

1. Zárthelyi

A2 2010 tavasz

1. Válasszon ki az alábbi \mathbb{R}^3 -beli vektorok közül egy olyan vektorrendszert, mely bázisa az összes megadott vektor által kifeszített altérnek és adja meg a többi vektor oszlopvektorait ebben a bázisban!

$$v_1 = (1, 2, 2), \quad v_2 = (-1, -1, 1), \quad v_3 = (-1, -2, -1), \quad v_4 = (1, 2, 3), \quad v_5 = (0, 1, -1)$$

2. Mely a és b valós számokra lesz az alábbi egyenletrendszernek

(1) nulla

(2) egy

(3) végtelen sok megoldása ?

$$\begin{aligned} -x + 2y - z &= 1 \\ -2y + z &= 1 \\ -2x + 2y + az &= b \end{aligned}$$

3. Invertálható-e az alábbi $\underline{\underline{A}}$ mátrix?

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ha igen, akkor

(a) határozza meg az inverzét

(b) határozza meg azt az $\underline{\underline{x}}$ oszlopvektort, melyre $\underline{\underline{A}}\underline{\underline{x}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(c) igazolja, hogy (b)-beli eredménye helyes!

4. A 3713, 2528, 6557 és 4582 számok mindegyike osztható 79-el. Mutassa meg, hogy a

$$\begin{vmatrix} 3 & 7 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 2 & 8 \\ 6 & 5 & 5 & 7 \\ 4 & 5 & 8 & 2 \end{vmatrix}$$

determináns is osztható 79-el.

5. Legyen S az \mathbb{R}^3 -beli $x + y + z = 0$ egyenletű sík, és az \mathbb{R}^3 -on értelmezett lineáris operátorok a következők: S az S síkra való, M az S -re merőleges origón átmenő egyenesre való (merőleges) vetítés, T az S -re való tükrözés és I az identitás. Mutassa meg, hogy $(S + M + T)^2 = I + 3S - M$.

6. Legyen L az $I = (0, 1)$ intervallumon értelmezett összes valós értékű függvények lineáris tere (a szokásos függvény összeadással és skalárral való szorzással). L alábbi részalalmazai közül melyek lineáris alterei L -nek?

(a) Az I -n integrálható függvények halmaza

(b) Az I -n korlátos függvények halmaza

(c) Az I -n monoton függvények halmaza

(d) Az I -n folytonos függvények halmaza

(e) Az I -n invertálható függvények halmaza

(f) Az I -n monoton növekvő függvények halmaza