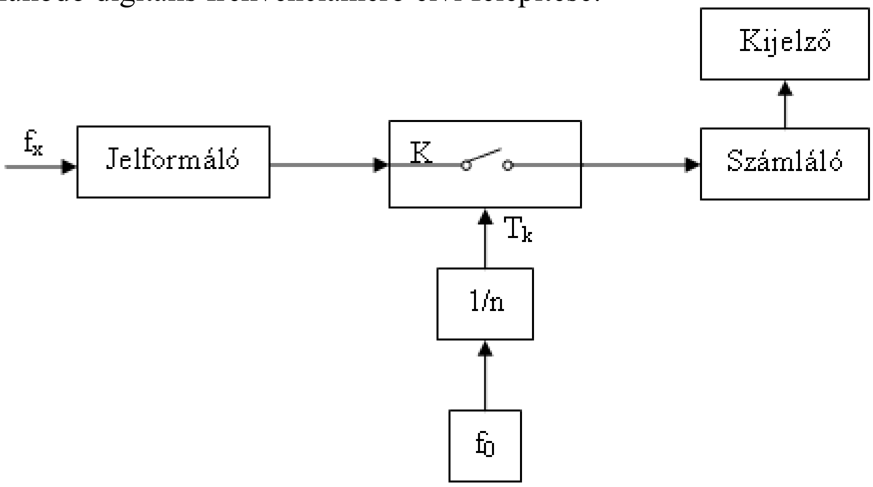
A frekvencia és az idő mérése

Frekvenciamérés

Digitális frekvenciamérő

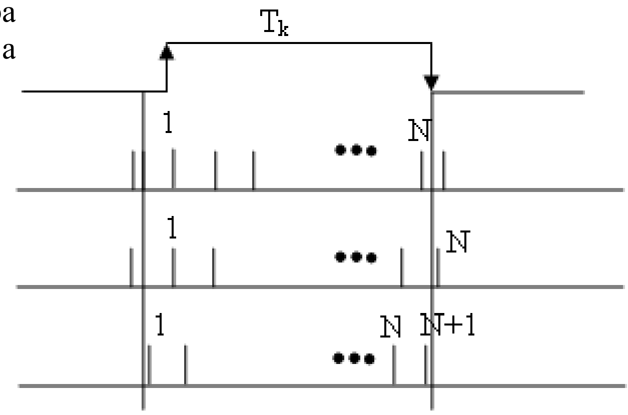
A frekvencia mérése visszavezethető ismert időtartamig tartó impulzusszámlálására, az ezen az elven működő digitális frekvenciamérő elvi felépítése:



A jelet jelformálóval egységes formájú impulzus sorozattá alakítjuk át. Az impulzusok a vezérelt K kapcsolón át jutnak a számlálóra. A K kapcsoló T_k ideig engedélyezi a számlálását, így a számláló értéke, s ezek alapján a mérendő frekvencia: $N = f_x \cdot T_k = f_x \cdot \frac{n}{f_0} \Rightarrow f_x = \frac{N}{n} \cdot f_0$

A frekvenciamérés relatív bizonytalansága: $\frac{\Delta f_x}{f_x} = \frac{\Delta f_0}{f_0} \pm \frac{1}{N}$, ahol az első tag az alaposzcillátor frekvenciájának relatív bizonytalansága, míg a második tag a kvantálási hiba. A kvantálási hiba a számlálás alábbi bizonytalanságából származik:

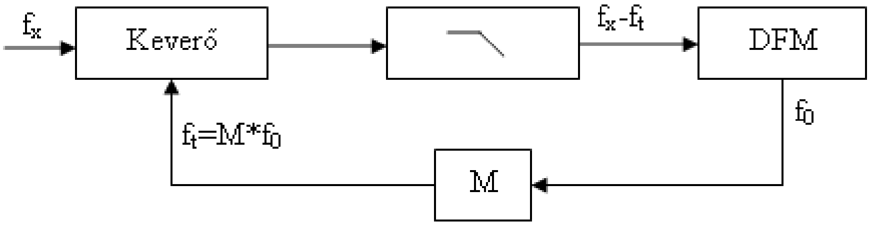
A kvantálási hiba kifejezhető a kapuidővel:



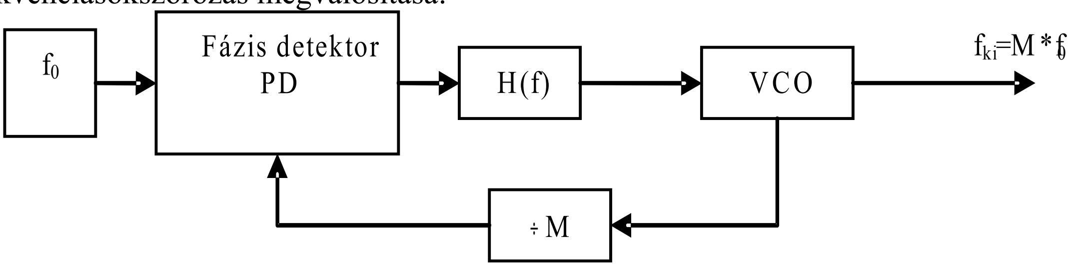
$\pm \frac{1}{N} = \pm \frac{1}{f_x \cdot T_k} = \pm \frac{f_0}{f_x \cdot n}$, amiből jól látható, hogy a kapuidő, azaz a mérési időtartam növelésével csökkenthető, továbbá rögzített kapuidő mellett a mérendő frekvencia növelésével csökken. A digitális frekvenciamérő határfrekvenciáját a számláló határfrekvenciája limitálja 100 MHz körüli.

Heterodin frekvenciamérő

A digitális frekvenciamérő esetén a számláló határfrekvenciája korlátozza a határfrekvenciát, azonban a számláló határfrekvenciája fölött a heterodin elv alapján végezhetünk méréseket:



DFM a digitális frekvenciamérő, amelynek bemenetére keverés után az aluláteresztő szűrő az f_x mérendő jel és az f_t frekvenciájú segédjel különbségi komponensét engedi. A segédjelet általában a DFM alaposzcillátorának jeléből frekvenciasokszorozással állítják elő. A frekvenciasokszorozás megvalósítása:



A DFM által mért jel frekvenciája, és az alapján a mérni kívánt jel frekvenciája:

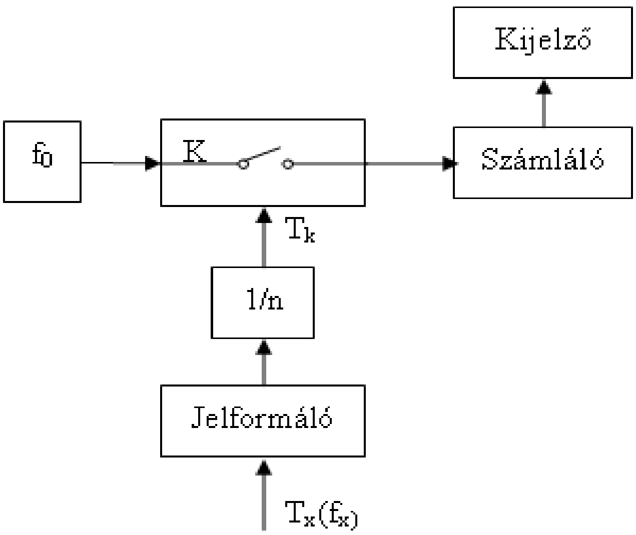
$$f_m = f_x - f_t = \frac{N}{n} \cdot f_0 \Rightarrow f_x = f_0 \cdot \left(M + \frac{N}{n} \right)$$

Tehát a digitális frekvenciamérő méréshatárát $M \cdot f_0$ mértékben ki lehet terjeszteni.

Periódusidő-mérés

Digitális periódusidő-mérő

Elvi felépítése:



A kapuidőt a mérendő jel T_x periódusideje szabja meg. A számláló által mutatott érték és az alapján a mérni kívánt periódusidő: $N = f_0 \cdot T_k = f_0 \cdot n \cdot T_x \Rightarrow T_x = \frac{N}{n \cdot f_0}$.

Ezek alapján a kvantálási hiba: $\pm\frac{1}{N}=\pm\frac{1}{T_x\cdot f_0\cdot n}=\pm\frac{f_x}{f_0\cdot n}$. Jól látható, hogy a kvantálási hiba növekvő frekvenciával növekszik, szemben a frekvenciamérésnél tapasztaltakkal, így megállapítható egy frekvencia, amely alatt periódusidő mérése felette pedig a frekvencia mérése a kedvezőbb.
A periódusidő mérése során további hibát jelent a kapu nyitásának vagy zárásának időbeli bizonytalansága, amely triggerhibát okoz.
A hibát jelentő ΔT időmoduláció: $\Delta T=\frac{1}{\omega_x}\cdot\frac{U_{zp}}{U_{xp}}$, ezek alapján a triggerhiba:

$$h_t=\pm\frac{2\cdot\Delta T}{T_k}=\pm\frac{1}{\pi\cdot f_x\cdot T_k}\cdot\frac{U_{zp}}{U_{xp}}$$

Tehát a triggerhiba a frekvencia, a kapuidő és jel/zaj viszony függvénye. A fentiek alapján az is jól látható, hogy a periódusidő-mérés relatív bizonytalansága 3 komponensből áll: $h=h_0\pm h_k\pm h_t$.
Mérési üzemmódok:
A kapuidő megválasztásától függően háromféle-üzemmód lehetséges:

- ➔ **Periódusidő-mérés**: a kapuidő a periódusidővel azonos, azzal együtt változik, a relatív bizonytalanság:

$$h=h_0\pm\frac{f_x}{f_0}\pm\frac{1}{\pi}\cdot\frac{U_{zp}}{U_{xp}}$$

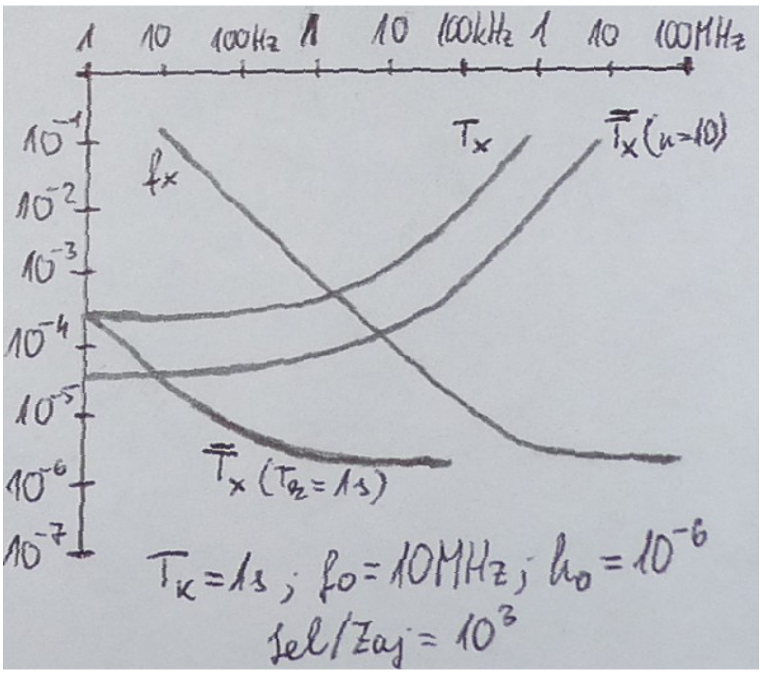
- ➔ **Átlagperiódusidő-mérés**: a kapuidő a periódusidő n-szerese, így a kvantálási hiba és a triggerhiba n-ed részére csökken:

$$h=h_0\pm\frac{f_x}{f_0\cdot n}\pm\frac{1}{\pi\cdot n}\cdot\frac{U_{zp}}{U_{xp}}$$

- ➔ **Állandó kapuidejű átlagperiódusidő-mérés**: Állandó kapuidő esetén a kvantálási hiba állandó, a triggerhiba frekvenciafüggő, az eredő hiba:

$$h=h_0\pm\frac{1}{f_0\cdot T_k}\pm\frac{1}{\pi\cdot f_x\cdot T_k}\cdot\frac{U_{zp}}{U_{xp}}$$

A három üzemmód hibagörbéje:
A görbék alapján látható, hogy az üzemmód kiválasztása nagyon fontos, szakértelmet kíván.



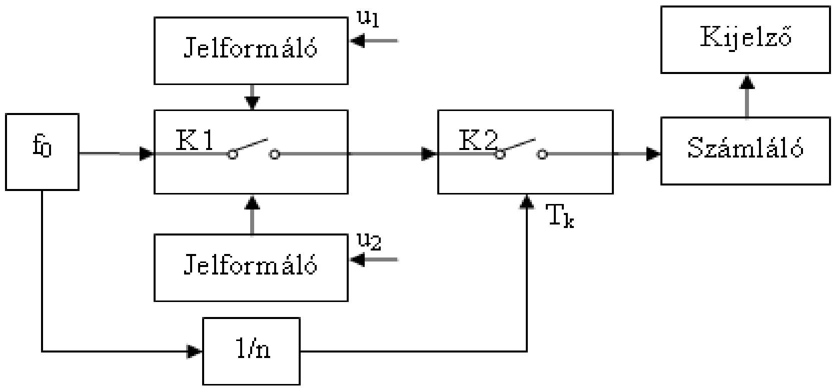
Fázisszögmérés

A fázisszögmérésére számtalan módszer létezik néhány ezek közül:

- ➔ Hatásos és meddő teljesítmény mérése esetén fázisszög számolása
- ➔ Kétsugaras oszcilloszkópon közvetlenül megjeleníthető
- ➔ Lissajous-ábrákkal oszcilloszkóp segítségével

Pontosság szempontjából azonban a digitális mérés a legmegfelelőbb.

Digitális fázisszögmérés



A kapuidő elteltével a számláló tartalma és az alapján a fázisszög:

$$N=f_0\cdot\tau\cdot\frac{T_k}{T}=\frac{\tau}{T}\cdot n=\frac{\varphi}{2\cdot\pi}\cdot n\Rightarrow\varphi=2\cdot\pi\cdot\frac{N}{n}$$

<u>A hiba becslése</u>:

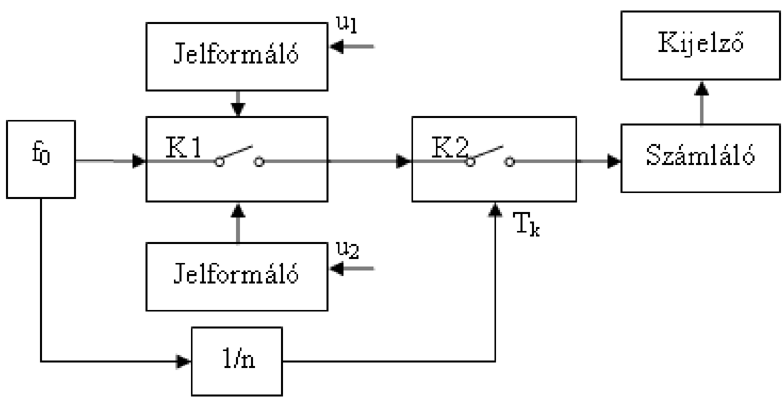
- ➔ kvantálási hiba: $h_k=\pm\frac{1}{f_0\cdot\tau}$

Korrelálatlanság esetén a kvantálási hiba kisebb is lehet, a kapuidő növelésével csökkenthető. Ha a kapuidő a jelek T periódusidejének nem egész számú többszöröse, akkor további hiba jelentkezik, e hiba felső korlátja: $h=\frac{T}{T_k}$, azaz csak a mérési idő növelésével csökkenthető.

Időintervallum-mérés

Időintervallum-mérő

A K kapcsoló csak t_1 *és* t_2 között engedélyezi a számlálást, így a számláló értéke, s az időintervallum értéke:



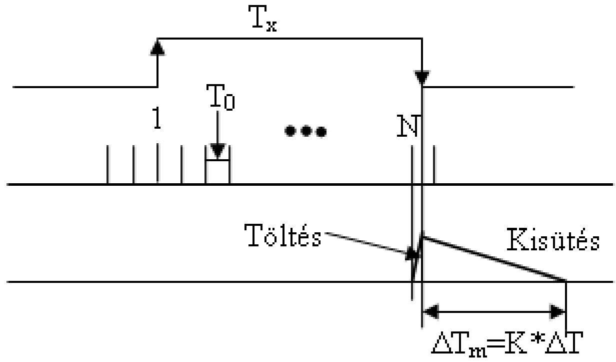
$$N=f_0\cdot(t_2-t_1)=f_0\cdot\tau\Rightarrow\tau=\frac{N}{f_0}$$

A mérés bizonytalansága: $h=\frac{-\Delta f_0}{f_0}\pm\frac{1}{f_0\cdot\tau}$, jól látható, hogy kis időintervallum mérése nehézkes.

Interpoláció

Abban az esetben, ha mérendő intervallum összemérhető az órajel periódusidejével, akkor a kvantálási hiba jelentős. A kvantálási hibát csak különféle interpolációs eljárás révén lehet csökkenteni:

➔ **Analóg interpoláció**: a kapuzáráskor jelentkező töredékidő okozta hiba:



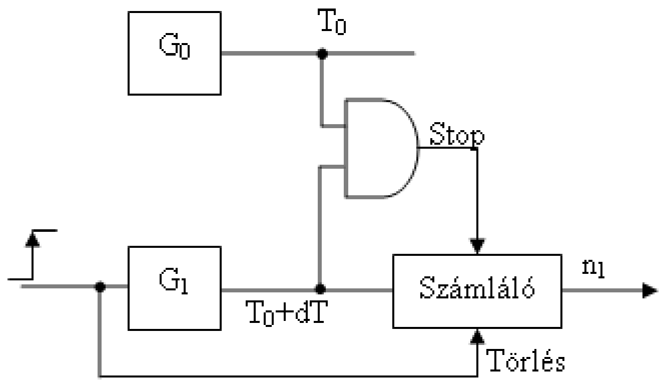
$$T_x=N\cdot T_0+\Delta T$$

A második tag meghatározásához interpolációs eljárás szükséges. A kapuzárás előtti utolsó órajel egy integrálási folyamatot indít el, melynek során egy kondenzátor (C) I árammal töltődik. Kapuzáráskor az integrálás befejeződik és kisülés indul meg, ahol a kisütésin áram a töltő áram K-ad része, így a kisütés K-szor hosszabb ideig tart, mint a töltődés. Ezek alapján:

$$\Delta T=\frac{\Delta T_m}{K},\ \ ahol\ \ \Delta T_m\ \ órajellel\ \ mérhető$$

Az ily módon elérhető felbontóképesség 20 ps körüli érték.

➔ **Digitális interpoláció**: Nóniusz-elv révén a töredékidő digitális eljárás révén is megadható. A mérő elvi felépítése



$$N\cdot T_0+\Delta T=N\cdot(T_0+\delta T)\Rightarrow\Delta T=N\cdot\delta T$$

A képlet alapján jól látható, hogy a töredékidő az impulzusszám és δT tudatában számolható. Tehát a felbontóképesség T_0-ról $\delta T=T_0/K$ értékre javult, hol K egy kellően nagyra választott szám.

Példák

6.11.

Egy programozható számlálós frekvencia/periódusidő/átlagperiódusidő-mérő órajele $f_0 = 10^7 Hz$, relatív véletlen hibája 10^{-6}. Egy $f_x = 500\text{kHz}$ névleges frekvenciájú zajmentes szinuszjel frekvenciáját szeretnénk pontosan megmérni.

a) Milyen funkciót válasszunk a műszeren, hogy adott mérési idő alatt maximális mérési pontosságot érjünk el.
b) Mekkora a választott funkció mellett a mérés relatív véletlen hibája (a hibakomponensek worst case összegzésével), ha a mérésre 200µs áll rendelkezésre?
c) Mekkora lenne a hiba, ha mérésre 20ms lenne fordítható? Milyen modellezési problémát vet fel ez az eredmény?

Megoldás:

a) Funkció kiválasztása

Mindegyik funkció választása esetén jelen van az órajel hibája, és a kvantálásból származó hiba. Az órajel hibája minden esetben megegyezik, az egyes mérési funkciók tehát a kvantálási hibában térnek el. Amelyik esetben kisebb a kvantálási hiba, ott nagyobb a pontosság. Vizsgáljuk meg előbb a frekvencia mérés kvantálási hibáját, majd a peridusidő mérésből származó kvantálási hibát.

I. Frekvenciamérés kvantálási hibája

$$t_m = \frac{n_f}{f_0};\ N_f = \frac{f_x}{\left(\frac{f_0}{n_f}\right)} = f_x \cdot \left(\frac{n_f}{f_0}\right) = f_x \cdot t_m \Rightarrow h_f = \frac{1}{N} = \frac{1}{t_m \cdot f_x}$$

II. Periódusidő mérés kvantálási hibája

$$t_m = \frac{n_t}{f_x};\ N_t = \frac{f_0}{\left(\frac{f_x}{n_t}\right)} = f_0 \cdot \left(\frac{n_t}{f_x}\right) = f_0 \cdot t_m \Rightarrow h_t = \frac{1}{N} = \frac{1}{t_m \cdot f_0}$$

Jól látható, hogy a periódusidő-mérés esetén adott mérési időt feltételezve kisebb kvantálási hibát kapunk, mint frekvenciamérés esetén, hiszen az órajel nagyobb, mint a jel névleges frekvenciája.

Tehát a periódusidő-mérő funkciót válasszuk, mégpedig az átlagperiódusidő-mérő funkciót.

b) A mérés hibája a választott funkció esetén

A választott funkció esetén a mérési hiba az a) pontban kiszámolt kvantálási hiba, valamint az órajel hibája összegezve worst case esetben:

$$h_1 = \frac{\Delta f_0}{f_0} + \frac{1}{N} = \frac{\Delta f_0}{f_0} + \frac{1}{t_m \cdot f_0} = 5.01 \cdot 10^{-4}$$

c) A mérés hibája megnövel mérési idő esetén, ekkor felmerülő problémák

A megnövelt mérési idő esetén a hiba:

$$h_2 = \frac{\Delta f_0}{f_0} + \frac{1}{N'} = \frac{\Delta f_0}{f_0} + \frac{1}{t_m' \cdot f_0} = 6 \cdot 10^{-6}$$

Ez az eredmény olyan modellezési problémákat vethet fel, hogy ilyen sok periódus megmérése esetén a jelünk nem tekinthető zajmentesnek, továbbá a jel frekvenciastabilitása miatt a jel frekvenciája is nagyobb eltérést mutathat a névleges frekvenciától, mint a kapott hiba. Azaz röviden azt mondhatjuk, hogy a valószínűleg a jel frekvenciastabilitása nem olyan jó, mint amilyen pontos a mérés.

6.4.

Egy szinuszgenerátor zajmentesnek tekinthető jelének frekvenciáját mérjük számlálós periódusidő-mérővel. A névleges frekvencia $f_x = 100\text{kHz}$, a mérőműszer órajelének frekvenciája $f_0 = 10\text{MHz}$.

a) Mekkora relatív hibával mérhető meg a periódusidő egyetlen periódus mérésével?
b) A mérési hibát átlagperiódusidő-méréssel csökkentjük. Hány periódust kell mérnünk, hogy a relatív mérési hiba 10^{-4}-re csökkenjen?
c) Ha ennél kisebb hibával szeretnénk mérni, a jel már nem tekinthető zajmentesnek, ilyenkor a mérési eredményeket átlagolni kell. Hány eredményt kell átlagolni ahhoz, hogy a hiba 10^{-5}-re csökkenjen?
d) Hány mérési eredményt kellene átlagolnunk 10^{-4}-es hibához, ha az egyetlen periódusidő méréséből származó eredményeket átlagolnánk? Milyen lenne az átlagolt és az átlagolatlan mérési eredmények eloszlása, és miért?

Megoldás:

a) Mérés relatív hibája

$$h_1 = \frac{1}{N} = \frac{1}{t_m \cdot f_0} = 10^{-2} = 1\,\%$$

b) Mérendő periódusok száma

$$h_2 = \frac{h_1}{n} \Rightarrow n = \frac{h_1}{h_2} = \frac{10^{-2}}{10^{-4}} = 100$$

c) Átlagolandó mérési eredmények száma

A hiba valószínűségi összegzés és azonos konfidencia szint mellett (3. fejezetben tanultak alapján):

$$h_3 = h_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{k_1}} \Rightarrow k_1 = \frac{h_2^2}{h_3^2} = \frac{10^{-8}}{10^{-10}} = 100$$

d) Átlagolandó mérési eredmények egy periódusidő mérése esetén

$$h_2 = h_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{k_2}} \Rightarrow k_2 = \frac{h_1^2}{h_2^2} = \frac{10^{-4}}{10^{-8}} = 10000$$

Az átlagolatlan mérési eredmények eloszlása egyenletes eloszlás, mert a kvantálásból származó hiba egyenletes eloszlású. Az átlagolt mérési eredmények eloszlása normális eloszlású, hiszen nagyon sok (jelen esetben 10000) független minta esetén a minták átlagának eloszlása közelítőleg normális eloszlású.