ZH:
- imp. átv. fgv. $\Rightarrow$ rajzolja fel a megf. alakot ír.
- diszkrét idejű acker. formula kif-t és értelmezze a komponenseket

$$\underset{\text{utolsó sor}}{[0\ 0\ 0 \cdots 1]}\ \underset{\text{ir.mtx inv.}}{T_C^{-1}}\ \Phi(F)$$

$\Phi(F)$: kar. egyenlet kiértékelése F helyen

ha T_C nem invertálható $\Rightarrow$ a rendszer nem ir. $\Downarrow$ acker nem működik

ZH Pl-k

(Pl.) szabályzó: $C(z) = k\dfrac{z-z_1}{z-z_2}$ $\quad (0 < z_2 < z_1 < 1)$

a) Ábr. az ármeneti fgv-t!

b) túllendülési arány?

c) a szabályzó jellege?

$$e[k] \longrightarrow \boxed{C} \longrightarrow u[k]$$

$$u[k] = k \cdot \frac{z-z_1}{z-z_2} \cdot e[k]$$

$$u[k] = k \cdot \frac{1-z^{-1}z_1}{1-z^{-1}z_2}\, e[k] \qquad / \text{keresztbe szorzás}$$

átv. fgv-ből differencia egyenlet: $u[k] = z_2\, u[k-1] + k \cdot e[k] - k\, z_1\, e[k-1]$

ármeneti fgv: $e[k] = 1[k]$ $\qquad z_1 := 0{,}8$, $\quad z_2 := 0{,}2$, $\quad k := 5$

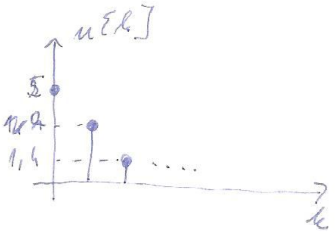
$u[0] = 5$

$u[1] = 2$

$u[2] = 1{,}4$

$\vdots$

a)



c)

jellege: PD jellegű

végérték-tétel

$$F(z) = \mathcal{Z}\{f[k]\} = \sum_{k=0}^{\infty} z^{-k} f[k] = f_0 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \dots$$

F(z)-ből $\boxed{\text{kezdeti érték}}$:

$$\boxed{f[0] = \lim_{z\to\infty} F(z)}$$

folyt.

ha $z \to \infty \Rightarrow$ inverzei $\to 0 \Rightarrow$ itt csak a sorozat 1. eleme

fog megjelenni: f_0

$\boxed{\text{végérték-tétel:}}$

$$\boxed{\lim_{k\to\infty} f[k] = \lim_{z\to 1} \frac{z-1}{z} F(z)}$$

$$\lim_{z\to 1} F(z) = f_0 + f_1 + f_2 + \dots + f_k + \dots$$

$$\lim_{z\to 1} z^{-1} F(z) = \cancel{f_{-1}} + \cancel{f_0} + \cancel{f_1} + \dots + f_{k-1} + f_k + \dots$$

csak egy f fog maradni

a negatív lépésszámra a sorozatok 0-k

$$\lim_{z\to 1} (1 - z^{-1}) F(z) = \lim_{k\to\infty} f_k$$

1) $\mathcal{Z}\{u\}$

2) végérték-tétel haszn.

egységugrás Z-tr-ja

$$U(z) = C(z) \cdot E(z) = k \cdot \frac{z - z_1}{z - z_2} \cdot \frac{z}{z-1}$$

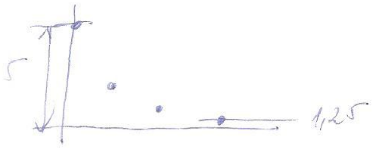
$$\lim_{k\to\infty} u[k] = \lim_{z\to 1} \frac{z-1}{z} \cdot U(z) = \boxed{k \frac{1 - z_1}{1 - z_2}} = 5 \cdot \frac{1 - 0{,}8}{1 - 0{,}2} = 1{,}25$$

végérték

ehhez tart a pontsorozat

túlvez.: $\frac{5}{1{,}25} = \underline{4}$

b)



1,25-t azonnal ráadni, az elején kicsit gyorsítom (túlvezérléssel)
$=5$

Pl. $\quad P(s) = \frac{e^{-2s}}{(1+2s)(1+3s)} \qquad G(z) = ? \qquad T_S = 1$

az előző módszerrel nem megy

ha $P = \frac{k}{1+sT}$, akkor meg tudnám mondani a $G(z)$-t

$s = \frac{-1}{T}$

$$k \cdot \frac{1 - e^{-T_S/T}}{z - e^{-T_S/T}}$$

ezt leszűröd ide, mert h. az ugrás-tört $:=1$, így k marad az erősítése

$z = e^{sT_S}$

statikus átviteli állandó, k.

$$P(s) = \left(\frac{3}{1+3s} - \frac{2}{1+2s} \right) \cdot e^{-2s}$$

résztörtekre bontás

$$G(z) = \left(3 \cdot \frac{1 - e^{-T_S/3}}{z - e^{-T_S/3}} - 2 \cdot \frac{1 - e^{-T_S/2}}{z - e^{-T_S/2}} \right) \cdot z^{-2}$$

a folytonos holtidő 2s, ami éppen kétszerese a mintavételi időnek

2013. 05. 09 ZH-feladatok

Pl.

$$L(z) = \frac{z-K}{z(z-0.5)} \qquad K>0$$

$K_{max} = ?$ ami mellett a zárt rendszer stabil?

$$T = \frac{z-K}{z^2-0{,}5z+z-K} \quad \left(= \frac{L}{1+L}\right)$$

zárt r. átv. függv.

$$= \frac{z-K}{z^2+0{,}5z-K}$$

$z^2+0{,}5z-K=0$ → zárt rendszer. kar. egyenlete

$$z_{1,2} = \frac{-0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25+4K}}{2}$$

a $z_{1,2}$-nek kell az egységsugarú körön belülre esni

$|z_{1,2}| < 1$

$\sqrt{0.25+4K} = 1.5$

$0.25+4K = 2.25$

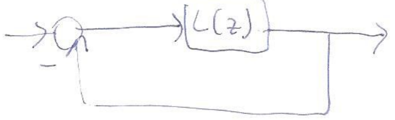
$K_{max} = 0.5$

(az a gyökös részül, amelyik előbb kimegy a stab. tart-ból) (mínuszos)

Pl.

$$L(z) = \frac{0.8z+0{,}5}{z^2-1{,}8z+0{,}8}$$

mennyi a szabályozás típusszáma?



0, 1, 2 ⇒ a hurokban levő integrátorok száma

$z^2-1{,}8z+0{,}8 = \underbrace{(z-1)}_{\to \text{integrátor}}\underbrace{(z-0{,}8)}_{\to \text{nem integrátor}}$ ⇒ 1 integrátor van benne

a $z=1$ gyöke lesz a polinomnak

(2 integrátoros így: $(z-1)(z-1)(z-0{,}6)$)

vagy

$$T = \frac{L}{1+L} = \frac{0,8z+0,5}{z^2-1,8z+0,8+0,8z+0,5} = \left.\frac{0,8z+0,5}{z^2-z+1,3}\right|_{z=1} =$$

$= \frac{1,3}{1,3} = 1 \Rightarrow$ van benne integrátor, de nem dudjuk, hogy az előző pontosan adja meg, csak nem

ha van benne integrátor $\Rightarrow$ $\emptyset$ statikus hibája $\Rightarrow$ 1-re áll be

Pl. $L(z) = \frac{K}{z-0,5}$ a) $K_{max} = ?$ $(K>0)$

b) $k = \frac{2}{3} k_{max}$, $r[k] = 1[k]$, $y[k] = ?$

$k = 0, 1, 2, 3$

---

második módszer:

a) zárt r. kar. egyenlete: $1 + L(z) = 0$

$$1 + \frac{K}{z-0,5} = 0$$

$$z - 0,5 + K = 0$$

$$z_1 = 0,5 - K$$

$|z_1| < 1$

$\Downarrow$

$K_{max} = 1,5$

b) $K = \frac{2}{3} \cdot 1,5 = 1$ $\rightarrow$ itt kell megnézni a zárt rendszer működését

$$L(z) = \frac{1}{z-0,5}$$

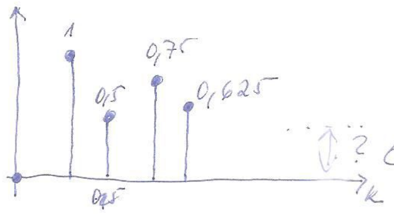
$$T = \frac{L}{1+L} = \frac{1}{z-0,5+1} = \frac{1}{z+0,5}$$

$\swarrow$ ... z legnagyobb hatványával végig osztunk, majd keresztbe szorzás

$$y[k] = \frac{1}{z+0,5} \; r[k] = \frac{z^{-1}}{1+0,5z^{-1}} \cdot r[k]$$

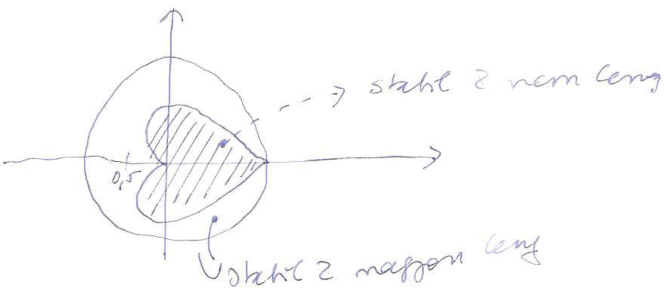
$y[k] = r[k-1] - 0,5\, y[k-1]$ az előző y-ból

$y[0] = 0$ $\quad y[1] = 1 - \frac{0}{2} = 1$ $\quad y[2] = 1 - \frac{1}{2} = 0,5$ $\quad y[3] = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$



állandósult érték =?

statikus átvitel : T-be $z=1$: $\frac{1}{1+0,5} = \underline{\underline{0,66}}$



a 0,5 pólus kívül esik a jól csillapított területen

⇓

kissé lengeni fog a rendszer

(PL-) Van 2 DOF Youla param. rendszerünk

differencia egyenlet

G: $y[k] = u[k-3] + 0,8\,u[k-4] + 1,6\,y[k-1] - 0,63\,y[k-2]$

$R_r = R_n = \frac{0,5}{z-0,5}$

$Q = \frac{0,5\,(z^2 - 1,6z + 0,63)}{(z-0,5)(z+0,8)}$ $r[k] = 1[k]$

ezek származnak R_n-ből

a) $y[k] = ?$ ha $k = 0,1,2,3,4$

b) várható-e lengések a mintavételi pontok között?

$G \Rightarrow G(z)$ leosztani a z legnagyobb hatványával

$G(z) \Rightarrow$ ~~[illegible]~~ differencia (G)

1, G_+
2, $G(z)_-$ } ⇒ 3, G_-

4, $y[k]$

$G(z) =$

$$Q = \frac{R_n}{G_+}$$

$$y[k] = R_r G_- z^{-d} r[k]$$

$$G(z) = \frac{z^{-3} + 0{,}8 \cdot z^{-4}}{1 - 1{,}6 z^{-1} + 0{,}63 z^{-2}} \quad / \cdot z^4 \;/ \cdot z^2 \quad = \frac{z + 0{,}8}{z^2 - 1{,}6 z + 0{,}63} \cdot z^{-2} = G_+ \cdot 1 \cdot z^{-2}$$

$\Downarrow$

$G_- = 1$

$d = 2$

a Q realizálható (egyező fokszámok)

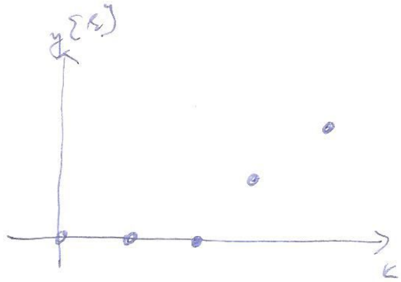
$$y[k] = \frac{0{,}5}{z - 0{,}5} \cdot 1 \cdot z^{-2}\, r[k] = \frac{0{,}5 \cdot z^{-3}}{1 - 0{,}5 \cdot z^{-1}}\, r[k] =$$

→ leosztottam z-vel

$$= 0{,}5\, r[k-3] + 0{,}5\, y[k-1]$$

→ 3 nál fog jelugrani r be, addig semmi nem történik

$y[0] = 0$
$y[1] = 0$
$y[2] = 0$
$y[3] = 0{,}5$
$y[4] = 0{,}5 + 0{,}25 = 0{,}75$



b) lengések akkor várhatók, amikor a gyengén csillapított pólusok (G_+ zérusai) megjelennek a kimeneten (a G-ről mindig feltételezzük, hogy stabil, => csak az inverz stabilitását kell vizsgálni)

$1-1{,}6z^{-1}+0{,}63z^{-2}$

$z^2-1{,}6z+0{,}63 = (z-0{,}9)(z-0{,}7)$

$\Downarrow$

Igen

dut. lengés lesz a mintavételi pontok között (mert ez vannak olyan gyökök, amik a szívecskében belül helyezkednek el)

(Pl.) $G(z) = \dfrac{z+0{,}9}{(z-0{,}8)(z-0{,}9)}$ $\quad R_r = R_n = \dfrac{1}{z}$ Youla

a) $Q=?$ úgy, h. ne legyen lengés a mintavételi pontok között

b) $C=?$ c) $y[k]=?$ $k=0,1,2,3$

felbontás $G=G_+G_-$ a felbontást az eredeti zérusok szerint kell, h. benne maradjanak-e

zérusok, ami belül (zérusa: $z+0{,}9$ → kivételesen a pólusokat elhagyjuk)

zérusok, amik nem a pólusokat tekintve

$$G=G_+G_- = \underbrace{\frac{1{,}9z \ (\text{most nincs})}{(z-0{,}8)(z-0{,}9)}}_{G_+} \cdot \underbrace{\frac{z+0{,}9}{1{,}9z}}_{G_-}$$

→ amit ide beteszel, az a G_+ számlálójába is

$$Q = \frac{R_n}{G_+} = \frac{(z-0{,}8)(z-0{,}9)}{z\cdot 1{,}9z} = \frac{z^2-1{,}7z+0{,}72}{1{,}9z^2} \quad a)$$

$C(z) = \dfrac{Q}{1-QG}$ (a Youla-paraméteres rendszernek ekvivalens soros szabályzója)

$$C(z) = \frac{Q}{1-QG} = \frac{z^2 - 1{,}7z + 0{,}72}{1{,}9z^2 - z - 0{,}9}$$

törtszámos együtthatós ✓ ⇒ megvalósítható

c) $y[k] = R_r G_- \, r[k] = \frac{z+0{,}9}{z\, 1{,}9z} \, r[k] = \frac{z+0{,}9}{1{,}9z^2} \, r[k] =$

$$= \frac{z^{-1} + 0{,}9z^{-2}}{1{,}9} \, r[k]$$

rekurzív formula:

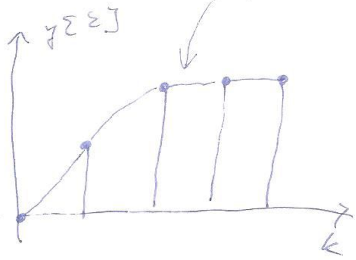
$$1{,}9\, y[k] = r[k-1] + 0{,}9\, r[k-2]$$

$$y[k] = \frac{1}{1{,}9} r[k-1] + \frac{0{,}9}{1{,}9} r[k-2]$$

$y[0] = 0$

$y[1] = \frac{1}{1{,}9} = 0{,}526$

$y[2] = \frac{1}{1{,}9} \cdot 1 + \frac{0{,}9}{1{,}9} \cdot 1 = 1$



véges beállású rendszert (2 lépés alatt beáll)

(Pl.) $P(s) = \frac{e^{-10s}}{1+2s}$ ehhez kell tervezni egy PI szabályzót úgy, h. $\varphi_{t} := 45°$

$C_{PI}(s) = ?$

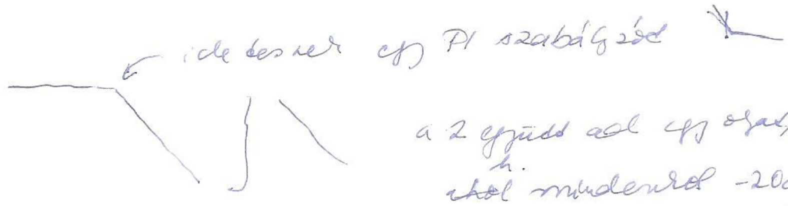
PI: $k \cdot \frac{1+sT_I}{s}$

$C_{PI}(s) = k \cdot \frac{1+2s}{s}$

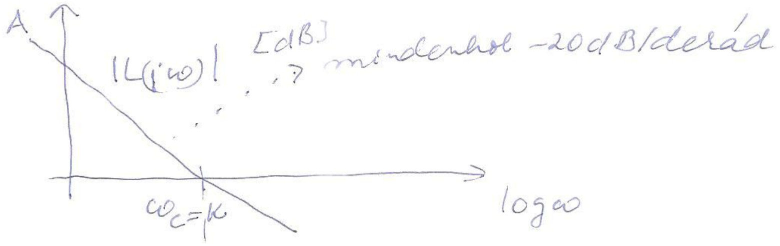
$L(s) = C(s) \cdot P(s) = k \cdot \frac{1+2s}{s} \cdot \frac{e^{-10s}}{1+2s} =$

$= k \cdot \frac{e^{-10s}}{s}$

hicsés ≡



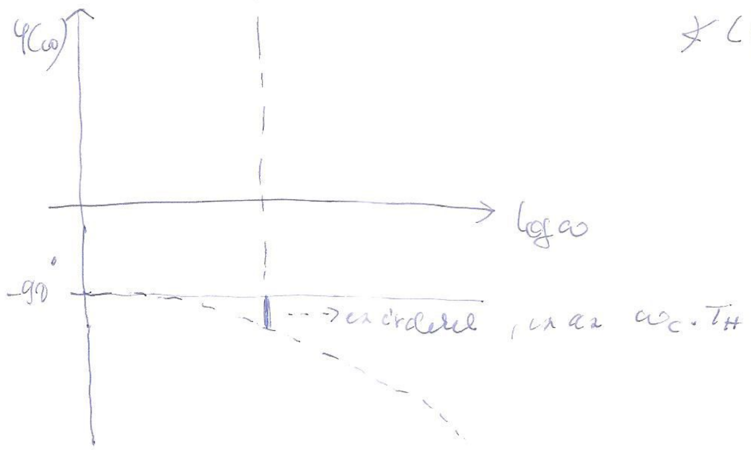
a szabályzó leváltotta a korábbi $-\frac{1}{2}$-es pólust 0-ra



$$L(j\omega) = \frac{K \cdot e^{-10j\omega}}{j\omega}$$

$$|L(j\omega)| = \frac{K}{\omega} = 1$$ (mivel dB-ben mérjük)

$$\measuredangle L(j\omega) = -90° - 10\omega$$

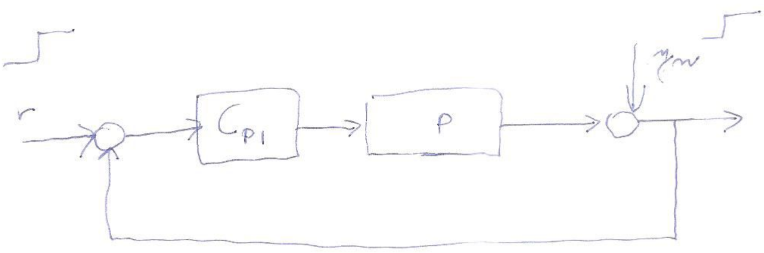


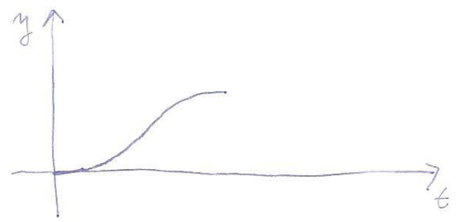
$\omega_c T_H = 45° = \frac{\pi}{4}$ (mert a holtidő még megengedi, és 45° legyen ugye a φ_t)

$K \cdot 10 = \frac{\pi}{4}$

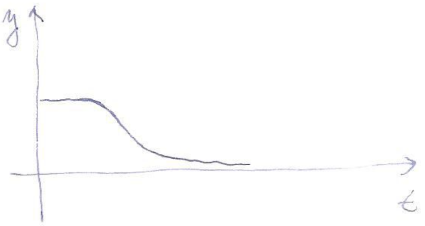
$K = \frac{\pi}{40}$

$$\boxed{C_{PI} = \frac{\pi}{40} \cdot \frac{1+2s}{2s}}$$





ahogy a ref. jelet követi, úgy hárítja el a zavarást

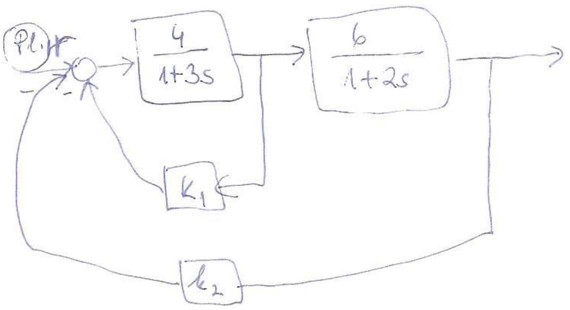


$y \equiv 1 \quad \forall t$

$u \equiv 0 \quad \forall t$

ha az $y_n \equiv r$, akkor nem kell a rendszerben beavatkozni.

2013. 05. 15.



a) adott k_1, k_2-re a visszacsatolás milyen eredőrendszert eredményez? $\frac{Y(s)}{R(s)} = ?$ vagyis hol lesznek a pólusai ?

b) $\frac{Y(s)}{R(s)}$ adott (pólusokkal) és mennyi a k_1 és k_2 ?
(eredő alapjel kiküszöböli stb.)

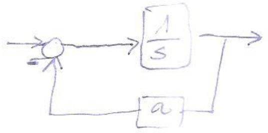
Pl. legyen olyan a zárt rendszer, h. a zárt rendszer pólusai:

$$p_{z_1} = -10$$

$$p_{z_2} = -15$$

$\frac{4}{1+3s}$?

időállandós alakban van megadva



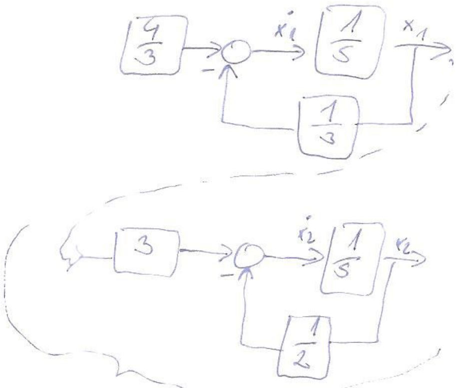
$$\frac{\frac{1}{s}}{1+a\cdot\frac{1}{s}} = \frac{1}{s+a}$$

(pólusos alak)

de mi a pólusos alakot akarjuk:

$$\frac{4}{1+3s} = \frac{\frac{4}{3}}{s+\frac{1}{3}}$$

$$\frac{6}{1+2s}$$



realizáció: olyan blokkvázlat, amiben csak integrátorok konstansok vannak

real. ből lehet ~~állapotvisszacsatolás~~ rendszert állapotegyenletekkel

állapotegyenletek

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 \\ 3 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{4}{3} \\ 0 \end{bmatrix}}_{B} u$$

nyitott rendszer kar. egyenlete: $|sI - A| = 0$

zárt rendszer kar. egyenlete: $|sI - A + Bk^T| = 0$

$$Bk^T = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} \\ 0 \end{bmatrix} [k_1 \quad k_2] = \begin{bmatrix} \frac{4}{3}k_1 & \frac{4}{3}k_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

zárt r. kar. egyenletébe kell:

$$\begin{vmatrix} s + \frac{1}{3} + \frac{4k_1}{3} & \frac{4}{3}k_2 \\ -3 & s + \frac{1}{2} \end{vmatrix} = s^2 + s\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{4k_1}{3}\right) + \frac{4k_1}{6} + \frac{3 \cdot 4}{3}k_2$$

polinomot fog adni

a)-ra a válasz: ennek a polinomnak a gyökei lesznek a pólusok

b)-re: ~~megvan adva a zárt~~ $p_1 = -10$-nél $p_2 = -15$:

$$(s+10)(s+15) = s^2 + 25s + 150 \Rightarrow \text{zárt r. kar egyenlete}$$

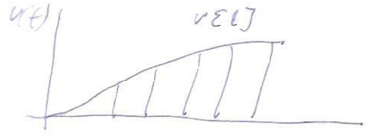
a fenti polinommal a megfelelő együtthatóival:

s: $25\cancel{s} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{4k_1}{3}\right)\cancel{s} \Rightarrow k_1$

konst: $150 = \frac{4k_1}{6} + \frac{3 \cdot 4}{3}k_2 \Rightarrow k_2$

Pl. $P(s)$ adott $\xrightarrow{T_s} G(z) = (1 - z^{-1})\, \mathcal{Z}\{v[k]\}$

a $v[k]$ sorozat kapcsolatban van a $v(t)$-vel.



a) $P(s) = \frac{A}{1+sT} \Rightarrow G(z) = \frac{A\left(1 - e^{-T_s/T}\right)}{z - e^{-T_s/T}}$ $z = e^{sT_s}$

pólusból pólus   pólus: nevezőre 0 adódik

$p_c = -\frac{1}{T}$ $p_D = e^{-T_s/T}$

az AH $\frac{1}{1+sT}$ statikus átvitele 1

$\Downarrow$

G(z)-nek a $z=1$-nél is 1-et kell adni
(jelöléssel előző oldalon)

ha erre a G(z) szakaszra PI szabályzót, akkor:

$$k \cdot \frac{z-z_1}{z-1}$$

Pl. adott: $\frac{8}{(1+2s)(1+4s)}$ akkor $= \overbrace{\frac{A}{1+2s} + \frac{B}{1+4s}}^{\text{így kell írni}} =$

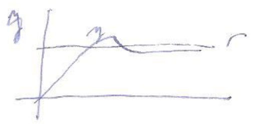
$$= \frac{A(1+4s)+B(1+2s)}{(1+2s)(1+4s)} \qquad \left.\begin{array}{l} s:\ 4A+2B=0 \\ \text{konst}:\ A+B=8 \end{array}\right\} \Rightarrow A, B$$

innentől a feladat már ugyanaz, mint az előző

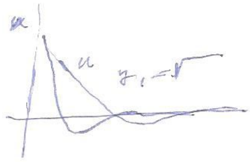
!?! Pl. Youla

adott: $G(z) = \frac{z+0,9}{(z-0,5)(z-0,7)} \cdot z^{-2}$

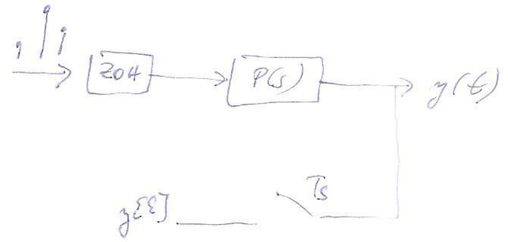
$R_r = R_m = \frac{0,8}{z-0,2}$



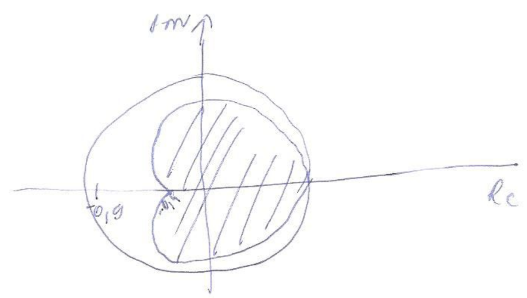
$\frac{R_r}{R_m} =$ 



Q=? h. a mintavételek között ne legyenek lengések



$$Q = \frac{R_w}{G_+}$$ a $G(z)$ zérusaiból majd pólus lesz, ezért ezt kell nézni, h. jól csillapított legyen



a $-0,9$ nem elfogadható

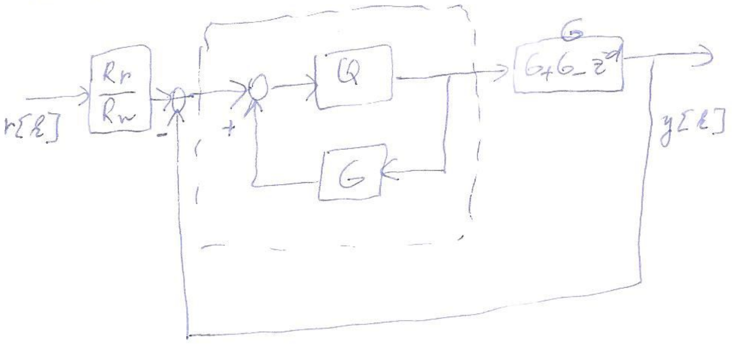
$$G(z) = \frac{z+0,9}{(z-0,5)(z-0,7)} z^{-2} = \underbrace{\frac{1,9z}{(z-0,5)(z-0,7)}}_{G_+} \underbrace{\frac{z+0,9}{1,9z}}_{G_-} \underbrace{z^{-2}}_{d=2}$$

1, normalizáld, h. statikailag megvalósítható legyen

2, számláló fokszáma := nevezőé (megvalósíthatóság)

$$Q = \frac{R_w}{G_+} = \frac{0,8\,(z-0,5)(z-0,7)}{1,9z\,(z-0,2)}$$

C ekvivalens soros szabályzó



$$C = \frac{Q}{\cancel{1+}\,1-QG}$$

$y[k] = ?$ $k = 0,1,2,3$

$y[k] = R_r\, G_-\, z^{-d}\, r[k]$ (az R-et mindig ugyanígy kell 1-re normálni z = 1-nél)

$$y[k] = \frac{0{,}8}{z-0{,}2} \cdot \frac{z+0{,}9}{1{,}9z} \cdot z^{-2}\, r[k] =$$

$$= \frac{0{,}8z^{-3} + 0{,}72z^{-4}}{1{,}9\,(1-0{,}2z^{-1})}\, r[k]$$

$$y[k] = \left(0{,}8\, r[k-3] + 0{,}72\, r[k-4] + 0{,}2\, y[k-1]\right) \cdot \frac{1}{1{,}9}$$

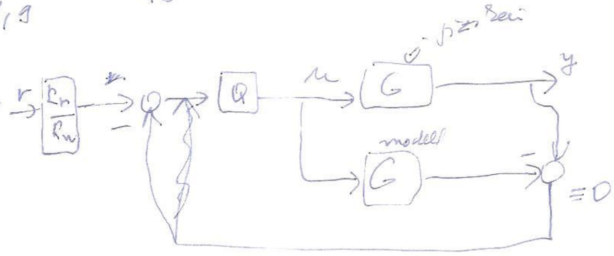
$y[0] = 0$ az $\underline{r[k]}$ csak 0-ban nagy, [illegible]

$y[1] = \cancel{0{,}2}\ 0$

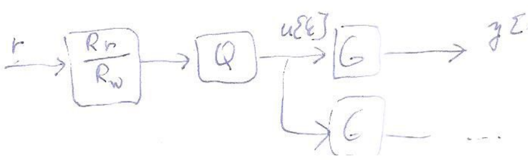
$y[2] = 0$

$y[3] = \frac{0{,}8}{1{,}9} = \frac{8}{19}$

IMC ~~modell~~ alap:



!! !



$$u[k] = \frac{R_r}{R_w}\, Q\, r[k] = Q\, r[k]$$