

1. Vizsgazárthelyi

A1 2011/12 tél Munkaidő 90'

1. Oldja meg a

$$z^8 + 3z^4 - 4 = 0$$

egyenletet a komplex számok körében! A megoldásokat algebrai alakban adja meg!

2. Határozza meg a következő határértékeket!

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n^3}\right)^{n^3}$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{1}{n}\right)^n$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^3}$

3. Legyen $f(x) = \frac{5\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x}}{5\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x}}$

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = ?$

4. Hány megoldása van az

$$x^{13} - 13x - 9 = 0$$

egyenletnek? Ha van(nak) megoldás(ok), állapítsa meg előjelét(üket)!

5.

(a) $\int_0^{\pi} \sin^2 2x \, dx = ?$

(b) $\int_0^{\pi/6} \cos^3 3x \, dx = ?$

6. Legyen $a < b$ tetszőleges valós számok és legyen az f függvény értelmezve az $[a, b]$ intervallumon. Melyik igaz, melyik nem?

(a) Ha f folytonos (a, b) -n, akkor legfeljebb véges sok pont kivételével deriválható (a, b) -n.

(b) Ha f legfeljebb véges sok pont kivételével deriválható (a, b) -n, akkor f legfeljebb véges sok pont kivételével folytonos (a, b) -n.

(c) Ha f legfeljebb véges sok pont kivételével folytonos (a, b) -n, akkor f deriválható (a, b) -n.

(d) Ha f integrálható $[a, b]$ -n, akkor f legfeljebb véges sok pont kivételével folytonos $[a, b]$ -n.

(e) Ha f legfeljebb véges sok pont kivételével folytonos $[a, b]$ -n, akkor f integrálható $[a, b]$ -n.