P.3.1. Prefix kód konstrukciója megadott szóhosszakkal

Készítsen egy 9 elemű ABC szimbólumainak megjelenítésére szolgáló bináris prefix kódot, amelyben a szavak mérete (hossza) 1,3,3,4,4,4,5,5,6 bit! Egyáltalán, lehet-e ezekkel a kódszóhosszakkal prefix kódot készíteni?

P.3.2. Várható kódszóhossz és az ő alsó határa

Egy memóriamentes 3 elemű forrás szimbólumainak a valószínűsége rendre 0.7, 0.2 és 0.1. Mi a legjobb kód, s mekkora a várható kódszóhossza? Mennyi a forrás entrópiája? A forrás szimbólumpárjait kódolva mennyire közelíthető meg ez az alsó határ? (javasolt kódszóhosszak: 1,3,3,4,4,5,5,5,5)

P.3.3. Huffman kód szerkesztése

Szerkesszük meg az előző feladat szimbólumpárjai alkotta forrás Huffman kódját!
Határozzuk meg a kód várható kódszóhosszát!

P.3.4. Példa a kódolási és javítási folyamatra

Egy kód generátormátrixa: (1 0 0 0 0 0 1 1, 0 1 0 0 0 1 1 0, 0 0 1 1 0 1 0 1, 0 0 0 1 1 0 0 1).
Határozza meg a szisztematikus kódváltozat generátormátrixát! Határozza meg a kód paritásellenőrző mátrixát! Mi a keletkezett kódszó, ha az üzenetvektor (0 1 1 1)? Mi lehetett a leadott kódszó, ha a vett sorozat (1 0 1 1 0 0 0 0)? És ha (1 0 1 1 1 0 0 0)?

P.3.5. Kódtávolság becslése

Hány hiba javítására ad lehetőséget a (1024,1008) bináris lineáris blokk-kód?

4. gyakorlat 2017. 03. 02.

Kódolás

(1) szóhosszak: 1, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6 (l_i)

1	0
3	1 0 0
3	1 0 1
4	1 1 0 0
4	1 1 0 1
4	1 1 1 0
5	1 1 1 1 0
5	1 1 1 1 1
6	?

? ⟶ NEM LEHET!

Kraft - McMillan

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} 2^{-l_i} \leq 1}$$

$$2^{-1} + 2\cdot 2^{-3} + 3\cdot 2^{-4} + 2\cdot 2^{-5} + 2^{-6} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{2^3} + \frac{3}{2^4} + \frac{2}{2^5} + \frac{1}{2^6} \geq 1$$

$\Downarrow$

NEM LEHET ILYEN KÓDSZÓHOSSZOKKAL PREFIX KÓDOT KÉSZÍTENI

(2) p_i l_i

$$\boxed{L = \sum_{i=1}^{N} l_i p_i}$$

$$\boxed{l_i \cong \log_2 \frac{1}{p_i}}$$

$$\boxed{L_{alsó} = \sum_{i=1}^{N} p_i \log_2 \frac{1}{p_i} = H}$$

entrópia

$p_1 = 0{,}7$	(A)	$l_1 = 1$	A : 0
$p_2 = 0{,}2$	(B)	$l_2 = 2$	B : 1 0
$p_3 = 0{,}1$	(C)	$l_3 = 2$	C : 1 1

• $L_1 = \sum_{i=1}^{3} l_i p_i = 1\cdot 0{,}7 + 2\cdot 0{,}2 + 2\cdot 0{,}1 = \underline{1{,}3 \frac{\text{bit}}{\text{szimbólum}}}$

$$H = \sum_{i=1}^{3} p_i \, ld \frac{1}{p_i} = 0{,}7 \cdot ld \frac{1}{0{,}7} + 0{,}2 \cdot ld \frac{1}{0{,}2} + 0{,}1 \cdot ld \frac{1}{0{,}1} =$$

$$= \underline{1{,}157} \ \text{bit/szimbólum}$$

$$\boxed{\log_2 x = \frac{\ln x}{\ln 2}}$$

Szimbólumpárok kódolása:

	AA	AB ≠	BA	AC	CA	BB	BC	CB	CC
$\frac{1}{100}$	49	14	14	7	7	4	2	2	1

(*)

- $L_2 = 1 \cdot 0{,}49 + 3 \cdot 0{,}14 + 3 \cdot 0{,}14 + 4 \cdot 0{,}07 + 4 \cdot 0{,}07 +$
  $+ 5 \cdot 0{,}04 + 5 \cdot 0{,}02 + 5 \cdot 0{,}02 + 5 \cdot 0{,}01$

$$L_2 = 2{,}34 \ \frac{\text{bit}}{\text{szimbólumpár}} \Longrightarrow L_1 = \frac{L_2}{2} = \underline{1{,}17 \ \frac{\text{bit}}{\text{szimbólum}}}$$

(3) (*) Mindig a két legkisebb vsz-üt vonjuk össze!

51 49 ~~28~~ ~~23~~ ~~14~~ ~~14~~ ~~14~~ ~~8~~ ~~7~~ ~~7~~ ~~5~~ ~~4~~ ~~3~~ ~~2~~ ~~2~~ ~~1~~

D: CB, CC

E: D, BC

F: E, BB

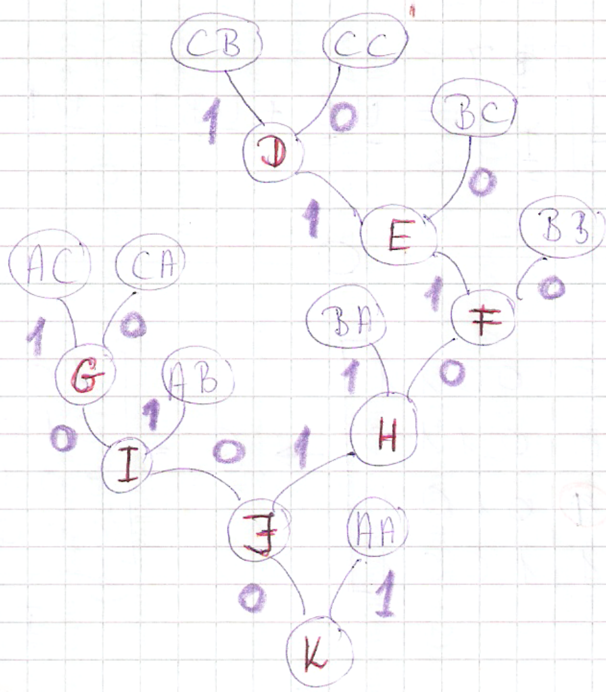
G: AC, CA

H: F, BA

I: G, AB

J: I, H

K: J, AA



1 AA: 1
3 AB: 001
3 BA: 011
4 AC: 0001
4 CA: 0000
4 BB: 0100
5 BC: 01010
6 CB: 010111
6 CC: 010110

BAL ÉL → 1
JOBB ÉL → ∅ } !

(4) Lineáris blokk kódok

$\underline{u}$ üzenet, k hosszú

$$\underline{u} \longrightarrow \boxed{\underline{c} = \underline{u} \cdot \underline{\underline{G}}_{k \times n}} \quad [n > k]$$

$$\mathcal{C}(n,k)_2 \quad [d \rightarrow \text{Hamming távolság}]$$

2 → bináris elemek

$\underline{\underline{G}}$ generátormátrix

$$\underline{\underline{G}} \longrightarrow \boxed{\underline{\underline{G}}_s = \left(\underset{k \times k}{\underline{\underline{I}}} \quad \underset{k \times (n-k)}{\underline{\underline{B}}} \right)}$$

$$\underline{c} = \underline{u} \cdot \underline{\underline{G}}_s = (\underline{u} \quad \underline{u}\underline{\underline{B}})$$

paritásellenőrző mátrix ← $\boxed{\underline{\underline{H}}^T = \begin{bmatrix} \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{I}} \end{bmatrix}}$

$$\boxed{\underline{c} \cdot \underline{\underline{H}}^T = [\underline{u} \quad \underline{u}\underline{\underline{B}}] \begin{bmatrix} \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{I}} \end{bmatrix} = \underline{u}\underline{\underline{B}} + \underline{u}\underline{\underline{B}}\underline{\underline{I}} = \underline{u}\underline{\underline{B}} + \underline{u}\underline{\underline{B}} = \underline{0}}$$

$$\underline{\underline{G}} = \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \longrightarrow \underline{\underline{G}}_s = \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\underbrace{}_{\underline{\underline{I}}} \quad \underbrace{}_{\underline{\underline{B}}}$$

$$u = (0\ 1\ 1\ 1) \qquad \underline{c} = \underline{u} \cdot \underline{\underline{G}}_s = \underline{\underline{[0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1]}}$$

$$\underline{c} = [0\ 1\ 1\ 1] \cdot \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = [0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1]$$