

Név + Neptun: JAVÍTÓ	Nagypélda pontszáma: 20
Sajátkezű aláírás:	Kis példák pontszáma: 10

CSAK EGÉSZ PONTSZÁM ADHATÓ!

Nagypélda (megoldását külön lagra kérjük):

Egy DI rendszer állapotváltozós leírása

$$\begin{aligned}x_1[k+1] &= 0,4x_1[k] + 3u[k] \\x_2[k+1] &= 3x_1[k] - 0,5x_2[k] + pu[k] \\y[k] &= 5x_2[k] + u[k],\end{aligned}$$

ahol p valós paraméter.

- a. Milyen p értékek mellett létezik a rendszer *átviteli karakterisztikája*? Indokolja válaszát! (2 pont)

Bármilyen $p \in \mathbb{R}$ esetén létezik az átviteli karakterisztika. A rendszer mátrix sajátértékei (melyek p -től nem függenek) egynél kisebb abszolútértékűek, így a rendszer aszimptotikusan stabilis, és így GV stabilis is. **2 p.**

- b. Határozza meg az átviteli karakterisztikát *normál alakban*! (p továbbra is paraméter.) (6 pont)

Első megoldás:

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{\mathbf{C}^T \text{adj}(e^{j\vartheta} \mathbf{E} - \mathbf{A}) \mathbf{B}}{\det(e^{j\vartheta} \mathbf{E} - \mathbf{A})} + D$$

$$e^{j\vartheta} \mathbf{E} - \mathbf{A} = \begin{bmatrix} e^{j\vartheta} - 0,4 & 0 \\ -3 & e^{j\vartheta} + 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\det(e^{j\vartheta} \mathbf{E} - \mathbf{A}) = e^{2j\vartheta} + 0,1e^{j\vartheta} - 0,2 \quad (2 \text{ p.})$$

$$\text{adj}(e^{j\vartheta} \mathbf{E} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} e^{j\vartheta} + 0,5 & 0 \\ 3 & e^{j\vartheta} - 0,4 \end{bmatrix}$$

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{1 + (0,1 + 5p)e^{-j\vartheta} + (44,8 - 2p)e^{-2j\vartheta}}{1 + 0,1e^{-j\vartheta} - 0,2e^{-2j\vartheta}} \quad (4 \text{ p.})$$

Második megoldás: Színuszos állandósult állapotot feltételezve, az időtartománybeli egyenleteket felírhatjuk a komplex amplitúdókra is:

$$\bar{X}_1 e^{j\vartheta} = 0,4\bar{X}_1 + 3\bar{U}$$

$$\bar{X}_2 e^{j\vartheta} = 3\bar{X}_1 - 0,5\bar{X}_2 + p\bar{U}$$

$$\bar{Y} = 5\bar{X}_2 + \bar{U} \quad (3 \text{ p.})$$

Az átviteli karakterisztika:

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{\bar{Y}}{\bar{U}}$$

Némi számolás után adódik, hogy

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{1 + (0,1 + 5p)e^{-j\vartheta} + (44,8 - 2p)e^{-2j\vartheta}}{1 + 0,1e^{-j\vartheta} - 0,2e^{-2j\vartheta}} \quad (3 \text{ p.})$$

Csak egy megoldás értékelhető. A pozitív kitevős alak is elfogadható. Ha azonban nem két polinom hányadosaként adja meg meg a hallgató $H(e^{j\vartheta})$ -t, akkor a b) kérdésre legfeljebb 4 pontot kaphat.

A továbbiakban tételezze fel, hogy a rendszer átviteli karakterisztikája valamely konkrét p érték mellett:

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{1 + 0,1e^{-j\vartheta} + 44,8e^{-2j\vartheta}}{1 + 0,1e^{-j\vartheta} - 0,2e^{-2j\vartheta}}$$

c. A rendszer gerjesztése egy 4 periódusú jel. A jel egy periódusának értékei:

$$u[0] = u[1] = 5, u[2] = u[3] = 0$$

Adja meg a jelet *valós* alakú Fourier-sorával!

(8 pont)

$$\vartheta_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$U_0^c = \frac{1}{4}(5 + 5), U_0 = U_0^c = 2,5 \quad (2 \text{ p.})$$

$$U_1^c = \frac{1}{4}(5 + 5e^{-j\pi/2}) = \frac{5\sqrt{2}}{4}e^{-j\pi/4}, U_1 = 2|U_1^c| = \frac{5\sqrt{2}}{2} = 3,536, \rho_1 = -\pi/4$$

$$U_2^c = \frac{1}{4}(5 + 5e^{-j\pi}) = 0 \quad (4 \text{ p.})$$

A valós Fourier-sor:

$$u[k] = 2,5 + 3,536 \cos\left(\frac{\pi}{2}k - \frac{\pi}{4}\right) = 2,5 + 3,536 \cos(1,517k - 0,785) \quad (2 \text{ p.})$$

Vagy más alakban:

$$u[k] = 2,5 + 2,5 \cos\left(\frac{\pi}{2}k\right) + 2,5 \sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$$

d. Határozza meg a rendszer $y[k]$ válaszát valós Fourier-sor alakban a fenti $u[k]$ gerjesztésre! (4 pont)

Az átviteli karakterisztika értékei a szóban forgó diszkrét körfrekvenciákon:

$$H(e^{j\vartheta})|_{\vartheta=0} = 51 \quad (1 \text{ p.})$$

$$H(e^{j\vartheta})|_{\vartheta=1,517} = 36,37e^{-j3,056} \quad (1 \text{ p.})$$

Ezek ismeretében (és természetesen felhasználva az előző pont eredményeit) a keresett válasz:

$$y[k] = 51 \cdot 2,5 + 36,37 \cdot 3,536 \cos(1,517k - 3,841) = 127,5 + 128,6 \cos(1,517k - 3,841) \quad (2 \text{ p.})$$

Vagy más alakban:

$$y[k] = 127,5 + 128,6 \cos(1,517k + 2,442)$$

Kispejldák (Mindegyik 2 pontot ér. Kérjük, hogy a választ a feladat szövege alá írja!):

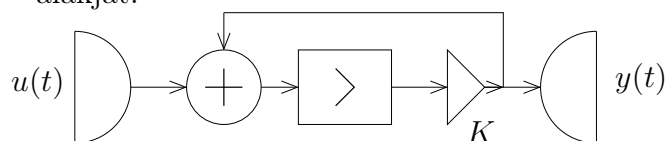
1. Egy szinuszos FI jel komplex csúcsértéke $\bar{X} = 8e^{j0,3}$, körfrekvenciája $\omega = 5$. Adja meg a jel *deriváltjának* amplitúdóját és kezdőfázisát!

$$\text{amplitúdó: } 40, \text{ kezdőfázis: } 1,871 \text{ (} 107,2^\circ \text{)} \quad (2 \text{ p.})$$

2. Adja meg az $x[k] = \cos(5k + 2\pi)$ DI jel periódushosszát, vagy indokolja, ha ez nem lehetséges!

A jel nem periodikus, mivel a körfrekvenciája (5) nem racionális többszöröse π -nek. (2 p.)

3. Vegyen fel az alábbi FI hálózatban állapotváltozót, és adja meg az állapotváltozós leírás normál alakját!



Állapotváltozó ($x(t)$) az integrátor kimeneti jele.

$$x'(t) = Kx(t) + u(t), \quad y(t) = Kx(t) \quad (2 \text{ p.})$$

4. Adja meg annak a szinuszos FI jelnek a valós időfüggvényét, amely két, $\bar{U}_1 = 6$ és $\bar{U}_2 = 6j$ komplex amplitúdójú és közös $\omega = 3$ körfrekvenciájú szinuszos jel összege!

$$8,484 \cos(3t + 0,785) = 6\sqrt{2} \cos(3t + \pi/4) \quad (2 \text{ p.})$$

5. Egy FI rendszer gerjesztése $u(t) = 3 + 2 \cos(4t)$, válasza $y(t) = -3 \sin(4t)$. Adja meg az átviteli tényezőt az $\omega = 4$ körfrekvencián!

$$1,5j \quad (2 \text{ p.})$$