

**1. feladat (4+10 pont)**

- a) Hogyan kaphatjuk meg egy  $z$  komplex szám  $n$ -edik gyökeit? (Adja meg a formulát tetszőleges  $n$  pozitív egész szám esetén!)
- b) Adja meg algebrai alakban az  $iz^2 + 2(\sqrt{3} - i) = 0$  egyenletnek az összes megoldását!

**2. feladat (14 pont)**

Legyen  $a_1 = 4$ ,  $a_{n+1} = 8 - \frac{15}{a_n}$  rekurzíve adott sorozat! Mutassa meg, hogy minden  $n \in \mathbb{N}$  esetén  $3 \leq a_n \leq 5$  teljesül! Indokolja meg, hogy  $(a_n)$  konvergens, és határozza meg a határértékét!

**3. feladat (4+10 pont)**

- a) Osztályozza a valós, egyváltozós függvények szakadásainak típusait!
- b) Hol és milyen típusú szakadása van az  $f(x) = \arctg \frac{1}{x+1} + x \arctg \frac{3}{x}$  függvénynek?

**4. feladat (8+10 pont)**

- a) Mondja ki és igazolja a szorzatfüggvény deriválási szabályát!
- b) Keresse meg azokat az intervallumokat, amelyeken az  $f(x) = xe^{-5x^2}$  függvény konvex, illetve konkáv! Hol van inflexiója az  $f$  függvénynek?

**5. feladat\* (10 pont)**

Számolja ki az  $\int \operatorname{sh}(5x) \cos(2x) dx$  integrált!

**6. feladat\* (4+10 pont)**

- a) Mondja ki a Newton-Leibniz tételt!
- b) Számolja ki az  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin^3 x \cos^2 x dx$  integrált!

**7. feladat\* (5+11 pont)**

- a) Milyen  $\alpha > 0$  esetén konvergens az  $\int_1^\infty \frac{1}{x^\alpha} dx$  integrál? Válaszát indokolja!
- b) Számolja ki az  $\int_4^\infty \frac{2}{x^2 - 9} dx$  integrált!
- 

**IMSC feladat (14 IMSC pont)**

Igaz-e, hogy minden deriválható függvény deriváltja folytonos? Válasza indoklásához számolja ki az

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x = 0 \\ x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{ha } x \neq 0 \end{cases}$$

függvény deriváltját!