Analízis(2) VD1 (B kurzus)
2000.június 6.
Munkaidő: 90 perc

1. feladat (9 pont)
Oldja meg az alábbi differenciálegyenletet!

$$y''' + 9y' = 6 + 2e^{3x}$$

2. feladat (15 pont)

$$f_n(x) = (2x+1)^n$$

a) $f(x) = \lim f_n(x) = \ ? \ \ D_f = \ ?$
Egyenletesen konvergens-e a függvénysorozat D_f-en?
b) Mondja ki a Weierstrass kritériumot!
c) Határozza meg a $\sum\limits_0^\infty f_n(x)$ függvénysor konvergenciatartományát! Adjon meg egy [a,b] intervallumot, melyen a sor egyenletesen konvergens! (Indokoljon!)

3. feladat (16 pont)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(2x^2)}{(x^2+2y^2)} & \text{ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{ha } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Parciális deriváltak, ha $(x,y) \neq (0,0)$?
b) $df(1,0,h,k) =$? írja fel a $P_0 = (1,0)$ pontbeli érintősík egyenletét!
c) $\frac{df}{de} =$?, ha $e \parallel i - j$

4. feladat (15 pont)
a) Az integrálás sorrendjének felcserélésével határozza meg az alábbi integrál értékét!

$$\int_0^2 \int_{x^2}^4 x \sin y^2 \, \mathrm{d}y\mathrm{d}x$$

b)

$$\int\int \frac{1}{\sqrt{(x^2+y^2)^5}} \, \mathrm{d}T = ?$$

$T: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4; y \leq 0$

5. feladat (16 pont)

$$f(z) = \frac{1}{(z-2j)^8 z}$$

a) írja fel az f függvény $z_0 = 2j$ bázispontú azon Laurent sorfejtését, mely $z = j$-ben konvergens! Adja meg a sor konvergenciatartományát!
b) $res f(z) =$?; $\quad z = 2j$-ben és $z = 0$-ban.
c)

$$\oint_{|z-3j|=2} f(z) \, \mathrm{d}z = ?$$

6. feladat (12 pont)

$$\oint_{|z|=3} (2\overline{z} + z\cos z^2)\ \mathrm{d}z = ?$$

7. feladat (17 pont)
a) Bizonyítsa be, hogy a parciális deriváltak létezése szükséges feltétele a totális deriválhatóságnak!
b) Mondja ki és bizonyítsa be a hatványsor egyenletes konvergenciájával kapcsolatban tanult tételt!

Analízis(2) VD2 (B kurzus)

2000.jún.6
Munkaidő: 90 perc

1. feladat (18 pont)

$$f(x) = 6(1+x^3)^{1/6} - 9(1+x^3)^{1/9} + 3$$

Írja fel f $x_0 = 0$ körüli Taylor sorát és adja meg annak konvergenciatartományát!
Adja meg C és α értékét úgy, hogy $f(\ \frac{1}{n}\ ) \sim Cn^\alpha$ fennálljon!

2. feladat (20 pont)
Adjon elégséges feltételt totális deriválhatóságra! Állítását bizonyítsa be!

3. feladat (20 pont)
Mondja ki és bizonyítsa be a határfüggvény folytonosságával kapcsolatban tanult tételt!

4. feladat (15 pont)
Adja meg a gömbi koordináták jelentését és kapcsolatát a Descartes-féle koordinátákkal! Vezesse le a Jacobi determináns értékét!

5. feladat (9 pont)
Definiálja a Fourier sor fogalmát! Adjon elégséges feltételt a Fourier sor konvergenciájára!

6. feladat (18 pont)
a) $f = u + jv$ reguláris $K_{z_0,r}$-ben. Bizonyítsa be, hogy ugyanitt v harmonikus!
b) Mondja ki és bizonyítsa be a Cauchy-féle integrálformulát!

Ezt a LaTeX/PDF verziót készítette Visontay Péter (sentinel@sch.bme.hu)
InfoSite: http://info.sch.bme.hu