

1. Zárthelyi 2007 ősz A3 90 perc

1. Oldja meg a következő kezdetiérték feladatot: $y' = \frac{1-x}{y}$, $y(1) = 2$.

2. Határozza meg az $y'' - 10y' + 25y = e^{-3x}$ differenciálegyenlet általános megoldását!

3. Keresse meg az $\dot{x}_1 = x_1 + 2x_2$, $\dot{x}_2 = 2x_1 + x_2$, $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = -1$ differenciálegyenlet-rendszerre vonatkozó kezdetiérték problémát Laplace-transzformációval (ponttal a t változó szerinti deriváltat jelöljük).

4. Egy sorbakapcsolt ellenállásból és kondenzátorból álló áramkörben a kondenzátor kezdetben kisütött állapotban van és nem folyik áram. A $t = 0$ időpillanatban egy U_0 feszültséget kapcsolunk az áramkörre. Számítsa ki az áramerősség időfüggvényét!

5. Határozza meg az $z = x^2 + y^2$ egyenletű forgási paraboloid $P = (3, 4, 25)$ pontbeli érintősíkjának az $[x, y]$ síkkal való metszéspontjának egyenletét!

6.

(1) Legyen az L térgörbe (explicit) egyenlete az $r = r(t)$, $t \in I$, ahol $I \subseteq \mathbb{R}$ tetszőleges nyílt korlátos intervallum és $r : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ I -n folytonosan deriválható vektor-skalár függvény olyan, hogy $\dot{r}(t) \neq 0$ tetszőleges $t \in I$ esetén. Melyik igaz, melyik nem (ponttal a t változó szerinti deriváltat jelöljük)?

(a) $\dot{r}(t)$ merőleges $r(t)$ -re minden $t \in I$ esetén

(b) Az L ívhossza $\int_I |\dot{r}(t)| dt$

(c) Az $s(t) = \int_I |\dot{r}(t)| dt$ valós függvény invertálható I -n

(d) Legyen $c \in I$. Az L görbe $P = r(c)$ -beli érintőegyeneseinek egyenlete:

$$\rho(t) = \dot{r}(c) + r(c)t, \quad t \in \mathbb{R}.$$

(2) Melyik igaz, melyik nem a differenciálegyenletekre vonatkozóan?

(a) A szeparábilis differenciálegyenlet mindig a következő alakra hozható: $y' = f(x) + g(y)$

(b) A lineáris differenciálegyenlet partikuláris megoldása az inhomogén egyenlet összes megoldása

(c) A lineáris differenciálegyenlet általános megoldása az az egyenlet összes megoldása

(d) A lineáris differenciálegyenlet általános megoldása a homogén egyenlet általános megoldásának és az inhomogén egyenlet egy partikuláris megoldásának összege.