Egyenes vezető:



$$\left.\begin{matrix} I = jA \\ U = E \cdot L \end{matrix}\right\} \frac{U}{I} = \frac{E}{\frac{j}{\rho}} \cdot \frac{L}{A} = \rho \cdot L \cdot A^{-1}$$

(függ: - anyagi minőség
- geometria)

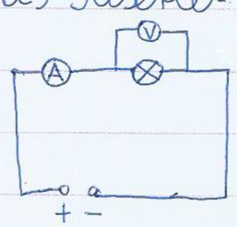
Tehát: $\boxed{\frac{U}{I} = \text{áll.} = R = \rho\frac{L}{A} \rightarrow U = RI}$

$[R] = \frac{V}{A} = \Omega$ (ohm)

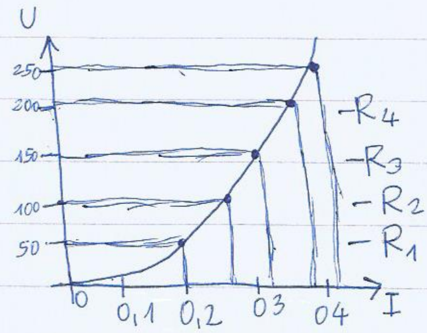
Vigyázat! Nem mindig igaz! (pl.: izzólámpa)

2/ Ellenállás hőmérsékletfüggése

a) Kísérlet:



U(V)	I(A)
50	0,20
100	0,27
150	0,32
200	0,38
230	0,41



R nő, ha U vagy I nő.

b) fémek: T nő → τ csökken → R nő

bizonyos tartományban: $\rho(T) = \rho_0\left[1 + \alpha(T - T_0)\right]$ ← Platina Ellenálláshő.

II. Joule törvénye:

Mennyi energiát veszít az elektron az ütközések során?

Időegységenként: $P=\frac{dW}{dt}=\frac{U\,dq}{dt}=U\cdot I$ ← a mező által az e^--on végzett munka teljesítménye

Ez mind elveszik az ütközésekben ($v_{drift}=$áll)

Hőteljesítmény: $\boxed{P_{Joule}=UI\underset{\uparrow}{=}RI^2=\frac{U^2}{R}}$ pl.: vasaló; merülőforraló;

ohmikus vezető

$[P]=\frac{J}{s}=W$

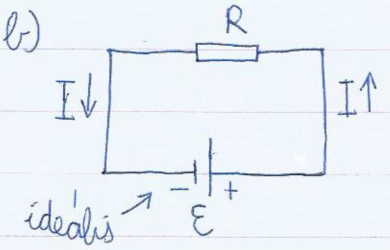
III. Egyenáramú áramkörök

1/

a) feszültségforrás (telep):

- sarkai közötti feszültség terheletlen állapotban: üresjárási feszültség (ε)
- ideális telep: feszültsége terhelt állapotban is $=\varepsilon$

b)

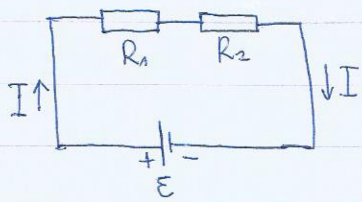


$I=\frac{\varepsilon}{R}$

$P_{telep}=P_{Joule}=RI^2=\frac{\varepsilon^2}{R}$

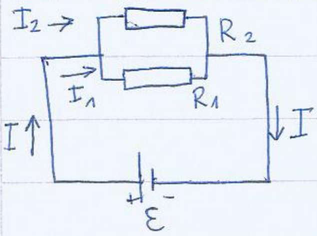
2/ Ellenállások kapcsolása

a) Soros kapcsolás



$$\left.\begin{array}{l} U_1=R_1\cdot I,\ U_2=R_2 I \\ \varepsilon=U_1+U_2=\underbrace{(R_1+R_2)}_{R_{soros}} I \end{array}\right\} \boxed{R_{soros}=R_1+R_2+\dots}$$

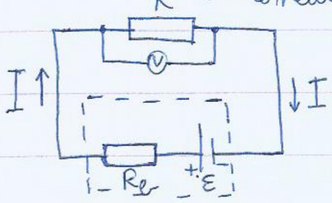
b) Párhuzamos kapcsolás:



$$\left.\begin{array}{l} U_1=R_1I_1,\ U_2=R_2I_2 \\ \mathcal{E}=U_1=U_2 \\ I=I_1+I_2 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} I=\frac{\mathcal{E}}{R_1}+\frac{\mathcal{E}}{R_2} \\ I=\mathcal{E}\underbrace{\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}_{\frac{1}{R_{párh}}} \end{array}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{párh}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\dots}$$

3) Valódi telepek – a belső ellenállás



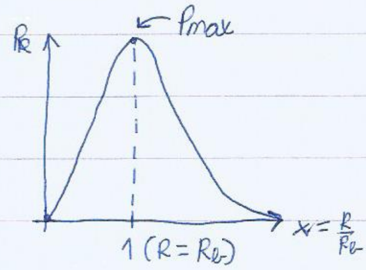
$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+R_b}$$

$$\boxed{U_{kapocs}=RI=\frac{R}{R+R_0}\cdot\mathcal{E}<\mathcal{E}}$$

A terhelőellenállás teljesítménye:

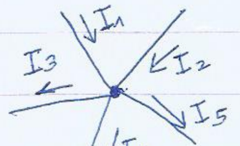
$$P_R=RI^2=\frac{R}{(R+R_b)^2}\cdot\mathcal{E}^2=\frac{\mathcal{E}^2}{R_b}\cdot\frac{1}{R_b/R+R/R_b+2}$$

$$P_R=\frac{\mathcal{E}^2}{R_b}\left(x+\frac{1}{x}+2\right)^{-1}, \text{ ahol } x=\frac{R}{R_b}$$



IV. Kirchhoff törvényei

1/ Csomóponti törvény (I. tv.)



Egy csomópontba be- és kifolyó áramerősségek előjeles összege nulla: $\sum_k I_k=0$

befolyó: +

kifolyó: −

pl.: az ábrán: $I_1+I_2-I_3-I_4-I_5=0$

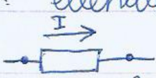
oka: töltésmegmaradás

2/ Huroktörvény (II. tv.)

zárt hurokra: $\sum_k U_k=0$

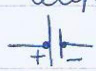
oka: konzervatív mező

előjelek: ellenállás / telep



$\rightarrow$: $-RI$

$\leftarrow$: $+RI$

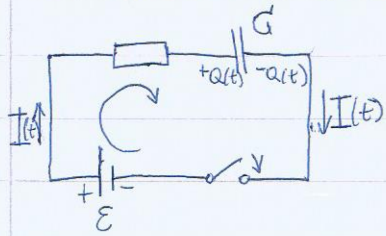


$\rightarrow$: $-\mathcal{E}$

$\leftarrow$: $+\mathcal{E}$

pl.: (ábra): $-R_1I-\mathcal{E}_1-R_2I_2+R_3I_3+R_4I_4-R_5I_5+\mathcal{E}_5=0$

V. Kondenzátor töltődése:



kuroktörvény:

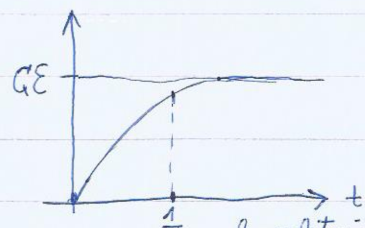
$$-RI - \frac{Q(t)}{C} + \mathcal{E} = 0$$

$I = \frac{dQ}{dt}$ (áramerősség def.)

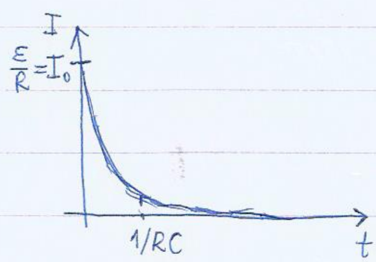
ezekből: $\boxed{\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}(Q(t) - C\mathcal{E})} \rightarrow Q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

ábrázolás:



$\frac{1}{RC}$ = karakterisztikus idő (időállandó)

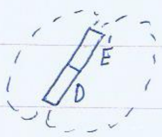


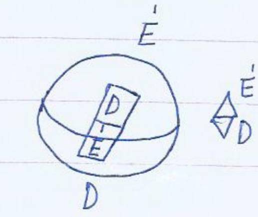
FIZIKA 2. (Sarkadi Tamás) III. 11.

Mágnesesség

a) Általános tapasztalatok:

- É-D pólusok
- Bizonyos anyagok mágnesezhetőek
- Föld mágnesessége



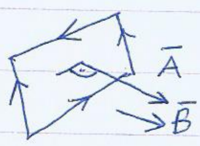


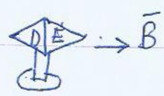
b) Mágneses terek kölcsönhatása elektromos árammal:
Áramjárta vezető testre forgatónyomaték hat.

Mágneses tér matematikai leírása

Definíció: mérési módszerrel
mérőeszköz: áramjárta vezető keret
(A: felület normálvektora, B: mágneses tér iránya (indukcióvektora))

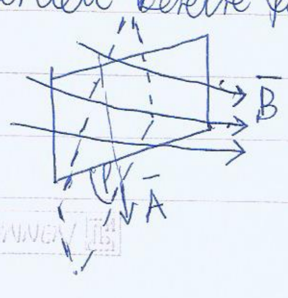
Stabil egyensúlyi helyzetben a keret 'A' vektora a mágneses tér irányába mutat:





Áramjárta keretre ható forgatónyomaték

Kitérített keretre forgatónyomaték hat:



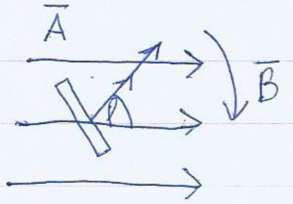
$$\left.\begin{array}{l} M \sim I \\ M \sim A \\ M \sim \sin\varphi \end{array}\right\} M \sim I \cdot A \cdot \sin\varphi$$

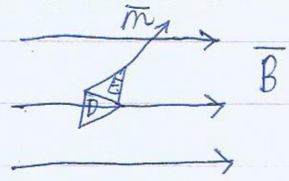
Maximális forgatónyomaték akkor van, ha $\sin \varphi = 1 \Rightarrow \bar{A} \perp \bar{B}$

$$|\bar{B}| = \frac{M_{max}}{A \cdot I}$$ ← mágneses indukcióvektor nagysága

$$[\bar{B}] = \frac{Nm}{m^2 A} = \frac{N}{mA} = T \text{ (Tesla)}$$

Mágneses momentum





Homogén mágneses térbe helyezett áramjárta keretre ható forgatónyomaték: $\bar{M} = \underbrace{I\bar{A}}_{\bar{m}} \times \bar{B}$

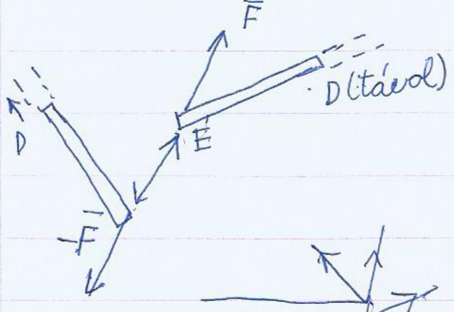
$\bar{m}$: keret mágneses momentuma

$\bar{m} = I \cdot \bar{A}$

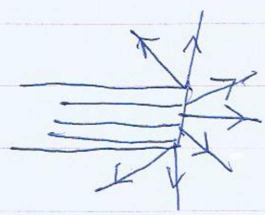
$\bar{M} = \bar{m} \times \bar{B}$ $\quad (\bar{M} = \bar{P} \times \bar{E})$

analógia: $\bar{P}$ elektromos dipólra ható forgatónyomaték $\bar{E}$ elektromos térben

Coulumb kísérlet:

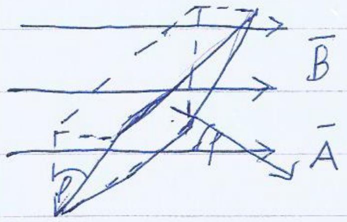


A pólusok közötti kölcsönhatás az $\frac{1}{r^2}$-el arányos



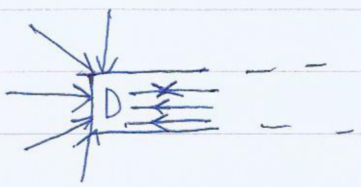
← mágneses tér erővonalai

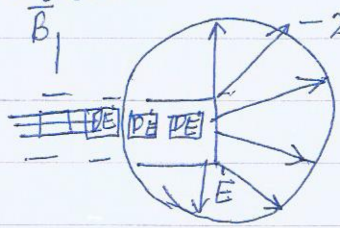
Mágneses fluxus



$$\phi_B = |\bar B|\cdot|\bar A|\cdot \cos\varphi = \bar B\cdot\bar A$$

Mágneses Gauss törvény



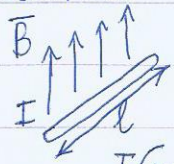


Zárt felület mágneses fluxusa zérus.

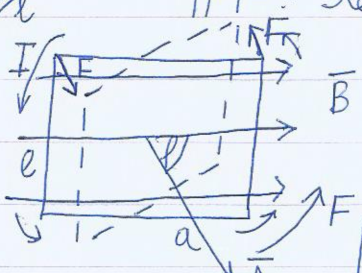
$$\phi_{B\,zárt} = \sum \bar B\, d\bar A = 0$$

Áramjárta vezetőkre ható erő mágneses térben (Lorentz-erő)

Kísérlet: ha $\bar B \perp \bar l$, akkor $\bar F \perp \bar B$ $\bar F \perp \bar l$



$|F| = ?$ Keretre ható forgatónyomaték



$M = I\cdot A\cdot B\cdot \sin\varphi$ $(\bar m = I\bar A\times\bar B)$

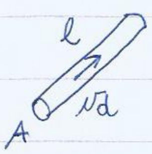
$M = I\cdot a\cdot l\cdot B\cdot\sin\varphi$

Erőpár forgatónyomatéka

$M = \frac{a}{2}\sin\varphi\, F + \frac{a}{2}\sin\varphi\, F = a\cdot F\cdot\sin\varphi$

$\boxed{|F| = I\cdot l\cdot B}$ ← Lorentz-erő → $\boxed{F = I\cdot\bar l\times\bar B}$

Mozgó töltésekre ható Lorentz-erő:



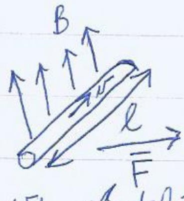
Drude modell → $I = A\cdot n\cdot q\cdot v_d$

az egységnyi felületen lévő töltéshordozók száma

töltése

mozgási sebessége

$n = \frac{N}{A \cdot l}$ $I = A \cdot \frac{N}{A \cdot l} \cdot q \cdot v_d = \frac{N}{l} \cdot q \cdot v_d$



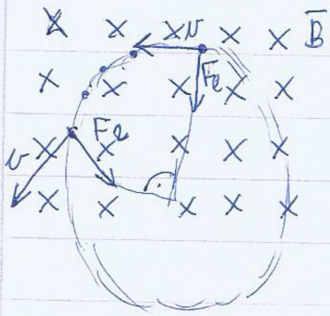
$F = I l B = \frac{N}{l} \cdot q \cdot v_d \cdot l \cdot B \Rightarrow |F| = N \cdot q \cdot v_d$ (teljes vezetékre hat)

$\Downarrow$

1 db töltésre : $|F| = q \cdot v \cdot B$ erő hat

$$\boxed{\bar{F} = q \cdot \bar{v} \times \bar{B}}$$

Töltések mozgása homogén mágneses térben



$\bar{F}_e = m \bar{a}_{cp}$ $\bar{v} \perp \bar{B}$

$q v B = m \frac{v^2}{r}$

$r = \frac{m v}{q B}$ a körpálya sugara

Periódusidő : $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$

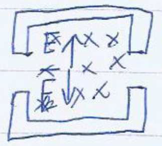
$\omega = \frac{2\pi}{T} = q \cdot \frac{B}{m}$

Alkalmazásuk :

- sebesség szűrő

$E \cdot q = q v B$

$F_e = F_c$

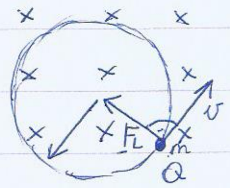


- tömegspektrométer
- ciklotron részecskegyorsító

FIZIKA 2. III.25.

Ismétlés: mozgó töltésre ható erő B-térben

Speciális esetek: $\underline{v} \perp \underline{B}$



Lorentz-erő:

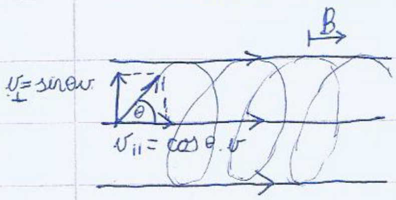
$$\boxed{\underline{F_L} = Q\,\underline{v} \times \underline{B}}$$

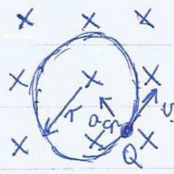
$$\underbrace{QvB}_{F} = m \underbrace{\frac{v^2}{r}}_{a}$$

pályasugár: $r = \frac{mv}{QB}$

periódusidő: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \frac{m}{QB}$

Általános eset: $(v \not\perp B)$





pályasugár:

$$|F_L| = QvB\sin\theta$$

$$F_L = m\frac{v_\perp^2}{r} = m\frac{v^2\sin^2\theta}{r}$$

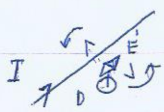
$$\boxed{r = \frac{mv\sin\theta}{QB}},\ T = 2\pi\frac{m}{QB}$$

$$p = T v_\parallel = T v \cdot \cos\theta = 2\pi\frac{mv}{QB}\cdot\cos\theta$$

- fókuszálás e^--mikroszkópban
- Van Allen övek, sarki fény

I. Áramok által keltett mágneses mező

1/ Kísérletek: - Oersted-kísérlet

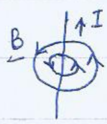
a)  az áram mágneses teret kelt

b) vasreszelék + hosszú, egyenes vezető mágneses tere

2/ Megfigyelések:

- indukcióvonalak zártak
- forrásmentes ($\Phi_{zárt} = 0$)
- B-mező örvényes (potenciál nincs)

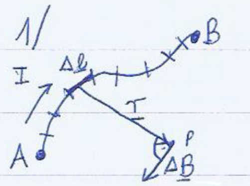
- B-tér a vezetőhöz közelebb erősebb



(jobbkéz sz.)

II. Matematikai leírás

1/



$\Delta \underline{B} \perp$ a $\Delta \underline{l}$ és $\underline{r}$ síkjára

Biot-Savart-törvény:

$$\boxed{\Delta \underline{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \Delta \underline{l} \times \underline{r}}{|\underline{r}|^3}}$$

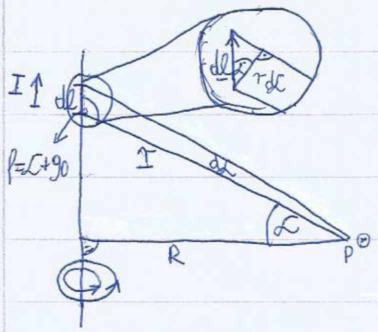
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

(vákuum mágneses permeabilitása)

$$|\Delta \underline{B}| \sim \frac{1}{|r|^2}$$

$$\underline{B}_{eredő} = \sum \Delta \underline{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \sum_A^B \frac{\Delta \underline{l} \times \underline{r}}{|\underline{r}|^2}$$

2./ Alkalmazás: hosszú, egyenes vezető mágneses tere



$$|d\underline{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{|d\underline{l}| \cdot \cancel{r} \cdot \sin(90 + \alpha)}{r^{\cancel{3}2}} \qquad \sin(90+\alpha) \to \cos\alpha$$

$$|d\underline{l}| = \frac{r\, d\alpha}{\cos\alpha} = \frac{R\, d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$\uparrow$

$$R = r\cos\alpha \rightarrow r = \frac{R}{\cos\alpha}$$

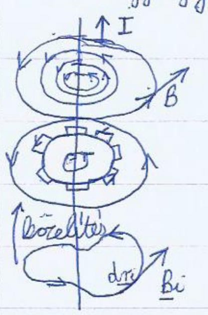
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \underbrace{\frac{R\, d\alpha}{\cos^2\alpha}}_{|d\underline{l}|} \cdot \cos\alpha \cdot \underbrace{\frac{\cos^2\alpha}{R^2}}_{1/r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cos\alpha\, d\alpha$$

integrálás:

$$B_r = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\alpha\, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left[\sin\alpha\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \overbrace{(1-(-1))}^{2}$$

$$\boxed{B_r = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}} \leftarrow \text{hosszú, egyenes vezetőre}$$

3/ Megjegyzés:



észrevétel: $B \sim \frac{1}{R} \rightarrow B \cdot 2\pi R = \mu_0 I$

általánosítás:

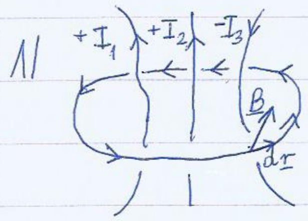
(zárt görbére) $\sum \underline{B_i}\, \Delta \underline{r_i} = \mu_0 I$

$$\sum \underline{B_i}\, \Delta \underline{r_i} = \sum \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot r \Delta\varphi \cdot \cos 0° = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sum \Delta\varphi$$

$\sum \underline{B_i}\, \Delta \underline{r_i} = \mu_0 I$ (zárt görbére)

III. Ampère-féle gerjesztési törvény

1/

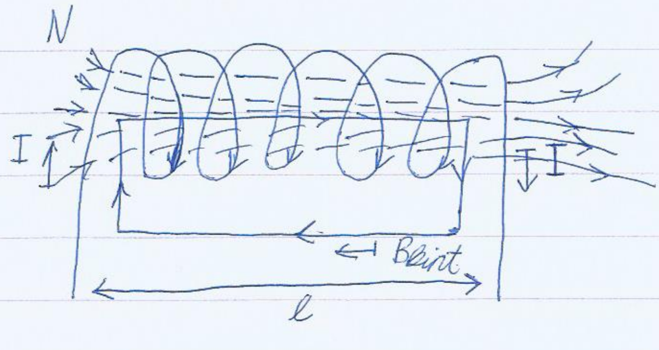


$\boxed{\oint \mathbf{B}\, d\mathbf{r} = \mu_0 \sum_i I}$ ← zárt görbére

A mágneses indukcióvektor tetszőleges, zárt görbére vett vonalintegrálja egyenlő a zárt görbére illesztett felületen átfolyó áramok összegének μ_0-szorosával.

2/ Szolenoid mágneses tere

Kísérlet, megfigyelés:
- tekercsen belül B erős
- tekercsen kívül B gyenge (elhanyagolható)



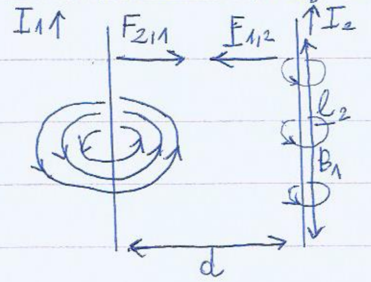
Ampère-törvény:

$$B_{bent} \cdot l + \underbrace{\cancel{B_{kint} \cdot l}}_{\ll B_{bent}} = \mu_0 \cdot N I$$

$$\boxed{B_{bent} = \mu_0 \cdot \frac{N I}{l}}$$

I. Áramjárta vezetők kölcsönhatása

Kísérletek: mágneses inga, összeugró tekercs

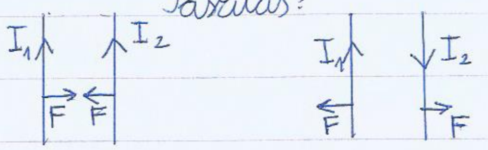


$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi d}$$

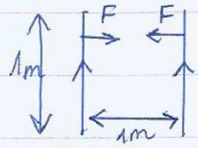
$$|F_{1,2}| = I_2 |l_2 \times B_1| = I_2 l_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \cdot l_2$$

Belátható: $F_{1,2} = -F_{2,1}$

Vonzás: Taszítás:



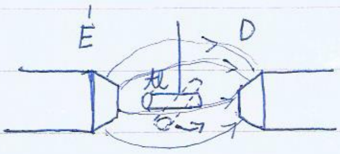
Megjegyzés: amper definíció →



$I = 1A$, ha
$F = 2 \cdot 10^{-7}$ N

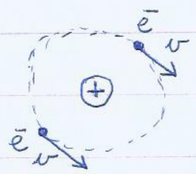
II. Anyagok mágneses tulajdonságai

- Minden anyag mutat valamilyen mágneses viselkedést
- Az anyagok 3 fő csoportba oszthatók:
  - diamágnesek (bizmut, üveg, folyékony N_2)
  - paramágnesek (alumínium, platina, folyékony O_2)
  - ferromágnesek (Fe, Co, Ni, egyéb ötvözetek)
- Kísérlet:



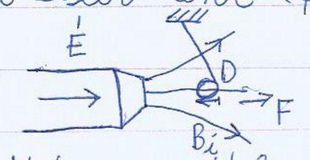
1. Diamágnesség

- Csak kvantummechanikailag érthető meg
- Normális ($B=0$) állapotban nincs a részecskéinek mágneses momentuma



$\rightarrow \underline{m}_{eredő} = 0$

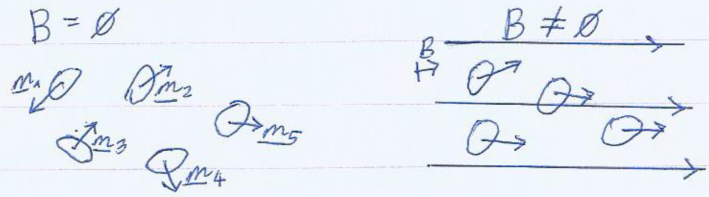
- A kisebb térbe (felé) mutató erő hat rájuk:



- Mágneses térbe helyezve a mágnesezettség iránya a külső térrel ellentétes irányba mutat

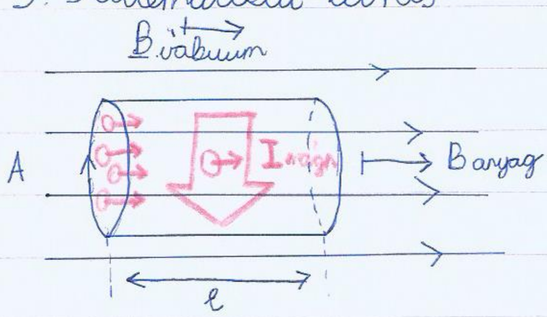
2. Paramágnesség

- Részecskéi $B = 0$ esetén is eredő mágneses momentummal rendelkeznek
- Ezek a hőmozgás miatt rendezetlenek, de külső B-térrel berendezhetők



- Analógia: dielektrikumokban a poláros molekulák rendeződnek

3. Matematikai leírás



Mágnesezettség:
(mágn. dipólmomentum sűrűség)

$$\underline{M} = \frac{\Sigma \underline{m}_i}{V} = \frac{\text{eredő mág. dipólmomentum}}{\text{térfogat}}$$

$$|\underline{M}| = \frac{I_{mágn} A}{A \cdot l} = \frac{I_{mágn}}{l}$$

Az anyagbeli B-tér: $|\underline{B}_{anyag}| = |\underline{B}_{vákuum}| + \mu_0 \cdot \frac{N I_{mágn}}{l}$ ← szolenoid analógia $\cdot\ 1M$

$\underline{B}_{anyag} = \underbrace{\underline{B}_{vákuum}}_{\mu_0 \underline{H}} + \mu_0 \cdot \underline{M}$

$\mu_0 \underline{H}$, itt $\underline{H}$:= mágneses térerősség $[H] = \frac{A}{m}$

Kapcsolat $\underline{M}$ és $\underline{H}$ között:

Mérések szerint: $\underline{M} \sim \underline{H}$, kis terekre: $\underline{M} = \chi \underline{H}$

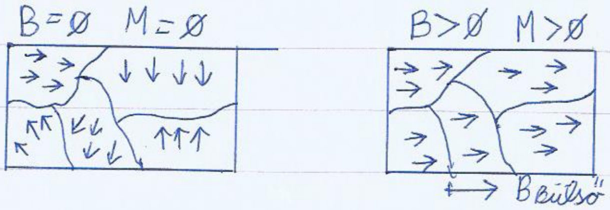
↑ mágneses szuszceptibilitás (dimenziótlan)

- paramágnes: $\chi > 0$ (kis érték), $\mu_r > 1$
- diamágnes: $\chi < 0$ (kis érték $\sim 10^{-6}, 10^{-5}$), $\mu_r < 1$
- ferromágnes: $\chi > 0$ (nagy érték), $\mu_r \gg 1$

Mágneses permeabilitás: $\underline{B}_{anyag} = \mu_0 \underline{H} + \mu_0 \underline{M} = \overbrace{\mu_0 \underbrace{(1+\chi)}_{\text{relatív permeab.}}}^{\mu = \mu_0 \mu_r} \underline{H}$

Mindenhol μ_0-t $\mu_0 \mu_r$-re kell cserélni

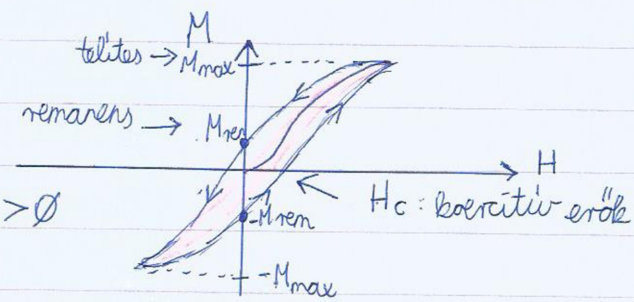
4. Ferromágnesek (nem állandó mágnesek!)
- Atomjaik eredő mágneses momentummal rendelkeznek
- Atomjaik között erős a mágneses kölcsönhatás
- Doménszerkezet:



→ elektromágneses

μ_r tipikusan 1000-es nagyságrendű (de függ a tértől, előélettől is)

Ferromágnesek kitérése:



állandó mágnes: $M_{rem} > 0$

5. Megjegyzések:

a) Mágneses adattárolás: - kazetta, floppy disk

- HDD: GMR-jelenség (giant magnetoresistance)

b) Curie-pont: a ferromágnest egy bizonyos T_C (Curie-pont) fölé hevítve paramágnessé (néha diamágnessé) válik

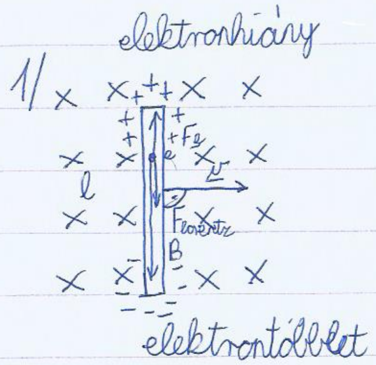
↓

atomok közötti k.h.-t a hőmozgás szétrázza

FIZIKA2

I. $\underline{B}(\underline{r})$ = áll., vezető mozog (mozgási indukció)

1/



Egyensúly esetén:

$\underline{F}_{Lorentz} + \underline{F}_{elektromos} = \underline{0}$

$-q\underline{v}\times\underline{B} + (-q_e)\underline{E} = \underline{0}$

$\underline{E} = -\underline{v}\times\underline{B}$

↑ szétválasztott töltések által keltett tér

$\underline{E}_{eff} = \underline{v}\times\underline{B}$ ← effektív elektromos tér

Vezeték végpontjai közötti feszültség:

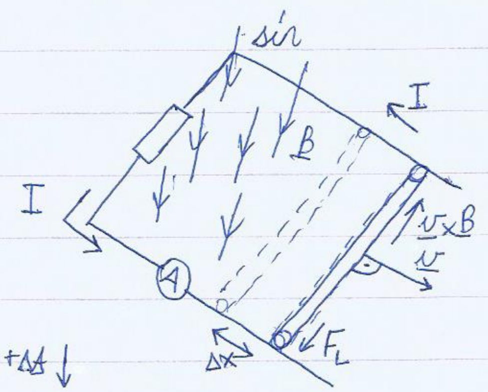
$U = -\int_A^B \underline{E}\, d\underline{l} = -\underline{E}\cdot\underline{l} \doteq \underbrace{\underline{E}\cdot\underline{l}}_{\text{speciális}} = -(\underline{v}\times\underline{B})\cdot\underline{l}$

Elektromos erő (töltésszétválasztó erő):

$\mathcal{E} = U_{eff} = \underline{E}_{eff}\cdot\underline{l} = \underbrace{\underbrace{(\underline{v}\times\underline{B})}_{\text{vektor}}\underline{l}}_{\text{skalár}}$ – vegyesszorzat

2/ Feszültség mérése

- Együttmozgó voltmérővel lehetetlen
- Csúszóérintkezővel lehetséges



Elektromos erő:

$\mathcal{E} \doteq v\cdot l\cdot B$

$\mathcal{E} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\cdot l\cdot B = \frac{B\cdot\Delta A}{\Delta t} = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$

előjelesen:

$\mathcal{E} = \frac{-\Delta\Phi}{\Delta t} = -\dot{\Phi}$

Értelmezés: $\mathcal{E} \approx$ a vezető által elmetszett indukcióvonalak számával

3/ Energiaviszonyok elemzése

Körben folyó áram erőssége $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B\cdot l\cdot v}{R}$

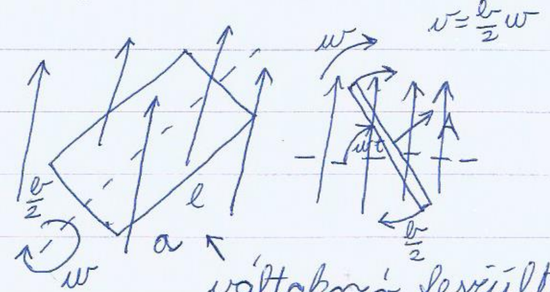
Az ellenálláson fejlődő Joule-hő teljesítménye:

$$P_R = RI^2 = R\,\frac{B^2l^2v^2}{R^2} = \frac{B^2l^2v^2}{R}$$

A külső erő mechanikai teljesítménye (energia megmarad)

$$P_{mech} = F_{külső}\cdot v = I\cdot l\cdot B\cdot v = \frac{B^2l^2v^2}{R}$$

4/ A generátor



$$\mathcal{E}_{egyik} = (\underline{v}\times\underline{B})\,\underline{l} = |\underline{v}||\underline{B}|\sin(\omega t)\, a =$$
$$= \frac{l}{2}\, a\cdot\omega B\sin(\omega t)$$
$$\mathcal{E}_{teljes} = 2\mathcal{E}_{egyik} = \underbrace{a\cdot l}_{A}\cdot B\omega\sin(\omega t)$$

váltakozó feszültséget lehet előállítani

Másképp:

$$\Phi(t) = BA\cos(\omega t) \qquad \mathcal{E}_{teljes} = -\frac{d\Phi}{dt} = BA\omega\sin(\omega t)$$

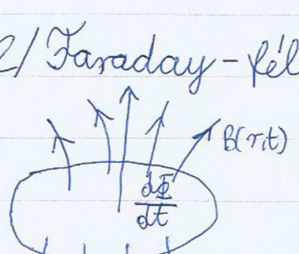
5/ Lenz törvénye

Az indukált áram iránya mindig olyan, hogy mágneses hatásával akadályozza az őt létrehozó hatást. (fluxusváltozást)

II. Nyugalmi indukció

1/ Kísérlet: $B(r)$ időben változik, de a vezetők nem → van indukált feszültség – új jelenség

2/ Faraday-féle indukció-törvény:



Változik bármilyen okból a vezető által körülfogott mágneses fluxus értéke, akkor a zárt vezetőben feszültség indukálódik, nagysága arányos a fluxus idő- balkéz szabály szerinti deriváltjával.

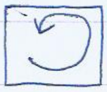
$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

FIZIKA 2. IV.15.

I. Örvényáramok (Eddy-current)

1\ Waltenhofen-inga (két mágnes között fémlapok)

A mozgó lapban változik a fluxus, áramok indukálódnak.
Az örvényáramokra ható Lorentz-erő fékezi a mozgást



nagy fékezőerő

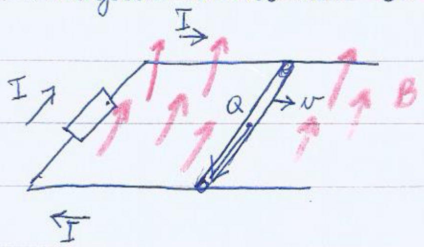
kis fékezőerő

2\ Réztömbre ejtett mágnes

3\ - örvényáramos fékezés
- indukciós főzőlap

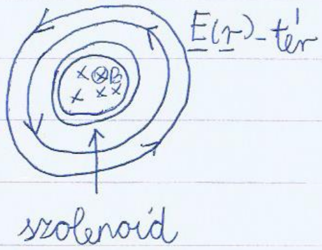
II. A nyugalmi indukció értelmezése

1\ Mozgási indukció értelmezése



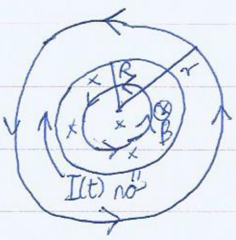
Mozgó vezetőben a szabad töltéshordozókra ható Lorentz-erő okozza az indukált feszültséget/áramot.

2\ Nyugalmi indukció



- nincs Lorentz-erő
- elektromos mező alakul ki
- új jelenség!

3\ Időben változó árammal átjárt szolenoid



Faraday-törvény: $|U_i| = \frac{d\Phi}{dt}$

U_i = egységnyi poz. töltésen végzett munka =

$= \oint \underline{E}\, d\underline{r} = \frac{d\Phi}{dt}$

Most: $E(r) \cdot \overbrace{\oint |d\underline{r}|}^{2\pi r} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}(B \cdot A)_{\text{körülölelt}}$

kívül:

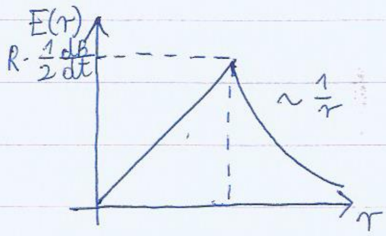
$$\boxed{E(r) = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} \frac{R^2}{r}}$$

$(r > R)$

belül:

$$\boxed{E(r) = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} \cdot r}$$

$(r < R)$



$(\varphi + U_i \neq \varphi \rightarrow$ nem lehet potenciál$)$

4\ Indukált elektromos ~~áram~~ mező jellemzői

elektrosztatikus $\underline{E}$-tér	indukált E-tér
forrásos, forrásai a töltések	forrásmentes
örvénymentes	örvényes (E-vonalak önmagukba z.)
konzervatív	nem konzervatív
potenciál, potenciális energia	nincs potenciál
feszültség az úttól független	feszültség függ az úttól

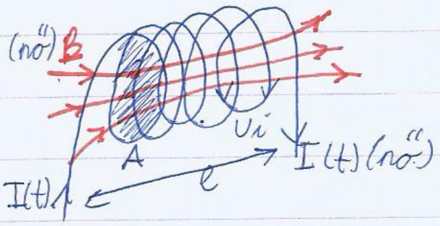
III. Az önindukció

1/ áramjárta vezetőben I változik → B változik →
→ vezető által körülfogott fluxus (Φ) is változik →
→ U_i keletkezik

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\cdot\frac{dI}{dt}\,, \quad [L] = \frac{Vs}{A} = H \text{ (henry)}$$

↑ induktivitás, önindukciós tényező

2/ Szolenoid példája



$$B(t) = \mu_0\cdot\frac{NI(t)}{l}$$

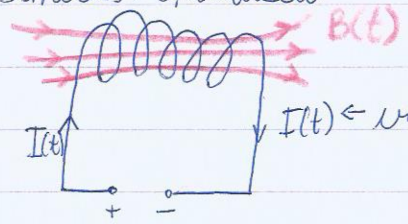
$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \Phi(t) = N\cdot B(t)\cdot A$$

$$U_i = -\frac{d}{dt}\left(N\cdot\mu_0\cdot\frac{NI}{l}\cdot A\right) = \underbrace{\mu_0\cdot\frac{N^2A}{l}}_{L}\cdot\frac{dI}{dt}$$

$$\boxed{L = \mu_0\,\frac{N^2A}{l}}$$

FIZIKA2. IV.29.

Ismétlés: Önindukció



I(t) ← változtatjuk

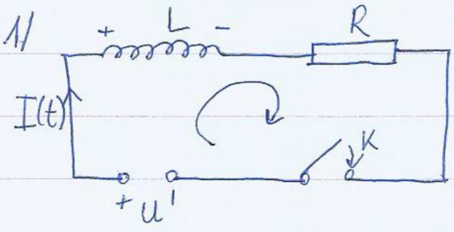
Faraday-törvény: $U_i = -\frac{d\Phi}{dt}$, $\Phi_{saját} = L \cdot I(t)$ $\Big\}$ $U_i = -L\frac{dI}{dt}$

(L: önindukciós tényező)

Szolenoidra: $L_{szolenoid} = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}$

I. Tekercs bekapcsolása (tranziens jelenségek)

1/



II. Kirchhoff-törvény:

(*) $U - L\frac{dI}{dt} - RI = 0$

rendezve: $\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}(\underbrace{I - \frac{U}{R}}_{i})$

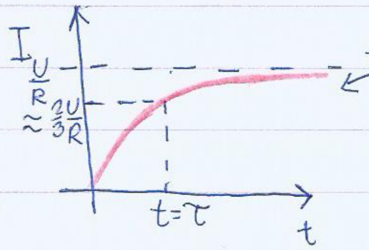
Új változó: $i = I - \frac{U}{R}$, $\frac{dI}{dt} = \frac{di}{dt}$

$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L} \cdot i(t) \Rightarrow i(t) = i_0 \cdot e^{-\frac{R}{L} t}$

$i(t=0) = i_0 = -\frac{U}{R}$

$\Big\}$ $\boxed{I(t) = i(t) + \frac{U}{R} = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L} t}\right)}$

2/ Értelmezés



$I(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$,

ahol $\tau = \frac{L}{R}$

(τ: karakterisztikus idő (időállandó))

- $t \ll \tau$, akkor a tekercs árama ugyanakkora, mint K zárása előtt
- $t \gg \tau$, a tekercs vezetőként viselkedik

(I nem változhat hirtelen)

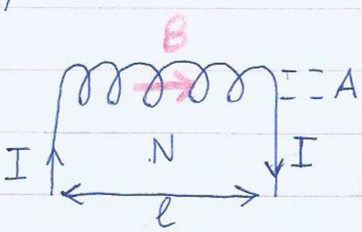
II. Mágneses mezőben tárolt energia

1/

(*)-ból: $\underbrace{IU}_{\text{telep teljesítménye}} = \underbrace{RI^2}_{\text{Joule-hő teljesítménye}} + \underbrace{L\frac{dI}{dt}\cdot I}_{\text{tekercsbe „pumpált" energia időegységenként}}$ /·I

$$\frac{dE_{tekercs}}{dt} = L\frac{dI}{dt}\cdot I = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}LI^2\right) \Rightarrow \boxed{E_{tekercs} = \frac{1}{2}LI^2}$$

2/

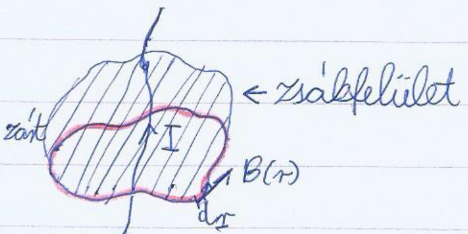


$$E_{tekercs} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mu_0 N^2 A}{l}\cdot I^2 = \frac{1}{2}\underbrace{\left(\frac{\mu_0 N I}{l}\right)^2}_{B^2}\cdot\frac{1}{\mu_0}\cdot\underbrace{l\cdot A}_{V_{mező}} = \underbrace{\frac{1}{2\mu_0}B^2}_{w_B = \text{mágneses energiasűrűség}}\cdot V_{mező}$$

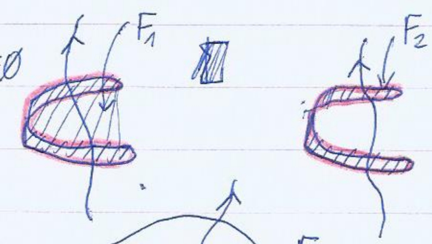
III. Az Ampère-törvény általánosítása

1/ Vákuumban:

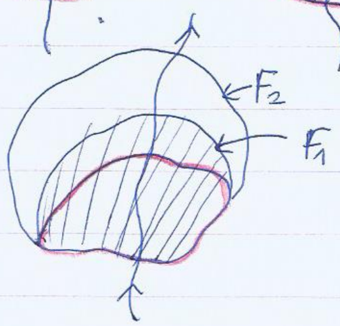
$$\oint B\,dr = \mu_0 I$$



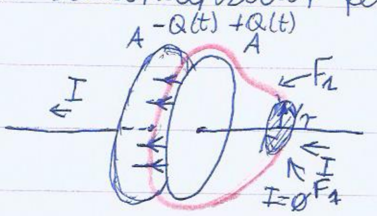
$\sum I_1 = \emptyset$ $\sum I_2 = \emptyset$



→ zsákfelületet definiálunk



2/ Példa: síkkondenzátor feltöltése



Ampère-törvény:

$$\oint \underline{B}\, d\underline{r} = \underbrace{\mu_0 I}_{F_1} = \underbrace{\mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Psi}{dt}}_{F_2}$$

Kondenzátor vizsgálata:

(1) $\frac{dQ}{dt} = I$, (2) $\dot{E} = \frac{\dot{Q}}{\varepsilon_0 A} = \frac{I}{\varepsilon_0 A} \longrightarrow I = \varepsilon_0 \cdot \frac{d}{dt}(E \cdot A) = \varepsilon_0 \frac{d\Psi}{dt}$

el. Gauss-tv.

Ált. Ampère-tv.: $\boxed{\oint \underline{B}\, d\underline{r} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Psi}{dt}} \rightarrow I_d$: „eltolási áram"

IV. Összefoglalás: (Maxwell egyenletek)

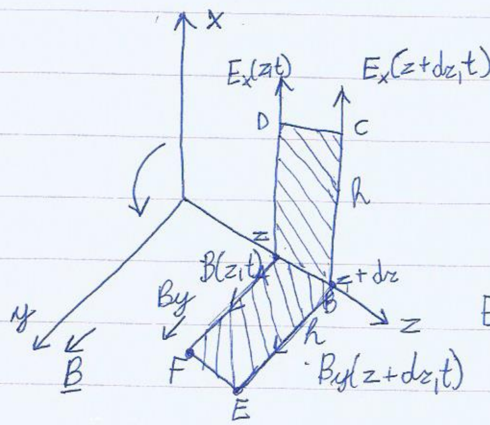
elektromos Gauss-tv.: $\oint \underline{E}\, d\underline{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot Q_{bezárt}$

mágneses Gauss-tv.: $\oint \underline{B}\, d\underline{A} = \emptyset$ ← nincs mágn. monopólus

Ampère-tv.: $\oint \underline{B}\, d\underline{r} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Psi}{dt}$

Faraday-tv.: $\oint \underline{E}\, d\underline{r} = -\frac{d\Phi}{dt}$

V. Az elektromágneses hullám (vákuum)



$\underline{E}(\underline{r},t) = (E_x(z,t), 0, 0)$

$\underline{B}(\underline{r},t) = (0, B_y(z,t), 0)$

vákuumban: $I = \emptyset$, $Q = \emptyset$

Faraday-tv. ABCD-re:

$E_x(z,t)h - E_x(z+dz,t) \cdot h = \frac{\partial B_y(z,t)}{\partial t} h\, dz$

$\boxed{-\frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial B_y}{\partial t}}$ (1)

Ampère-tv.:

$B_y(z+dz,t) \cdot h - B_y(z,t) h = \mu_0 \varepsilon_0 (-\dot{E}_x(z,t) h\, dz)$

$\boxed{\frac{\partial B_y}{\partial z} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}}$

$$\frac{\partial}{\partial z}(1) \quad -\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 B_y}{\partial z \cdot \partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(2) \quad -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 B_y}{\partial t \partial z}$$

Young-tétel

Hullámegyenlet: $\boxed{\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}}$

$$\boxed{\frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}}$$

2/ A hullámegyenlet haladó síkhullám-megoldása:

próbamegoldás: $E_x(z,t) = E_0 \cos(kz \pm \omega t)$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -E_0 k^2 \cos(kz \pm \omega t) \qquad \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -E_0 \cdot (\pm\omega)^2 \cos(kz \pm \omega t)$$

Hullámegyenlet: $k^2 = \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2$

lelátjuk: $\frac{1}{c^2}$

$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

FIZIKA2 V.6.

I. Ismétlés: haladó EM síkhullám

1/

Hullámegyenlet: $\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$

$$\left.\begin{array}{l} E_x(z,t) = E_0 \cos(kz \pm \omega t) \\ B_y(z,t) = B_0 \cos(\underbrace{kz \pm \omega t}_{\text{fázis}}) \end{array}\right\} \text{haladó síkhullám, megoldás}$$

(+kép)

2/ Miért „síkhullám"? ↑ hullámfrontok síkok

Hullámfront: azonos fázisú (térerősségű) pontokra illeszkedő felület

3/ a) térbeli periódus: $E_x(z+\lambda,t) = E_x(z,t)$

$$\cos(kz + k\lambda \pm \omega t) = \cos(kz \pm \omega t)$$

k: hullámszám

$k\lambda = 2\pi \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k}$ (hullámhossz)

b) Időbeli periódus: $E_x(z,t+T) = E_x(z,t)$

$$\omega T = 2\pi$$

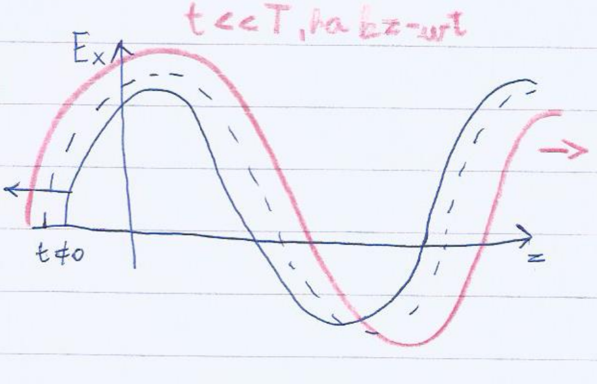
körfrekvencia $\omega = \frac{2\pi}{T}$

periódusidő $T = \frac{2\pi}{\omega}$

c) frekvencia: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$, $[f] = \mathrm{Hz}$ (Hertz)

d) terjedési irány:

$E_x(z,t) = E_0 \cos(kz \pm \omega t)$



e) terjedési sebesség:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2\pi}{k}}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{k}$$

előző óra: $k^2 = \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2$

vákuumban:
$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 2{,}998 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}$$

anyagban (szigetelő):
$$c' = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} = \frac{c}{n}$$

törésmutató

f) Kapcsolat E és B között

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$kc = \omega$

$$-E_0 k \sin(kz \pm \omega t) = \mp B_0 \omega \sin(kz \pm \omega t) \Rightarrow \boxed{E_0 = \pm B_0 c}$$

II. Az energia terjedése EM hullámban

1/ Energiasűrűség:

elektromos: $w_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_x^2(z,t) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz \pm \omega t)$

mágneses: $w_B = \frac{1}{2\mu_0} B_y^2(z,t) = \frac{1}{2\mu_0} B_0^2 \cos^2(kz \pm \omega t)$

teljes: $W = W_E + W_B = \cos^2(kz \pm \omega t) \frac{1}{2} \varepsilon_0 \overbrace{\left(E_0^2 + \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} B_0^2\right)}^{2E_0^2}$

$$\boxed{W = \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz \pm \omega t)}$$

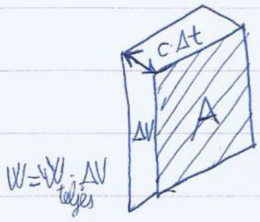
2/ Poynting-vektor

$\underline{S} = \frac{1}{\mu_0} \underline{E} \times \underline{B}$ (definíció)

$$|\underline{S}| = \frac{1}{\mu_0} |\underline{E}||\underline{B}| \sin 90° = \frac{1}{\mu_0} E_0 B_0 \cos^2(kz \pm \omega t)$$

$$|\underline{S}| = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0 \cdot E_0 \cos^2(kz \pm \omega t) = \underbrace{\sqrt{\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}}}_{c} \cdot \underbrace{\varepsilon_0 \cdot E_0^2 \cos^2(kz \pm \omega t)}_{W_{teljes}}$$

$$\boxed{|\underline{S}| = c \cdot W_{teljes}}$$



átáramlott energia:

$W = W_{teljes} \cdot A \cdot c \cdot \Delta t$

3/ Intenzitás:

a)

$I :=$ egységnyi, merőleges felületre beeső teljesítmény időátlaga

$$I = \underset{\uparrow \text{ időátlag}}{\langle |\underline{S}| \rangle} = c \cdot \varepsilon_0 E_0^2 \langle \cos^2(kz \pm \omega t) \rangle = c\, \varepsilon_0 E_0^2 \langle \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\cos(2kz \pm 2\omega t) \rangle$$

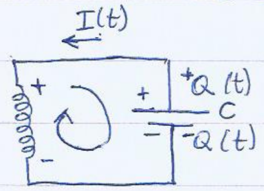
$$\boxed{I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_0^2 c = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, E_0^2}$$

b) Megjegyzés: az EM hullám impulzust is szállít,

impulzus-áramsűrűség $= \frac{\underline{S}}{c}$

III. EM hullámok keltése:

1/



Kirchhoff: $U_C + U_i = \emptyset$

$$\frac{Q(t)}{C} - L\frac{dI}{dt} = \emptyset \quad (1)$$

$$\frac{dQ}{dt} = -I \ (2) \rightarrow \frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{dI}{dt}$$

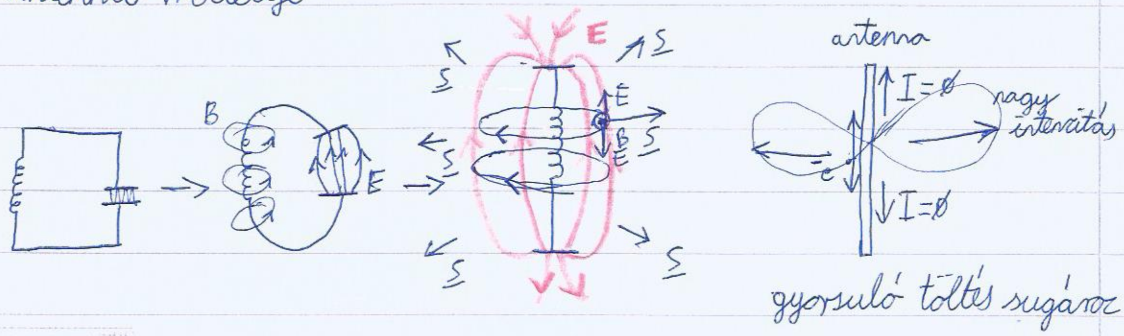
$$\frac{Q}{C} + L\frac{d^2Q}{dt^2} = \emptyset$$

$$\boxed{\frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} \cdot Q(t)} \xleftrightarrow{\text{harmonikus rezgés}} \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{D}{m}x(t)$$

$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$, ahol $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$

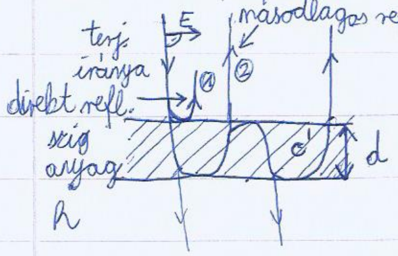
Megoldás: $Q(t) = Q_{max} \cdot \cos(\omega t + \underset{\uparrow \text{ most } \emptyset}{\varphi_0})$, ahol $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

2/ Antenna modellje:



gyorsuló töltés sugároz

IV. Interferencia vékonyrétegen



vákuumban

$$c' = \frac{c}{n}, \quad f' = f, \quad \lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

Maximális gyengítés ① és ② nyaláb között:

$$\Delta\varphi = k' \cdot 2d - \pi = \frac{2\pi}{\lambda'} \cdot 2d - \pi$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2nd - \pi = \pi \underbrace{(2n+1)}_{\text{páratlan}}$$

$$\boxed{2nd = \text{egész } \lambda}$$

Alkalmazás: AR rétegek

FIZIKA2. V.13.

I. Polarizáció:

1/ Iránya: EMH-ban az elektromos térerősség rezgésének iránya.

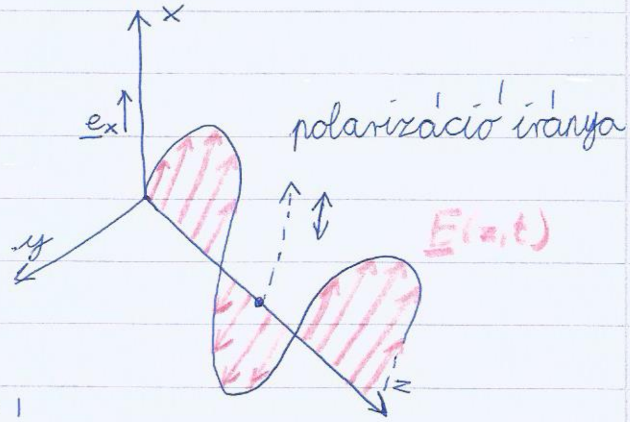
2/

a) Polarizálatlan („keverék")

b) Lineáris polarizáció

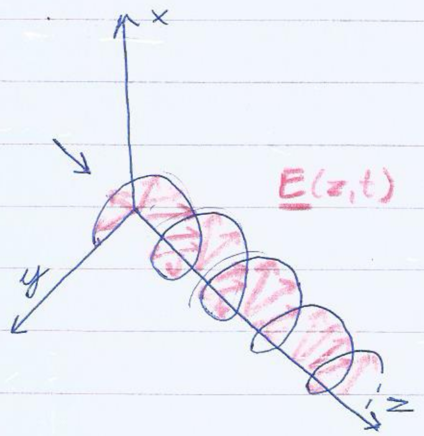
$\underline{E}$-vektor végpontja egy adott z-nél egyenes y pályán mozog.

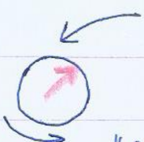
$\underline{E}(t) = E_0 \underline{e}_x \cos(\omega t)$



c) Cirkuláris polarizáció

- Az $\underline{E}$ vektor végpontja adott z esetén körpályán mozog.
- $\underline{E}(t) = E_0 \underline{e}_x \cos(\omega t) + E_0 \underline{e}_y \sin(\omega t)$
- Két ($\underline{e}_x$ és $\underline{e}_y$ irányban) lineárisan polarizált hullám eredője 90°-os fáziskülönbséggel.



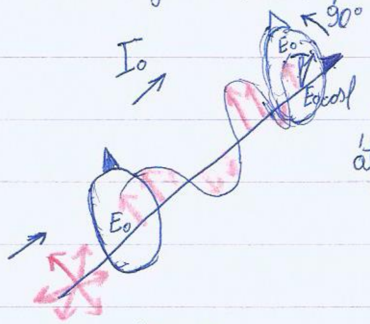


„jobbkezes" fény

„balkezes" fény

3. Polarizátorok (polárszűrők)

- Csak egy bizonyos irányú térerősségkomponenst engednek át.
- Merőleges állású polárszűrőkön nem jut át a fény.



$E_{átjutó} = E_0 \cos \varphi$

$I_{átjutó} \sim E^2_{átjutó}$

$\boxed{I_{átjutó} = I_0 \cos^2 \varphi}$

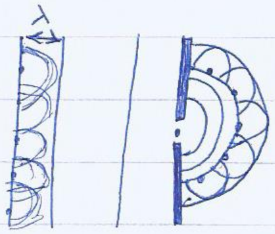
Malus-törvény

II Diffrakció (elhajlás)

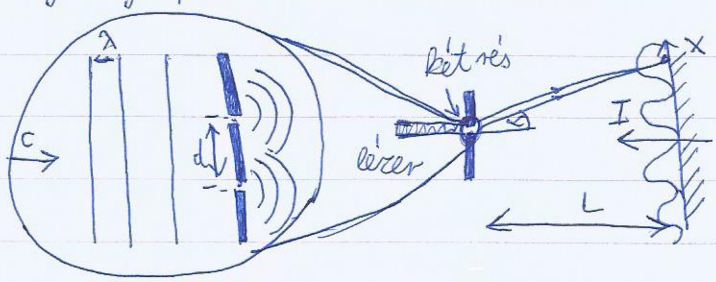
- Akadályok között elhaladó hullámok továterjedése.
- Nem azonos a geometriai árnyékkal!

Huygens-Fresnel-elv:

A hullámtér minden pontja egy-egy elemi, gömbhullámokat kibocsátó forrásként viselkedik. Ezen gömbhullámok interferenciája adja a továterjedő hullámfrontot.



1/ Young-féle kettősrés ($a \ll d$)



amplitúdók összeadása

$x = L \cdot \tan \alpha \approx L\alpha$

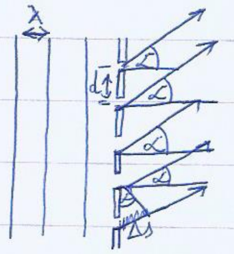
$x \approx L \cdot \sin \alpha$

Hullámok amplitúdója: Ψ (skalár)
Két hullám útkülönbsége: $\Delta s = d \sin \alpha$
fáziskülönbség: $\Delta \varphi = 2\pi \frac{\Delta s}{\lambda}$

Erősítés feltétele: $\Delta \varphi = 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$
$\boxed{\sin \alpha_m = m \frac{\lambda}{d}}$ (erősítés)

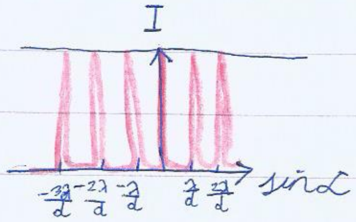
Gyengítés feltétele: $\Delta \varphi = \pi (2m+1)$
$\boxed{\sin \alpha_m = (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{d}}$ (gyengítés)

2/ Optikai rács („végtelen" sok rés)



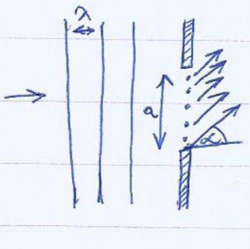
Két szomszédos résből jövő hullám útkülönbsége: $\Delta s = d \cdot \sin \alpha$
erősítés feltétele: $\Delta s = m\lambda$ ($m \in \mathbb{Z}$)

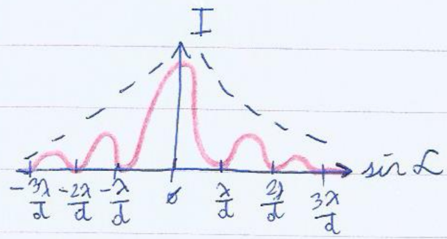
$\boxed{\sin \alpha_m = m \cdot \frac{\lambda}{d}}$ ← intenzitásmaximumok



m = elhajlás rendje

3/ Egyszerű rés





↙ I. minimumok
kioltási helyek: $\boxed{\sin \alpha_m = m \frac{\lambda}{d}}$ $m \neq 0$, $m \in \mathbb{Z}$