
A 2. zárthelyi témakörei

Gyökös, abszolút értékes, exponenciális és logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek.

A függvény fogalma, összetett függvény, inverz függvény. Függvények jellemzése értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, periodicitás, paritás szempontjából.

Trigonometria. Az alábbi képleteket fejből kell tudni:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

Vektorok, koordináta geometria: skaláris szorzat, osztópont koordinátái, egyenes és kör egyenlete.

Kombinatorika és valószínűség számítás.

2. mintazárthelyi

1. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán: $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-5} \cdot \frac{\sqrt{8^{2x-10}}}{16^{4-x}} = 32^{x-3}$

2. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán: $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x) > -2$

3. Határozza meg az alábbi függvény értelmezési tartományát és zérushelyeit (hozza a törtet a lehető legegyszerűbb alakra):

$$f(x) = \frac{x^2(x^2 - 1) - 2x(x - 1)}{(x + 3)(x^2 - 1)^2}$$

4. Invertálható-e az alábbi függvény? Ha igen, írja fel az inverzét (a választ indokolja):

$$f(x) = 5 - \frac{4}{x - 3}, \quad x > 3$$

5. Oldja meg az alábbi egyenletet a $[0; 2\pi]$ zárt intervallumon:

$$(\cos x + \sin x)^2 + \sin x = 1 + \operatorname{tg} x$$

6. Mennyi az $\mathbf{a} = (3; 3\sqrt{2})$ és $\mathbf{b} = (\sqrt{2}; 1)$ vektorok által közbezárt szög szinusza?

7. Adottak az $A(1; 2)$, $B(5; -1)$ és $C(2; 5)$ pontok. Határozza meg az ABC háromszög A csúcsból induló magasságvonalának az origótól való távolságát!

8. András, Bence és Dani kezében egy-egy 32 lapos magyar kártyapakli van. Mindannyian találomra húznak egy-egy kártyát a saját paklijukból. Mi annak a valószínűsége, hogy a három gyerek közül pontosan egynél van zöld? (A magyar kártyában nyolc zöld van.)

Eredmények

1. $x = -3$

2. $-1 < x < 0$ vagy $3 < x < 4$

3. Az f függvény értelmezési tartománya: $\mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 1\}$. Egyszerűsítve: $f(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2(x+3)}$. Zérushe-

lyek: $x_1 = 0, x_2 = -2$.

4. Az f függvény szigorúan monoton, ha $x > 3$, ezért létezik inverze. $f^{-1}(x) = 3 - \frac{4}{x-5}, x < 5$

5. Az egyenletet rendezve: $\sin x(2 \cos^2 x + \cos x - 1) = 0$, ahonnan $\sin x = 0$ vagy $\cos x = \frac{-1 \pm 3}{4}$. A

feladat megoldása: $x_1 = 0, x_2 = \frac{\pi}{3}, x_3 = \pi, x_4 = \frac{5\pi}{3}, x_5 = 2\pi$

6. $\sin \alpha = \frac{1}{3}$

7. Az ABC háromszög A csúcsból induló m_a magasságvonalának egy normálvektora a $\overrightarrow{BC} = (-3; 6)$ vagy az ezzel párhuzamos $\mathbf{n} = (1; -2)$ vektor, így a magasságvonal egyenlete:

$$x - 2y = -3$$

Az origón átmenő, m_a magasságvonalra merőleges e egyenes egy normálvektora a $(2, 1)$ vektor, így az e egyenes egyenlete:

$$2x + y = 0$$

A fenti két egyenletből az m_a és e egyenes metszéspontja az $M\left(-\frac{3}{5}, \frac{6}{5}\right)$ pont, így az origó távolsága az

$$m_a \text{ magasságvonaltól: } d(O, m_a) = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

8. $p = \frac{3 \cdot 8 \cdot 24^2}{32^3}$