

1. a) Mi a definíciója az  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  függvény, és az  $a \in \mathbb{R}^n$ ,  $b \in \mathbb{R}$  számok esetén a  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$  kifejezésnek? (20 p.)
- b) Írja le a függvénysorok tagonkénti integrálására vonatkozó tételt!
- c) Mi a  $\sum_{n \in \mathbb{N}} a_n(x - c)^n$  hatványsor konvergencia sugarának a definíciója?
- d) Mit jelent, hogy egy  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  függvény reguláris egy  $z \in \mathbb{C}$  pontban a definíció szerint?

2. Írja fel az  $f(z) = 4z^6 \left( \sin\left(\frac{1}{z}\right) - \frac{1}{z} \right)$  függvény 0 bázispontú Laurent sorát! (20 p.)  
Adja meg a sor konvergencia gyűrűjét, valamint az

$$\oint_{|z|=2} f(z) dz$$

integrál értékét!

3. Adja meg az  $f(x) = \sqrt[3]{1 + 3x^2}$  függvény 0 bázispontú Taylor-sorát és (15 p.)  
annak konvergencia sugarát! Határozza meg  $f^{(6)}(0)$  értékét!

4. Mutassa meg, hogy az (15 p.)

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{x+1}{n^2}\right)}{n^2 + 3n + 8}$$

függvénysorral definiált függvény értelmezési tartománya  $\mathbb{R}$ , valamint, hogy az  $f(x)$  függvény mindenhol differenciálható!

5. Adja meg az (15 p.)

$$\oint_{|z+5|=2} \frac{e^z}{z^2 + 10z + 26} dz$$

integrál értékét!

6. Adja meg a  $\sin(1 + 2i)$  kifejezést algebrai alakban! (15 p.)