

Analízis 1 informatikusoknak.

1. vizsga (2015. december 21.), α -variáns

A *-os feladatokból legalább 11 pontot el kell érni.

1. feladat (6+6 pont)

- (a) Hány megoldása van $r > 0$ esetén a $z^n = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ egyenletnek? Írja fel a megoldásokat trigonometrikus alakban.
- (b) Adja meg algebrai alakban a $z^3 = -8i$ egyenlet összes megoldását.

2. feladat (5+5 pont)

Adja meg az alábbi sorozatok határértékeit, ha léteznek:

$$a_n = \sqrt{n^3 - n^2} - \sqrt{n^3 + 2n^2}$$
$$b_n = \left(\frac{n^3 - n^2}{n^3 + 2n^2} \right)^n$$

3. feladat (8 pont)

Adja meg az alábbi sorozat torlódási pontjainak halmazát, limesz superiorját és limer inferiorját. Konvergens a sorozat?

$$\frac{(-5)^n + n!}{n^{100} \cos(n\pi) + 9^n}$$

4. feladat (4+6 pont)

Számolja ki az alábbi határértékeket:

- (a)
- $$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$$
- (b)
- $$\lim_{x \rightarrow \infty} (3x)^{\frac{2}{x}}$$

5. feladat (12 pont)

Adja meg az

$$f(x) = x |\arcsin x| + \frac{\cosh x^3}{x^2 + 1}$$

függvény deriváltfüggvényét.

6. feladat (6+7 pont)

- (a) Adjon szükséges és elégséges feltételt arra, hogy az $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ teljes értelmezési tartományán differenciálható függvénynek az $x_o \in I$ pontban lokális szélsőérték helye van.
- (b) Melyik intervallumokon monoton az $f(x) = (x+1)^3(x-3)^4$ függvény? Hol vannak lokális szélsőértékei?

7. feladat (8+5 pont) *

- (a) Ismertesse és indokolja a parciális integrálás módszerét.
(b) Adja meg az $(x + 2) \cos(2x)$ függvény határozatlan integrálját.

8. feladat (4+6 pont) *

(a)

$$\int \frac{\sin(3x)}{4 + \cos(3x)} dx$$

(b)

$$\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left| \frac{\sin(3x)}{4 + \cos(3x)} \right| dx$$

9. feladat (12 pont) *

Konvergens-e az alábbi improprius integrál? Ha igen, adja meg az értékét.

$$\int_1^{\infty} \frac{x + 1}{x^3 + 3x^2 + 2x} dx$$