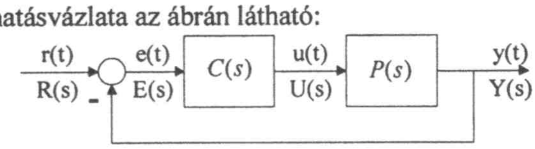
MEGOLDÁSSAL

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A csoport
2010.03.23. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható:



a./ $P(s)=\dfrac{0.5}{(1+10s)(1+0.5s)}$, $C(s)=2\dfrac{1+10s}{10s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját.

b./ Adja meg a vágási körfrekvencia és a fázistartalék közelítő értékét a közelítő Bode diagram alapján.
c./ Stabilis-e a zárt szabályozási kör?
d./ Mekkora hibával követi a szabályozás az egységugrás illetve az egységsebesség-ugrás alakú alapjelet? **[4 pont]**

2. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör hurokátviteli függvénye $L(s)=\dfrac{e^{-s}}{s}$. Adja meg az erősítési tartalék értékét! **[4 pont]**

3. Adott $A=\begin{bmatrix}-1 & 0.5\\ 0 & -2\end{bmatrix}$. Határozza meg $\mathbf{x}(t)$ értékét, ha $u(t)\equiv 0$ és $\mathbf{x}(0)=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$! **[4 pont]**

4. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör hurokátviteli függvénye $L(s)$. A fázistartalék $\varphi_t=30°$. Ha (holtidő beiktatásával) a hurokátviteli függvény $L(s)e^{-0.1s}$ értékűre módosul, a fázistartalék $\varphi_t=-30°$. Adja meg az $L(s)$ hurokátviteli függvényhez tartozó frekvenciafüggvény vágási körfrekvenciáját! **[3 pont]**

5. Megfigyelhető-e a $H(s)=\dfrac{s^2+3s+2}{s^2+4s+3}$ átviteli függvényű rendszer irányítható kanonikus alakja? **[3 pont]**

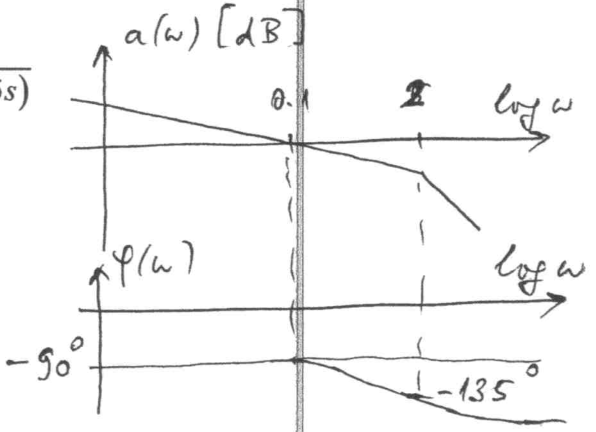
6. Adja meg a gyökhelygörbe definícióját! Legyen egy zárt szabályozási rendszerben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=K\dfrac{s^2+12s+20}{s^2+6s+5}$. Vázolja fel a gyökhelygörbét! **[4 pont]**

7. Egy szakasz átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{10}{1+s}e^{-0.1s}$, bemenőjele $u=\sin(3t)$. Írja fel a szakasz kimenőjelét állandósult állapotban! **[4 pont]**

8. Mutassa meg, hogy az irányíthatóság invariáns a lineáris transzformációra! **[4 pont]**

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A csoport
MEGOLDÁSOK

1. a./ $L(s)=C(s)P(s)=2\frac{1+10s}{10s}\frac{0.5}{(1+10s)(1+0.5s)}=\frac{0.1}{s(1+0.5s)}$



b./ $\omega_c \cong 0.1 \quad \varphi_t \cong 90^\circ$

c./ Stabilis ($\varphi_t > 0$)

d./ Egységugrás: $e_\infty = 0$ ($j = 1$), egység-sebességugrás: $e_\infty = 1/0.1 = 10$ ($j = 1$)

2. a./ $L(j\omega)=\frac{e^{-j\omega}}{j\omega} \qquad \omega_\pi: \quad -\omega_\pi-\frac{\pi}{2}=-\pi \quad \Rightarrow \quad \omega_\pi=\frac{\pi}{2}$

$$\left|L(j\omega)\right|_{\omega=\omega_\pi}=\frac{1}{\omega_\pi}=\frac{2}{\pi} \quad \Rightarrow \quad g_t=\frac{1}{\left|L(j\omega)\right|_{\omega=\omega_\pi}}=\frac{\pi}{2}$$

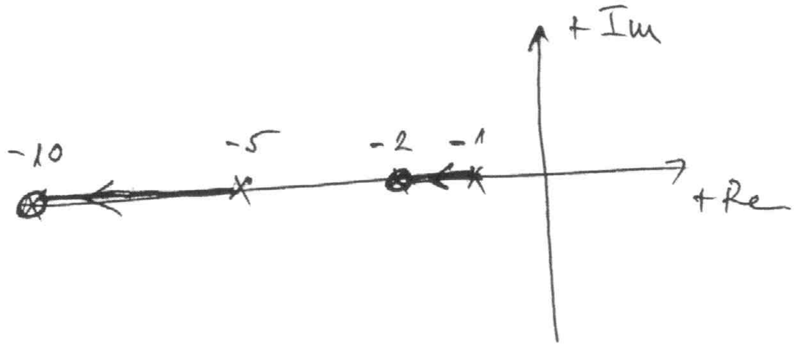
3. a./ $\mathbf{\Phi}(s)=(s\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}=\begin{bmatrix} s+1 & -0.5 \\ 0 & s+2 \end{bmatrix}^{-1}=\frac{\begin{bmatrix} s+2 & 0.5 \\ 0 & s+1 \end{bmatrix}}{(s+1)(s+2)}=\begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{0.5}{s+1}-\frac{0.5}{s+2} \\ 0 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}$

$$\mathbf{\Phi}(t)=\begin{bmatrix} e^{-t} & 0.5e^{-t}-0.5e^{-2t} \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x}(t)=\mathbf{\Phi}(t)\mathbf{x}(0)=\begin{bmatrix} 1.5e^{-t}-0.5e^{-2t} \\ e^{-2t} \end{bmatrix} \quad ,t\ge 0$$

4. $\omega_c T_d=\frac{\pi}{3} \quad \Rightarrow \quad \omega_c=\frac{\pi}{3T_d}=\frac{\pi}{0.3}=10.47$

5. Nem, mert $H(s)=\frac{(s+1)(s+2)}{(s+1)(s+3)}=\frac{s+2}{s+3}$ nem irányítható <u>és</u> megfigyelhető.

6. A gyökhelygörbe a zárt rendszer pólusainak a helye, miközben a körerősítés változik nulla és végtelen között. $L(s)=\frac{(s+10)(s+2)}{(s+5)(s+1)}$



7. $P(j\omega)=\dfrac{10}{1+j\omega}e^{-0.1j\omega}=a(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ $\quad a(\omega)\big|_{\omega=3}=a(3)=\dfrac{10}{\sqrt{1+3^2}}=3.16$

$\varphi(\omega)\big|_{\omega=3}=\varphi(3)=-arctg(3)-0.1\cdot 3=-88.8^\circ$

$y_{áll}=3.16\sin\left(3t-88.8^\circ\right)$

8. $\bar{\mathbf{M}}_c=\left[\bar{\mathbf{b}}\quad \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{b}}\quad \ldots\quad \bar{\mathbf{A}}^{n-1}\bar{\mathbf{b}}\right]=\left[\mathbf{Tb}\quad \mathbf{TAT}^{-1}\mathbf{Tb}\quad \ldots\quad \mathbf{TAT}^{-1}\ldots\mathbf{TAT}^{-1}\mathbf{Tb}\right]=\mathbf{TM}_c$

Mivel T invertálható, így $\mathbf{M}_c$ rangja azonos $\bar{\mathbf{M}}_c$ rangjával.

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, B csoport
2010.03.23. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy zárt szabályozási körben a felnyitott kör hurokátviteli függvénye $L(s)=\frac{e^{-s}}{s}$. Adja meg a fázistartalék értékét! **[4 pont]**

2. Adja meg a $H(s)=\frac{5s+7}{s^2+3s+2}$ átviteli függvénnyel jellemzett rendszer egy irányítható kanonikus állapotteres realizációját! **[3 pont]**

3. Irányítható-e a $H(s)=\frac{s^2+3s+2}{s^2+4s+3}$ átviteli függvényű rendszer megfigyelhető kanonikus alakja? **[3 pont]**

4. Adja meg a gyökhelygörbe definícióját! Legyen egy zárt szabályozási rendszerben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=\frac{K}{s^2+8s+25}$. Vázolja fel a gyökhelygörbét! **[4 pont]**

5. Egy szakasz átviteli függvénye $P(s)=\frac{K}{s^2+3s+2}$, bemenőjele $u=12\sin(2t)$, kimenőjele állandósult állapotban $y_{áll}=2.4\sin(2t+\varphi)$. Mekkora K és φ értéke? **[4 pont]**

6. Egy zárt szabályozási körben a hurokátviteli függvény $L(s)=\frac{1}{s^3+5s^2+(K-3)s+K}$. A Hurwitz determináns módszerével adja meg azt a $K>0$ tartományt, amely mellett a zárt kör stabilis! **[4 pont]**

7. Adott $A=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0.8 & -1\end{bmatrix}$. Határozza meg $\mathbf{x}(t)$ értékét, ha $\mathbf{x}(0)=\begin{bmatrix}1 & 2\end{bmatrix}^T$! **[4 pont]**

8. Adja meg a robusztus stabilitás feltételét! **[4 pont]**

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, B csoport
MEGOLDÁSOK

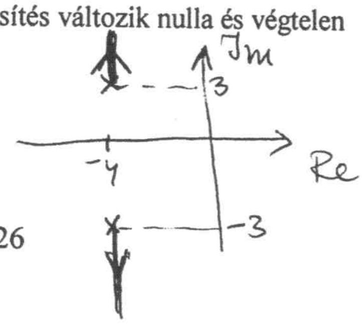
1. a./ $L(j\omega) \cong \dfrac{e^{-j\omega}}{j\omega}$ $\quad \omega_c: \ \dfrac{1}{\omega} = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega_c = 1$

$$\varphi(\omega_c) = -\frac{\pi}{2} - \omega_c = -\frac{\pi}{2} - 1 = -147.3^\circ \quad \Rightarrow \quad \varphi_t = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 32.7^\circ$$

2. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ $\quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\quad c^T = [7 \quad 5]$ $\quad d=0$

3. Nem, mert $H(s) = \dfrac{(s+1)(s+2)}{(s+1)(s+3)} = \dfrac{s+2}{s+3}$ nem irányítható és megfigyelhető.

4. A gyökhelygörbe a zárt rendszer pólusainak a helye, miközben a körerősítés változik nulla és végtelen között. $L(s) = \dfrac{1}{s^2 + 8s + 25} = \dfrac{1}{(s+4-j3)(s-4+j3)}$



5. $|P(j\omega)| = \dfrac{K}{\sqrt{(-2)^2 + 6^2}} = \dfrac{K}{\sqrt{40}}$ $\quad 12\dfrac{K}{\sqrt{40}} = 2.4 \quad K = \dfrac{\sqrt{40}}{5} = 1.26$

$\varphi = -arctg1 - arctg2 = 108.4^\circ$

6. A karakterisztikus egyenlet:

$s^3 + 5s^2 + (K-3)s + K + 1 = 0$

A Hurwitz determináns:

$\begin{bmatrix} 5 & K+1 & 0 \\ 1 & K-3 & 0 \\ 0 & 5 & K+1 \end{bmatrix}$; A stabilitás feltétele: $\Delta_2 = 4K - 16 > 0$; $K > 4$

7. $$\mathbf{\Phi}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ -0.8 & s+1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} s+1 & 0 \\ 0.8 & s+2 \end{bmatrix}}{(s+1)(s+2)} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{s+2} & 0 \\ \dfrac{0.8}{s+1} - \dfrac{0.8}{s+2} & \dfrac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t} & 0 \\ 0.8e^{-t} - 0.8e^{-2t} & e^{-t} \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} e^{-2t} \\ 2.8e^{-t} - 0.8e^{-2t} \end{bmatrix}, t \geq 0$$

8. $|\ell(j\omega)||\hat{T}(j\omega)| < 1, \ \forall \omega$, ahol $\ell(j\omega)$ a relatív modell hiba, $\hat{T}(j\omega)$ a névleges eredő átviteli függvény.