

Algoritmusok és gráfok  
Vizsga - Kifejtős feladatok  
2020. december 22.

**A feladatok megoldását indokolni kell, ide értve az algoritmusok helyességének és lépésszámának belátását is.**

1. Adott három AVL-fa, mindegyikben  $n$  darab különböző egész számot tárolunk. Adjon  $O(n \log n)$  lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy az első fában tárolt elemek legalább fele benne van a másik két fa valamelyikében.
2. Egy **irányítatlan**  $G$  gráf csúcsai  $A, B, C, D, E, F, H$ . Mélységi bejárást (DFS-t) futtatunk a gráfon a  $D$  csúcsból, a DFS feszítőfába a  $DA, AB, AC, DE, EF, FH$  élek kerülnek be, ebben a sorrendben. Legfeljebb hány éle lehet a  $G$  gráfnak?
3. Szomszédossági mátrixával adott egy  $n$  csúcsú irányítatlan gráf és abban két kijelölt csúcs,  $a$  és  $b$ . A gráf minden csúcsa ki van színezve vagy pirosra vagy kékre, ez az információ egy  $C$  tömbben adott, amely a csúcsokkal van indexelve és ahol  $C[v]$  a  $v$  csúcs színét adja meg. A gráf egy élét tarkának nevezzük, ha egyik végpontja piros, a másik pedig kék.

Adjon  $O(n^2)$  lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy van-e olyan út az  $a$  csúcsból a  $b$  csúcsba, ami csupa tarka élből áll és ha van ilyen, akkor azt is megmondja, hogy hány tarka élből áll a legrövidebb ilyen út.