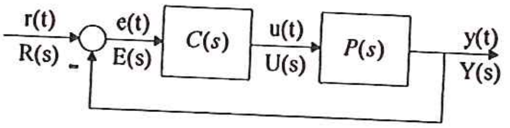
MEGOLDÁSOK

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZÁRTHELYI, A csoport

2013.12.13. 90 perc

Név	Neptun kód	Kurzus	Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható.



A folyamat átviteli függvénye: $P(s)=\dfrac{e^{-2s}}{(1+5s)(1+10s)}$.

Adja meg a póluskiejtéses *PID* szabályozó átviteli függvényét. A differenciáló részében az időállandók aránya 10.
a./ Válassza meg a szabályozó k_c erősítési tényezőjét úgy, hogy a vágási körfrekvencia $\omega_c=0.2$ legyen.
b./ Vázolja fel a <u>felnyitott</u> kör közelítő Bode diagramját (közelítő amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia görbe). Jelölje be a diagramon a fázistöbbletet. Adja meg a fázistöbblet analitikus kifejezését is.

c./ Egységugrás alapjelre adja meg az *y* kimenőjel és az *u* beavatkozójel kezdeti és végértékét. **4 pont** ☐

2. Egy folytonos folyamat átviteli függvénye: $P(s)=\dfrac{-9}{(s+6)(s-3)}$.

a./ Adja meg a folyamat állapotegyenletét irányíthatósági kanonikus alakban.
b./ Adja meg a folyamatot stabilizáló állapotvisszacsatoló k^{T} vektort. (A zárt rendszer pólusainak előírásánál a labilis pólust tükrözze.)

4 pont ☐

3. Egy folytonos labilis folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{2}{1-0.2s}$. Adja meg polinomiális tervezéssel azt a $C=Y/X$ stabilizáló szabályozót, amely a karakterisztikus polinomban a labilis pólus tükrözésével írja elő a zárt rendszer pólusát.

4 pont ☐

4. Mi a *z*-transzformáció? Hova képezi le az *s* komplex sík imaginárius tengelyét? Hogyan definiáljuk egy jel *z*-transzformáltját? Legyen egy jel *z*-transzformáltja $y(z)=z/(z-0.2)$. Adja meg a jel értékeit az első 3 mintavételi időpontban.

3 pont ☐

5. Származtassa az $x[k+1]=Fx[k]+gu[k]$ diszkrét állapotegyenlet F mátrixát és g vektorát a folytonos rendszer állapotegyenletének A mátrixából és b vektorából!

4 pont ☐

6. A $P(s)=\dfrac{e^{-2s}}{1+3s}$ átviteli függvénnyel adott folyamatot $T_s=1$ mintavételi idővel mintavételezzük, bemenetén zérusrendű tartószervet alkalmazunk. Adja meg a folyamat impulzusátviteli függvényét! Póluskiejtéses diszkrét *PI* szabályozót alkalmazunk $k_c=1$ erősítési tényezővel.

Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét és differenciaegyenletét!

4 pont ☐

7. Adja meg a diszkrét *Youla* paraméterezett szabályozás blokkvázlatának IMC (belső modellen alapuló) hatásvázlatát. Adja meg a *Youla* paraméter kifejezését. Legyen a szabályozott szakasz impulzusátviteli függvénye $G(z)=0.05\dfrac{\left(1+0.9z^{-1}\right)z^{-1}}{\left(1-0.9z^{-1}\right)\left(1-0.7z^{-1}\right)}z^{-2}$. Bontsa fel a szakaszt a $G_-\left(z^{-1}\right)$ és $G_+\left(z^{-1}\right)$ nem kiejthető illetve kiejthető tényezőkre. Az alapjel és a zavarszűrők impulzusátviteli függvényei $R_n(z)=\dfrac{0.6z^{-1}}{1-0.4z^{-1}}$ és $R_r(z)=\dfrac{0.5z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$.

Adja meg a *Q Youla* paraméter impulzusátviteli függvényét.

4 pont ☐

8. Adja meg a diszkrét ideális *PD* szabályozó impulzusátviteli függvényét. A szabályozó bemenetén mintavételezett egységugrásjel hat. Határozza meg a szabályozó kimenőjelének kezdeti és végértékét.

3 pont ☐

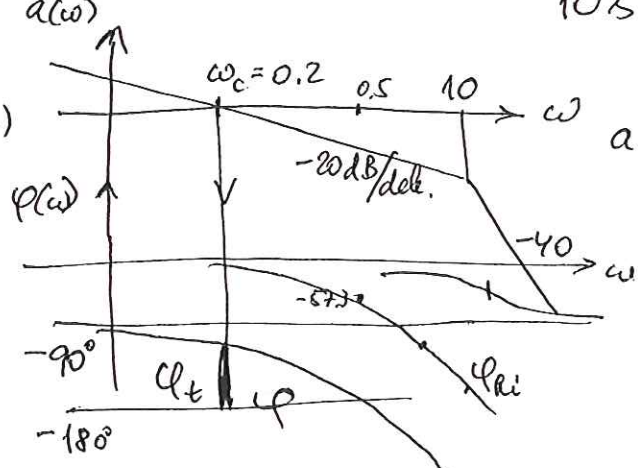
SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZH MEGOLDÁSOK A1

2013.12.13. A Csoport

1.) $P(s) = \frac{e^{-2s}}{(1+5s)(1+10s)}$; $C(s) = k_c \frac{1+10s}{10s} \cdot \frac{1+5s}{1+0,5s}$

$L(s) = C(s) \cdot P(s) = k_c \frac{e^{-2s}}{10s(1+0,5s)}$; $|L(j\omega)| \sim \frac{k_c}{10\omega_c}$, ha $\omega_c < \cancel{10}\ 2$

b.)



a.) $\frac{k_c}{10\omega_c} = 1 \Rightarrow k_c = 10\omega_c = 10 \cdot 0,2$

$\boxed{k_c = 2}$

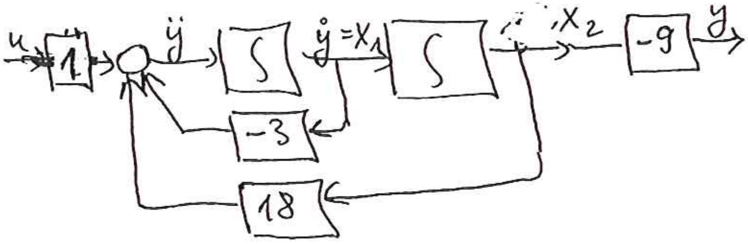
$\varphi_t = 180° - 90° - \mathrm{arctg}\, 10 \cdot 0,2 - 0,2 \cdot 2 \cdot 180/\pi$;

c.) $y(0) = 0$; $y(t \to \infty) = 1$; $u(0) = \lim_{s \to \infty} C(s) = k_c \cdot \frac{5}{0,5} = 20$

$u(t \to \infty) = 1$

2.) $P(s) = \frac{-9}{(s+6)(s-3)} = \frac{-9}{s^2+3s-18} = \frac{y}{u} = \frac{-9}{s^2+a_1 s + a_2}$

$\ddot{y} + 3\dot{y} - 18y = -9u$



a.) $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 18 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$

$y = [0 \ \ -9] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0 \cdot u$

A karakterisztikus polinom a tükrözéssel legyen:

$R(s) = (s+6)(s+3) = s^2 + 9s + 18 = s^2 + r_1 s + r_2$

b.) $k^T = [r_1 - a_1 \quad r_2 - a_2] = [9-3 \quad 18+18] = [6 \quad 36]$

A2

$$P = \frac{B}{A} = \frac{2}{1-0.2s} = \frac{-10}{s-5}$$

Keressük azt a $C = Y/X$ szabályozót, amely stabilizálja a folyamatot az $R(s) = s+5$ karakterisztikus polinom előírásával.

C-t $n-1=0$-adrendű alakban keressük.

$$C = \frac{Y}{X} = \frac{K}{1}$$

A karakterisztikus egyenlet:

$$1 + CP = 1 + \frac{Y}{X}\frac{B}{A} = 0$$

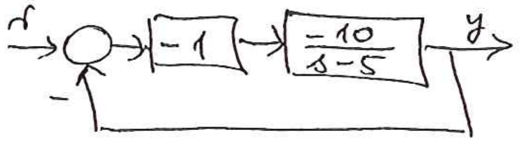
$$AX + BY = R \quad \text{Diophantoszi egyenlet}$$

ismert.

$$(s-5)\cdot 1 - 10\cdot K = s+5$$

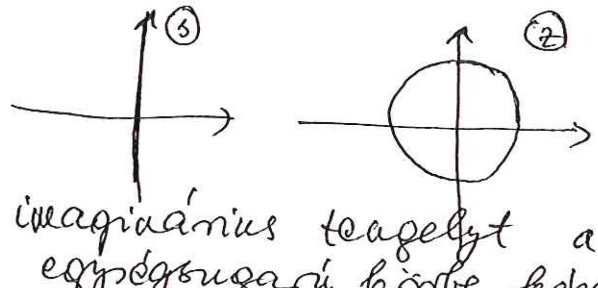
$$s-5-10K = s+5 \Rightarrow \boxed{K=-1}$$

(Ellenőrzés:



$$\frac{y}{r} = \frac{\frac{10}{s-5}}{1+\frac{10}{s-5}} = \frac{10}{s+5} \quad \text{stabilis.})$$

4.) $z = e^{sT_0}$



Az imaginárius tengelyt a z-tartományban az egységsugarú körbe képezi le.

$$y(z) = \sum_{i=0}^{\infty} y(iT_0)\, z^{-i}$$

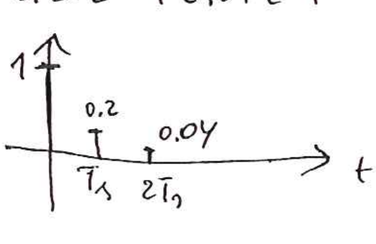
$$y(z) = \frac{z}{z-0.2}; \quad z:(z-0.2) = 1 + 0.2z^{-1} + 0.04z^{-2} + \dots$$

$-z+0.2$

0.2

$-0.2+0.04z^{-1}$

$0.04z^{-1}$



A3

5.) $x[k+1] = F\,x[k] + g\,u[k]$; A folytonos: $\dot{x}(t) = Ax + bu$

$$F = e^{AT_s} \; ; \; g = \int_0^{T_s} e^{A\lambda}\, d\lambda \cdot b$$

Ha A invertálható, $g = A^{-1}(e^{AT_s} - I)\,b$

6.) $P(s) = \dfrac{e^{-2s}}{1+3s}$; $T_s = 1$

$$P(z) = \frac{1-e^{-T_0/T_1}}{z-e^{-T_0/T_1}} \cdot z^{-d} = \frac{1-e^{\cancel{-0.5}\,-1/3}}{z-e^{\cancel{-0.5}\,-1/3}} \cdot z^{-2}$$

$$C(z) = k_c\,\frac{z-e^{-T_0/T_1}}{z-1} = k_c\,\frac{z-a}{z-1} = k_c\,\frac{1-az^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{u}{y_e}$$

$$u(z) = k_c\,y_e(z) - k_c a\,y_e(z)\cdot z^{-1} + u(z)\cdot z^{-1}$$

A differenciaegyenlet:

$$u[k] = k_c\,y_e[k] - k_c\,a\,y_e[k-1] + u[k-1]$$

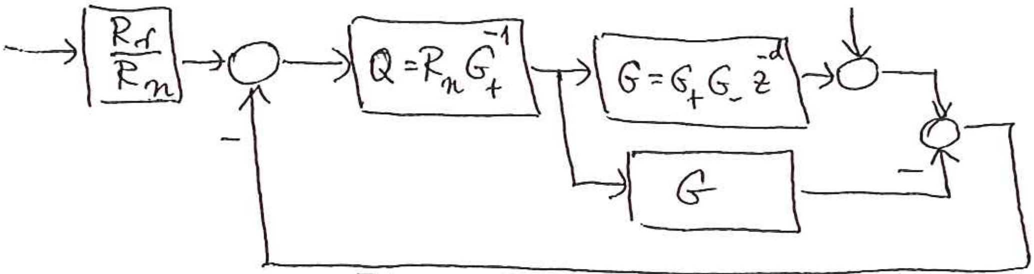
7.) $G(z) = 0.05\,\dfrac{(1+0.9z^{-1})z^{-1}}{(1-0.9z^{-1})(1-0.7z^{-1})} \cdot z^{-2}$

$d = 2$

$$G_- = \frac{1+0.9z^{-1}}{1.9} \; ; \; G_+ = \frac{1.9 \cdot 0.05\,z^{-1}}{(1-0.9z^{-1})(1-0.7z^{-1})}$$

$$R_n = \frac{0.6z^{-1}}{1-0.4z^{-1}} \; ; \; R_r = \frac{0.5z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$$

$$Q = R_n G_+^{-1} = \frac{0.6z^{-1}}{1-0.4z^{-1}} \cdot \frac{(1-0.9z^{-1})(1-0.7z^{-1})}{1.9 \cdot 0.05\,z^{-1}}$$



8.) $C(z) = k_c\,\dfrac{z-e^{-T_0/T_2}}{z}$; $u(0) = \lim\limits_{z\to\infty} \dfrac{z}{z-1}\,k_c\,\dfrac{z-e^{-T_0/T_2}}{z} = k_c$

$$u(t\to\infty) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\,\frac{z}{z-1}\,C(z) = k_c\left(1-e^{-T_0/T_2}\right)$$

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZÁRTHELYI, B csoport
2013.12.13. 90 perc

Név	Neptun kód	Kurzus	Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. A szabályozott szakasz impulzusátviteli függvénye $G(z)=0.05\frac{\left(1+0.9z^{-1}\right)z^{-3}}{\left(1-0.7z^{-1}\right)\left(1-0.9z^{-1}\right)}$.

Alkalmazzon véges beállású szabályozót a mintavételi pontok közötti lengés elkerülésével. (Adja meg a szakasz számláló polinomjának felbontását kiejthető és nem kiejthető tényezőkre).

Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét.

4 pont ☐

2. Egy zárt folytonos szabályozási körben a szabályozott szakasz átviteli függvénye $P(s)=\frac{e^{-5s}}{1+10s}$.

a./ Adja meg a póluskiejtéses *PI* szabályozó algoritmusát. Határozza meg paramétereinek értékeit 60° fázistöbblet biztosítására.

b./ Egységugrás alapjelre adja meg a zárt körben a szabályozó kimenetén a beavatkozó jel kezdeti és végértékét. Adja meg a szabályozott jellemző kezdeti és végértékét.

4 pont ☐

3. A szakasz impulzusátviteli függvénye: $G(z)=\frac{0.05(z+0.9)}{(z-0.9)(z-0.7)}$.

Póluskiejtéses diszkrét *PID* szabályozót alkalmazunk ideális differenciáló hatással és $k_c=1$ erősítési tényezővel.

a./ Adja meg a szakasz átviteli tényezőjét.

b./ Adja meg a szabályozó impulzusátviteli függvényét és differenciaegyenletét.

4 pont ☐

4. Egy folytonos rendszer állapotegyenletének paramétermátrixai: $A=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & -3\end{bmatrix}$; $b=\begin{bmatrix}1\\4\end{bmatrix}$; $c^T=\begin{bmatrix}2 & 3\end{bmatrix}$; $d=0$.

A rendszert állapotvisszacsatolással szabályozzuk. Határozza meg a $k^T=\begin{bmatrix}k_1 & k_2\end{bmatrix}$ állapotvisszacsatoló vektort úgy, hogy az állapotvisszacsatolással kapott zárt rendszer pólusai a $p_1=-5$, $p_2=-6$ helyre kerüljenek.

4 pont ☐

5. Adja meg a *Youla*-paraméterezett szabályozás visszacsatolásos blokkvázlatát. Adja meg a *Youla* paraméter és a C_{opt} szabályozó kifejezését. Legyen a szabályozott szakasz impulzusátviteli függvénye $G(z)=\frac{0.3z^{-1}}{1-0.9z^{-1}}z^{-4}$. Számítsa ki a *Youla*-paraméterezett C_{opt} optimális szabályozót! A alapjelkövetésre és a zavarelhárításra vonatkozó referencia modellek legyenek $R_r(z)=\frac{0.6z^{-1}}{1-0.4z^{-1}}$ $R_n(z)=\frac{0.8z^{-1}}{1-0.2z^{-1}}$.

4 pont ☐

6. Adja meg az impulzusátviteli függvény definícióját. Adja meg a $P(s)=\frac{A}{1+sT_1}$ egytárolós atányos tag impulzusátviteli függvényének kifejezését T_s mintavételezési idő mellett.

3 pont ☐

7. Adja meg folytonos rendszerre az állapotbecsléssel kiegészített állapotvisszacsatolásos szabályozás hatásvázlatát!

3 pont ☐

8. A szabályozott szakasz impulzusátviteli függvénye $G(z)=\frac{0.6}{1-0.8z^{-1}}z^{-3}$. Adja meg a $d=3$ lépéses predikciós $C_{pr}(z)=\frac{P}{1-Pz^{-d}}\frac{A}{B}=\frac{P}{BF}$ szabályozót! (A P és F polinomokat határozza meg a speciális Diophantoszi egyenlet megoldásával.)

4 pont ☐

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZH MEGOLDÁSOK

B1

2013. 12. 13. B csoport

1.) Véges beállású szabályozó:

$$G = \frac{B}{A} z^{-d} = \frac{B_+ B_-}{A} z^{-d} \; ; \quad C = \frac{A}{B_+(1 - B_- z^{-d})} \, .$$

$$G(z) = 0.05 \frac{(1+0.9z^{-1}) z^{-3}}{(1-0.7z^{-1})(1-0.9z^{-1})}$$

$$B_- = (1+0.9z^{-1})/1.9 \; ; \; B_+ = 0.05 \cdot 1.9 \; ; \; d = 3$$

$$C(z) = \frac{(1-0.7z^{-1})(1-0.9z^{-1})}{0.095\left(1 - \frac{1}{1.9}(1+0.9z^{-1}) z^{-3}\right)} = \quad \text{(eddig is elég.)}$$

$$= \frac{10.526(1-0.7z^{-1})(1-0.9z^{-1})}{1 - 0.5263 z^{-3} - 0.4737 z^{-4}}$$

2.) $P(s) = \dfrac{e^{-5s}}{1+10s}$; $C(s) = k_c \dfrac{1+10s}{10s}$

a.) $L(s) = C(s) \cdot P(s) = \dfrac{k_c}{10s} e^{-5s}$

$$\varphi(\omega_c) = -\frac{\pi}{2} - 5\omega_c = -\frac{2\pi}{3} \; ; \quad 5\omega_c = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$\omega_c = \frac{\pi}{30}$$

$$|L(j\omega_c)| = 1 = \frac{k_c}{10 \cdot \frac{\pi}{30}} \; ; \qquad \boxed{k_c = \frac{\pi}{3}}$$

b.) $y(0) = 0$; $y(t \to \infty) = 1$;
$u(0) = k_c$; $u(t \to \infty) = 1$.

3.) $G(z) = \dfrac{0.05(z+0.9)}{(z-0.9)(z-0.7)}$ a.) $G(z=1) = \dfrac{0.05 \cdot 1.9}{0.1 \cdot 0.3}$

Tehát az átviteli tényező:
$G(z=1) = 3.1667$

b.) $C(z) = \dfrac{(z-0.9)(z-0.7)}{(z-1)\,z} = \dfrac{u}{e}$

$$\frac{u}{e} = \frac{1 - 1.6z^{-1} + 0.63z^{-2}}{1 - z^{-1}} \; ; \qquad u[k] = e[k] - 1.6\,e[k-1] + 0.63\,e[k-2] + u[k-1]$$

B2

4.) $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$; $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$; $c^T = [2 \quad 3]$; $d = 0$.

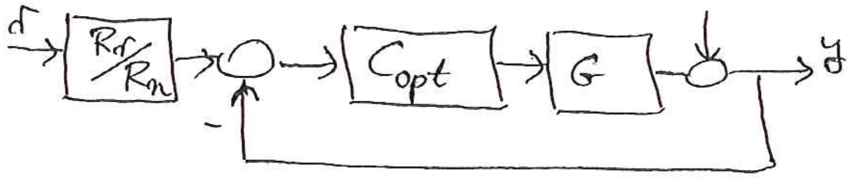
Kar. egy.: $\det(sI - A + b \cdot k^T) = 0 = (s+5)(s+6)$

$$\det\left\{\begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ 0 & s+3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}[k_1 \quad k_2]\right\} = \det\begin{bmatrix} s+2+k_1 & k_2 \\ 4k_1 & s+3+4k_2 \end{bmatrix}$$

$$(s+2+k_1)(s+3+4k_2) - 4k_1k_2 = s^2 + 11s + 30$$

Innen
$$\left.\begin{array}{l} 5 + k_1 + 4k_2 = 11 \\ 6 + 3k_1 + 8k_2 = 30 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} k_1 = 12 \\ k_2 = -1.5 \end{array}}$$

5.)



$$G = G_+ G_- z^{-d}; \quad Q = R_n G_+^{-1}; \quad C_{opt} = \frac{Q}{1-QG};$$

$$C_{opt} = \frac{R_n G_+^{-1}}{1 - G_- z^{-d}}$$

$$G(z) = \frac{0{,}3z^{-1}}{1-0{,}9z^{-1}} \cdot z^{-4};$$

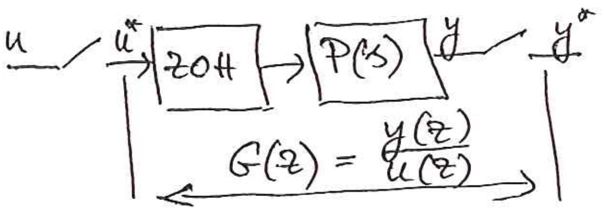
$$G_- = 1; \quad G_+ = \frac{0{,}3z^{-1}}{1-0{,}9z^{-1}}; \quad Q = \frac{0{,}8z^{-1}}{1-0{,}2z^{-1}} \cdot \frac{1-0{,}9z^{-1}}{0{,}3z^{-1}}$$

$$R_r = \frac{0{,}6z^{-1}}{1-0{,}4z^{-1}}; \quad R_n = \frac{0{,}8z^{-1}}{1-0{,}2z^{-1}}.$$

Tehát
$$\boxed{Q = 2{,}66\,\frac{1-0{,}9z^{-1}}{1-0.2z^{-1}}}$$

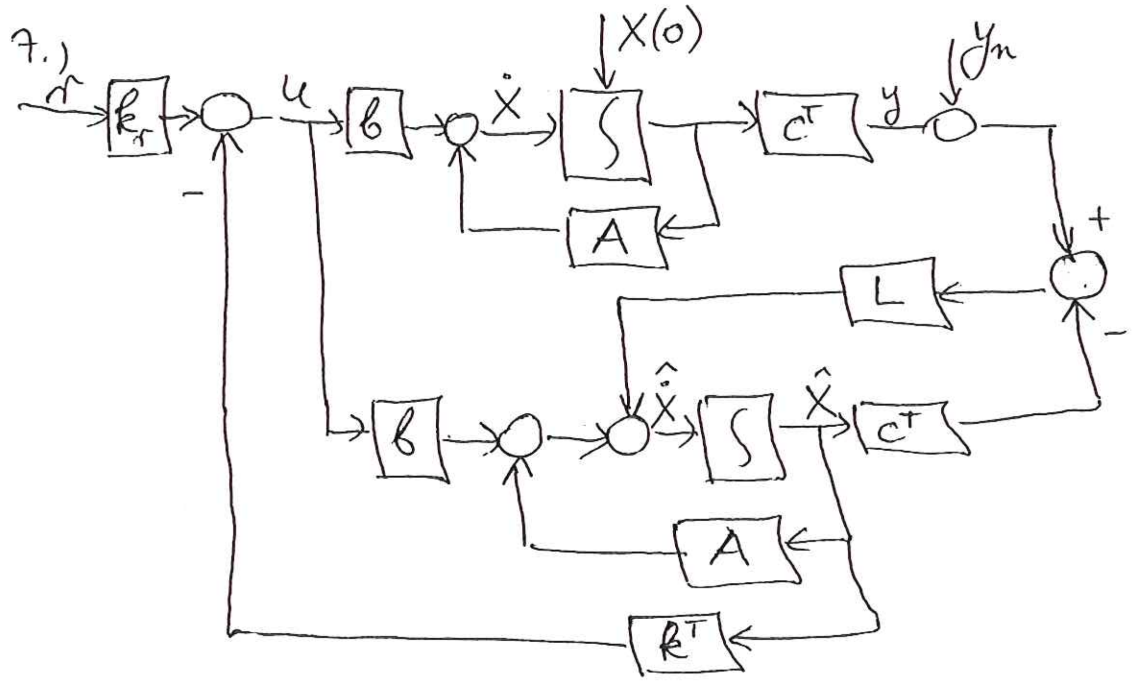
$$C_{opt} = \frac{2{,}66\,\frac{1-0{,}9z^{-1}}{1-0{,}2z^{-1}}}{1-z^{-4}} = 2{,}66\,\frac{1-0{,}9z^{-1}}{(1-0{,}2z^{-1})(1-z^{-4})}$$

6.)



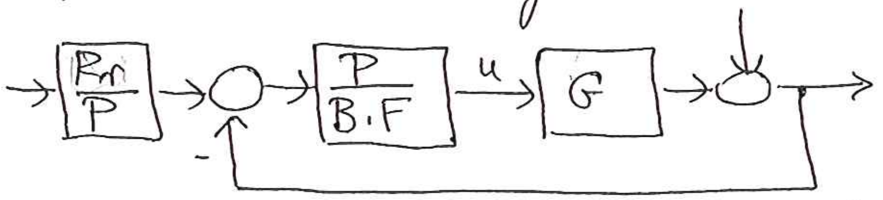
$$\frac{A}{1+sT_1} \longrightarrow \frac{A(1-e^{-T_0/T_1})}{z - e^{-T_0/T_1}}$$

7.)



8.) $$G(z) = \frac{\ldots + 1.2 z^{-1}}{\ldots 1.6 z^{-1} + 0.4 z^{-2}} \cdot z^{-2} = \frac{B}{A} z^{-d} = \frac{0.6 \cdot z^{-3}}{1 - 0.8 z^{-1}}$$

Predikciós szabályozás:



Speciális Diophantoszi egyenlet:

$$1 = \underbrace{A \cdot F}_{(d-1)\text{-edrendű}} + \underbrace{P}_{(n-1)\text{-edrendű}} z^{-d}$$

$$1 = (1 - 1.6 z^{-1} + 0.4 z^{-2})(f_0 + f_1 z^{-1}) + (p_0 + p_1 z^{-1}) z^{-2}$$

Az együtthatók összehasonlításával:

$$1 = f_0 - 1.6 f_0 z^{-1} + 0.4 f_0 z^{-2} + f_1 z^{-1} - 1.6 f_1 z^{-2} + 0.4 f_1 z^{-3} + $$
$$+ p_0 z^{-2} + p_1 z^{-3}$$

$\boxed{f_0 = 1}$

$-1.6 f_0 + f_1 = 0$

$\boxed{f_1 = 1.6}$

$0.4 f_0 - 1.6 f_1 + p_0 = 0$

$\boxed{p_0 = 2.16}$

$0.4 f_1 + p_1 = 0$

$\boxed{p_1 = -0.4 \cdot 1.6 = -0.64}$

$$\boxed{\frac{P}{B \cdot F} = \frac{2.16 - 0.64 z^{-1}}{(-2 + 1.2 z^{-1})(1 + 1.6 z^{-1})}}$$

B4

$$1 = (1-0.8z^{-1})(f_0+f_1z^{-1}+f_2z^{-2})+p_0z^{-3}$$

$$f_0 = 1$$

$$0 = -0.8f_0 + f_1$$

$$f_1 = 0.8$$

$$-0.8f_1 + f_2 = 0$$

$$f_2 = 0.64$$

$$-0.8f_2 + p_0 = 0$$

$$p_0 = 0.8 \cdot 0.64 = 0.512$$

$$\frac{P}{B \cdot F} = \frac{0.512}{0.6(1+0.8z^{-1}+0.64z^{-2})}$$