

# Sztochasztika 2 félévizsga

Felsőbb matematika informatikusoknak D

2014. június 12. 8:15. Munkaidő: 70 perc. Minden feladat  $6\frac{1}{4}$  pontot ér.

1. Egy vizsgára 100 mérnökhallgató megy el. Közülük 40 felkészült – ők egymástól függetlenül 90% valószínűséggel vizsgáznak sikerrel. A maradék 60 viszont készületlen: ők csak 20% valószínűséggel sikeresek (egymástól és a felkészültektől is függetlenül). Adjunk nagy eltérés becslést annak valószínűségére, hogy a hallgatók legalább  $\frac{2}{3}$ -a sikeresen vizsgázik.

*Megjegyzés:* a  $p$  paraméterű Bernoulli eloszlás Cramér féle rátafüggvénye

$$I(x) = x \ln \frac{(1-p)x}{p(1-x)} - \ln \frac{1-p}{1-x}.$$

A  $\lambda$  paraméterű Poisson eloszlás Cramér féle rátafüggvénye

$$I(x) = x \ln \frac{x}{\lambda} - x + \lambda.$$

2. Egy nyomtatószerverre minden igény kiszolgálása alatt újabb igények futhatnak be. Ezek száma véletlen, független az előzményektől és Poisson eloszlású  $\lambda = 1$  paraméterrel. Ha kezdetben 1 igény van a sorban, mennyi a valószínűsége, hogy a sor valamikor is üres lesz?
3. Van egy dobókockánk, ami lehet, hogy hamis. Próbaképpen megszámloltuk, hogy hanyadik dobásra jön ki a 6-os, majd ezt a kísérletet 10-szer megismételtük. Azt kaptuk, hogy 1; 1; 4; 1; 11; 3; 2; 1; 2; 2. Adjunk maximum likelihood becslést a 6-os valószínűségére!
4. A BME tantermeiben a júniusi reggeleken uralkodó hőmérséklet normális eloszlású véletlen érték  $3^\circ\text{C}$  szórással, ám termenként változó várható értékkel. Véletlen napokat kiválasztva független mintát vettünk két terem hőmérséklet-adataiból, és a következőket kaptuk ( $^\circ\text{C}$ -ban):

K155 terem	24.9	28.1	24.7	24.2	23.9	23.4	20.1	24.1	26.9	22.0
R511 terem	27.7	27.2	23.0	27.3	26.9	27.9	26.4	26.7		

Döntsünk 95%-os szinten arról a hipotézisről, hogy a K155-ben a hőmérséklet várható értéke nagyobb, mint az R511-ben.

*Segítség:* A K155 terem adatsora elemeinek összege 242.3, négyzeteik összege 5916,6. Az R511 terem adatsora elemeinek összege 213.1, négyzeteik összege 5693.3.