

# MECHANIKA — KINEMATIKA

(1. HÉT)

## Bemutatás

- Mértékegységek:

Ki tudná felsorolni a hét SI alapegységet?

hosszúság	<del>m</del> m
tömeg	kg
idő	s
el. áramerősség	A
hőmérséklet	K
anyagmennyiség	mol
fényerősség	cd

A többi mind származtatott egység ( $\frac{m}{s}$ , N, V, J...)

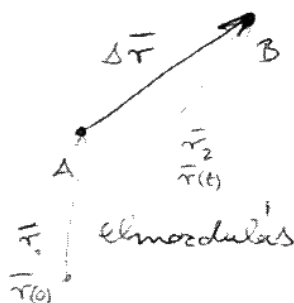
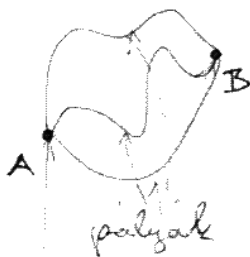
## A mechanikai mozgás

Alapfogalmak:

mozgás: hely- vagy helyzetváltoztatás

Pontosan testnél csak helyváltoztatás, azaz a hely függése az időtől.

Amikor helyről vagy mozgásról beszélünk, mindig egy vonatkoztatási rendszerben vizsgálódunk.



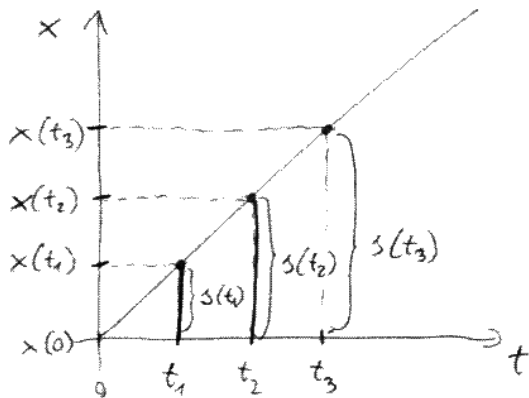
út: egy adott pálya hossza

elmozdulás: a kiindulási pontból a végpontba mutató vektor

## Egyenes vonalú egyenletes mozgás

Egyenes vonalú  $\rightarrow$  egy dimenziós:  $x(t)$

Egyenletes: a megtett út egyenesen arányos az eltelt idővel

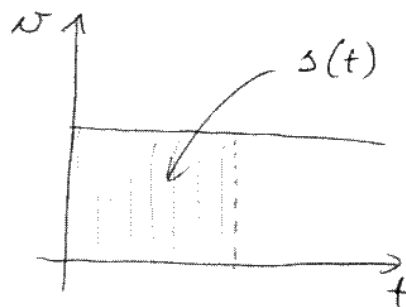
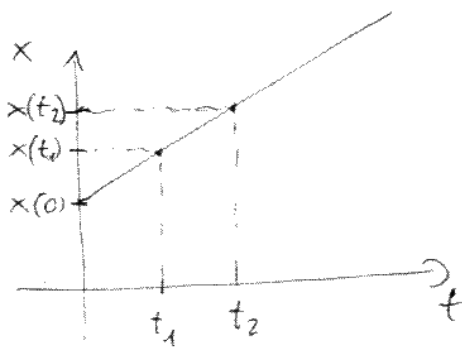


$x$ : pozíció  
 $s$ : megtett út

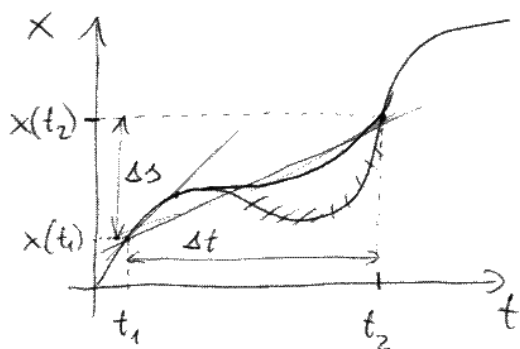
$$s(t) = v \cdot t$$

$$x(t) = x(0) + v \cdot t$$

Sebesség: arányossági tényező



## Egyenes vonalú változó mozgás



Átlagsebesség:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

ha  $\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow$  pillanatnyi sebesség

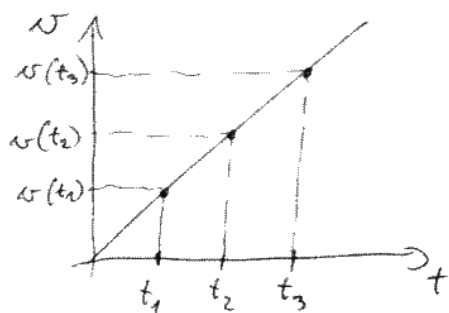
$v(t)$

Ha  $v(t) = \text{konst.}$ , akkor egyenletes a mozgás

Ha  $v(t) \neq \text{konst.}$ , akkor változó

## Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás

A pill. sebesség egyenesen arányos az eltelt idővel.



$$v(t) = \cancel{v_0} a \cdot t$$

ha  $v(0) \neq 0$ , akkor

$$v(t) = v(0) + a \cdot t$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$a$ : gyorsulás

ha  $a(t) = \text{konst.}$ ,  
akkor egyenletesen  
változó mozgás

Az átlagsebesség (nulla kezdősebesség esetén):

$$\bar{v} = \frac{v_2 + v_1}{2}$$

$$\bar{v}(t) = \frac{v(t) + v(0)}{2} \Big|_{v(0)=0} = \frac{v(t)}{2} = \frac{a}{2} \cdot t$$

$$\bar{v}(t) = \frac{a}{2} \cdot t$$

A megtett út (nulla kezdőseb.)

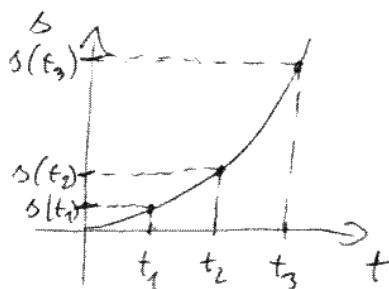
$$s(t) = \bar{v}(t) \cdot t = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Ha  $v(0) \neq 0$ :

$$s(t) = v(0) \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

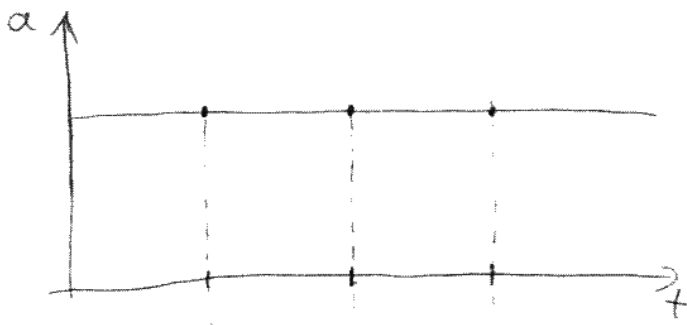
A pozíció (általános eset):

$$x(t) = x(0) + v(0) \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$



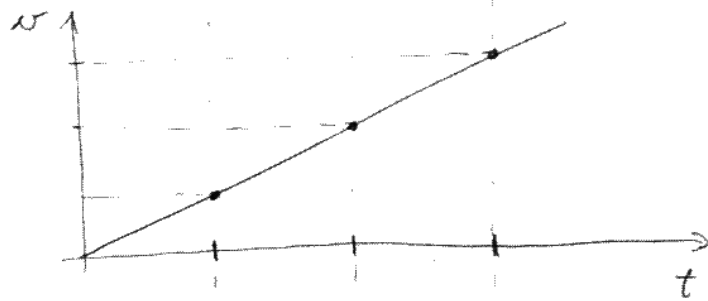
Példa: Mozgás lejtőn, szabadesés ( $a = g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

kitelintés



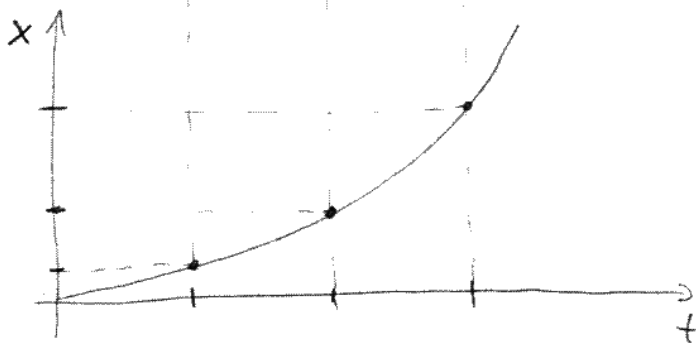
$$a(t) = \text{konst}$$

$$(x''(t))$$



$$v(t) \sim t$$

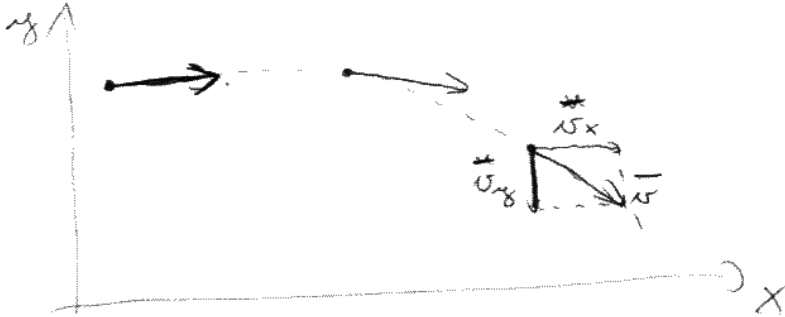
$$(x'(t))$$



$$x(t) \sim t^2$$

## Vízszintes hajítás

Yár nem egyenes vonalú mozgás.  
A mozgás síkban történik. Sebességvektor.  
A test mozgása két komponensből tevődik össze.



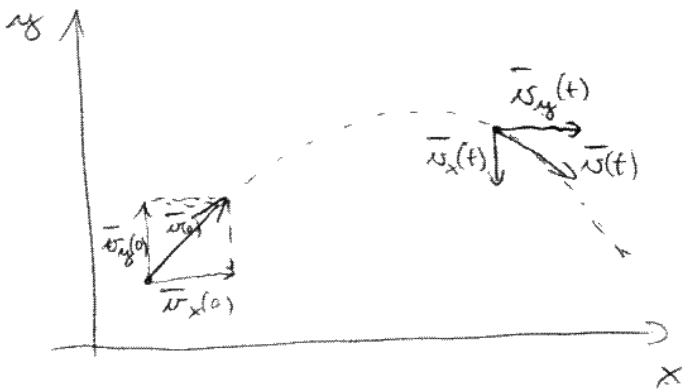
Vízszintes: egyenletes

Függőleges: szabadesés  
(egyenletesen változó)

$$v_x(0) \neq 0$$

$$v_{y(0)} = 0$$

## Terde hajítás



$$v_x(0) \neq 0$$

$$v_{y(0)} \neq 0$$

$$v(t) = v_x(t) + v_y(t)$$

$$v(t) = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2}$$

## DINAMIKA (1)

## A dinamika alaptörvényei (Newton axiómái)

## NEWTON I.:

Inerciarendszerben a testek 'állandó' mozgásállapotának fenntartásához semmilyen külső vagy belső hatásra nincs szükség.

- másképpen -

Van olyan vonatkoztatási rendszer, melyben minden test megtartja ~~egenes vonalú egyenletes~~ nyugalmi állapotát vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását, ha annak megváltoztatására egy másik test vagy mérő nem lép be.

Tehát az ~~egyenletes~~ "állandó" mozgásállapot csak inerciarendszerben marad fenn. Magyanálkül a vonatkoztatási rendszer csak akkor tekinthető inerciarendszernek, ha az egy "állandó" mozgásállapotú testhez van rögzítve.

A tehetetlenség mértéke a tömeg:  $m$  [kg]

A mozgásállapotot jellemző mennyiség a lendület (impulzus):

$$\underline{I} = m \cdot \underline{v} \quad (\text{vektormennyiség})$$

Az impulzusmegmaradás elve:

! Az egymással ütköző testek lendületeinek vektori összege állandó.

- másképpen -

Az ütközés során bekövetkező összes lendületváltozás összege zérus.

$$\sum_{i=1}^n \underline{I}_i = \text{'állandó'}$$

$$\Delta \underline{I}_i = m_i (\Delta \underline{v}_i)$$

$$\sum_{i=1}^n \Delta \underline{I}_i = 0$$

A mechanikai kölcsönhatást jellemző mennyiség az erő:  $\underline{F}$  (vektor)

$$[F] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

A test mindenkori lendületváltozási sebessége egyenlő a testre a kérdéses időpillanatban ható erővel:

$$\underline{F} = \frac{\Delta \underline{I}}{\Delta t}$$

$$\underline{F} = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t}$$

$$\underline{F} = m \cdot \underline{a}$$

NEWTON II.

Egy pontszerű test "a" gyorsulása egyenesen arányos a testre ható, a gyorsulással azonos irányú "F" erővel és fordítottan arányos a test "m" tömegével.

NEWTON III.

Két test kölcsönhatása egyidejűleg fellépő, egymással egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú erőkkel jellemezhető.

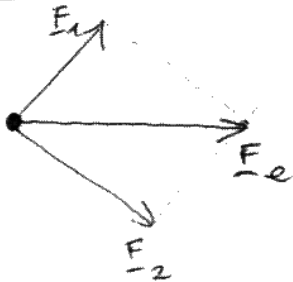
$$\underline{F}_{\text{ható}} = -\underline{F}_{\text{visszaható}}$$

- vagy -

Ha egy testre egy másik test F erővel hat, akkor a második test az első testre ugyanekkora nagyságú, fordított irányú ellenerővel hat.

NEWTON IV.

A vizsgálott testre egy időben ható erők együttes hatása egyenértékű a vektori összegükkel egyenlő erő hatásával.



$$\sum \underline{F} = m \cdot \underline{a}$$

# "Erősziget"

Nehezségi erő

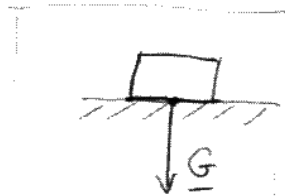
$$\underline{F} = m \cdot \underline{g}$$

A gravitáció miatt felbőg, a test minden terfogatelemében jelentkező

terfogati erő

Súly:

$$\underline{G} = m \cdot \underline{g}$$



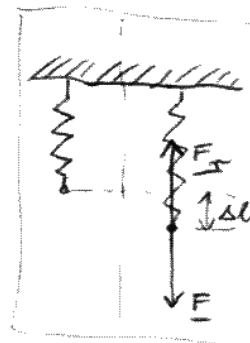
A súly a gravitációból származó felületi erő.

A testek szabadon eső állapotában nincs értelme súlyukról beszélni.

Rugóerő:

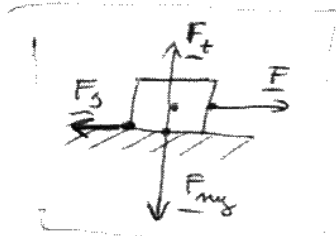
$$\underline{F}_r = D \cdot \Delta l$$

, ahol  $D$  a rugóállandó ( $[D] = \frac{N}{m}$ )  
(rugóerősség)



Súrlódás:

$$\underline{F}_s = \mu \underline{F}_{mg}$$



Csúszási súrlódás:  $\mu$

Tapadási súrlódás:  $\mu_0$

Gördülési súrlódás:  $\mu_g$

$$\mu_0 > \mu \gg \mu_g$$

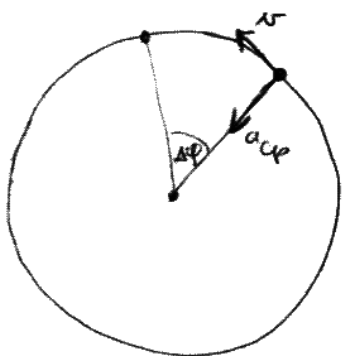


3. HÉT

DINAMIKA (2)

- Körmozgás kin. és din.
- Merev testek forgásmozg.
- Gravitációs kölcsönhatás.
- Harmonikus rezgőm.

1. Körmozgás



Egyenletes körmozgás:

$v = \text{áll.}$  kerületi seb.  $[\frac{m}{s}]$   
 $i = i_0 + vt$  befutott úthossz  $[m]$   
 $\omega = \frac{v}{r}$  szögsebesség  $[\frac{1}{s}]$   
 $\Delta\varphi$  szögfordulás  
 $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$  szögsebesség  $[\frac{1}{s}]$   
 $\omega = \frac{2\pi}{T}$

~~Egyenletes körmozgás:~~

~~$a_c = \text{állandó}$  érintő irányú gyorsulás  
 $v(t) = v_0 + a_c t$  kerületi sebesség  
 $i = i_0 + v_0 t + \frac{a_c}{2} t^2$  befutott úthossz~~

Egyenletes körmozgás:

$v = \text{áll.}$  kerületi seb.  $[\frac{m}{s}]$   $v = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$   
 $i = i_0 + vt$  befutott úthossz  $[m]$   
 $T$  periódusidő  
 $f = \frac{1}{T}$  frekvencia  
 $\Delta\varphi$  szögfordulás  $[rad]$   
 $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$  szögsebesség  
 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$   
 $\omega = \frac{v}{r}$   
 $a_{cp} = v \cdot \omega = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$  centripetális gy.

## Egyenletesen változó körmozgás

Két gyorsulás - komponens

$$a_{cp}; a_{\perp}$$

$$v_t = v_0 + a_{\perp} \cdot t$$

$$i = v_0 t + \frac{a_{\perp}}{2} \cdot t^2$$

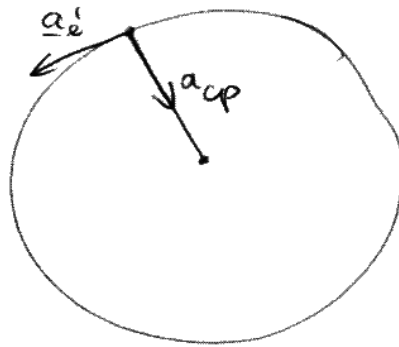
$$a_{\perp} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

A sebesség is változik:

$$\beta = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$\omega_t = \omega_0 + \beta t$$

$$\varphi_t = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta}{2} \cdot t^2$$



$$i = \varphi \cdot r$$

$$v = \omega \cdot r$$

$$a_{\perp} = \beta \cdot r$$

## 2. A körmozgás dinamikája

A testet érintő irányban

az  $F$  erő gyorsítja.

Az erő forgató hatása a forgatónyomaték.

~~$$M = F \cdot r$$~~
$$M = F \cdot r$$

$$F = m \cdot a_{\perp} = m \cdot \beta \cdot r$$

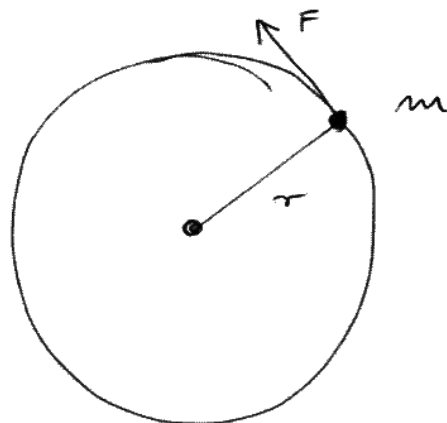
$$\frac{M}{r} = m \cdot r \cdot \beta$$

$$M = m \cdot r^2 \cdot \beta$$

$$M = \Theta \cdot \beta \quad (\text{NEWTON II})$$

$\Theta$ : tehetetlenségi nyomaték

pontoszerű testre  $\Theta = m \cdot r^2$



### ③ Merev testek forgó mozgása

Merev test: kiterjedt test, amelynek alakváltozásai a náható külső erők következtében elhanyagolhatóak.

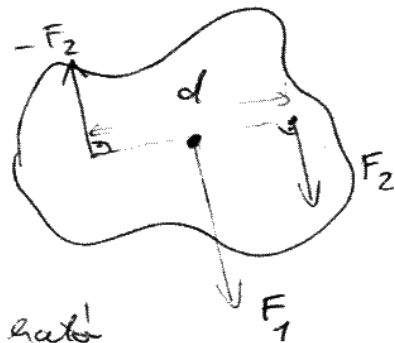
Merev test tömegközéppontja:

A m. t. tömegközéppontja úgy mozog, mintha teljes tömeg elbba a pontba volna sűrítve és a testre ható külső erők nettó erőre ért a (képzelt) pontszerű testet mozgatóan.

$F_1$ : a testet gyorsítja

$F_2, -F_2$ : a testet forgatja

$$M = d \cdot F_2$$



Általában bármely merev testre ható kiterjedt erőrendszer redukálható egy

- erőre, amely a tkp. ható mozgását, okozza
- erőparára, amelynek forgatómomentuma a m. test forgását szabja meg.

A merev testek forgásállapotukra nézve is tehetetlenek. Ezt fejezi ki a tehetetlenségi nyomaték.

$$\sum M = \Theta \cdot \beta \quad \text{itt is érvényes.}$$

A perdület:

$$N = \Theta \cdot \omega \quad \left( M = \frac{\Delta N}{\Delta t} \right)$$

A perdületmegmaradás:

zárt mechanikai rsz. összes perdülete állandó

$$\sum N_i = \text{állandó}$$

$$\sum \Delta N_i = 0$$

#### ④ Gravitációs kölcsönhatás

$$F_g = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \text{ ahol } \gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

(gravitációs állandó)

Pl. a Föld esetében:

$$M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R = 6370 \text{ km}$$

$$F_g = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$$

~~A grav. gyorsulás~~ m test grav. gyorsulása:

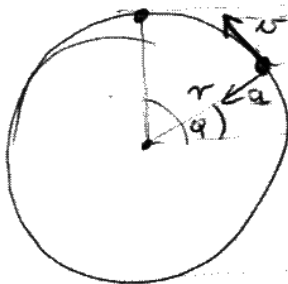
$$g = \frac{F_g}{m} = \gamma \cdot \frac{M}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6370 \cdot 10^3 \text{ m})^2} =$$

$$= \underline{9,86 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\left[ \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right] = \left[ \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{kg}} \right]$$

## 5) Harmonikus rezgőmozgás

Számazzuk a körmozgásból:



Körmozgás

sugár ( $r$ )  
 periódusidő ( $T$ )  
 frekvencia ( $f$ )  
 sebesség ( $\omega$ )  
 elfordulási szög ( $\varphi$ )



Harmonikus rezgőmozgás

amplitúdó ( $A$ )  
 periódusidő ( $T$ )  
 frekvencia ( $f$ )  
 körfrekvencia ( $\omega$ )  
 fázisszög ( $\varphi$ )

Kitérés, sebesség, gyorsulás időfüggvénye:

~~$$x_{\text{eg}} = X \cdot \sin \varphi = A \cdot \sin \omega t$$

$$v_{\text{eg}} = v \cdot \cos \varphi = A \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

$$a_{\text{eg}} = a_{\text{eg}} \cdot \sin \varphi = -A \omega^2 \cdot \sin \omega t$$~~

$$v_{\text{eg}} = \omega \sqrt{A^2 - y^2}$$

$$a_{\text{eg}} = -\omega^2 y$$

Példa harmonikus rezgőmozgásra:

Rugóra alantott test kitérése nyug. helyzetéből

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$



## Matematikai inga



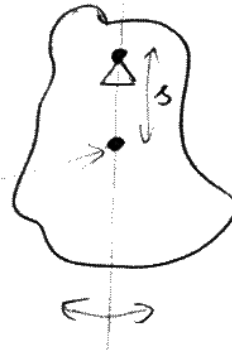
$$\varphi < 5^\circ$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

## Fizikai inga

$\Theta, m$

TKP



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{mgs}}$$

# FIZIKA FELKÉSZÍTŐ

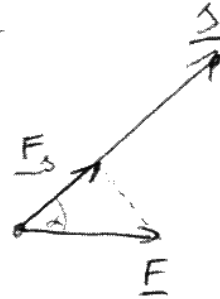
## 4. HÉT

### A munka

$$W = F \cdot s \quad \text{ha egy vonalba esnek}$$

$$W = \underline{F} \cdot \underline{s} \quad (\text{skalárszorzat})$$

$$[W] = \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right] = \left[ \frac{\text{J}}{\text{s}} \right]$$



$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Az erők mindig csak az elmozdulással egyirányú komponense végzi munkát.

### A teljesítmény:

A munkavégzés "sebessége".

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \text{átlagteljesítmény}$$

$$\bar{P} = \frac{F \Delta s}{\Delta t} = F \cdot \bar{v}$$

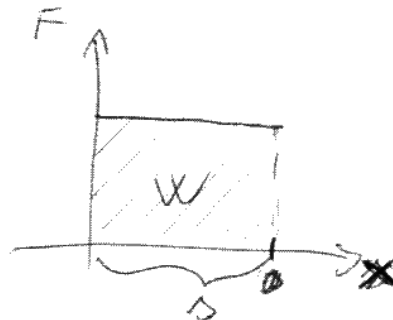
$$P = F \cdot v \quad \text{pillanatnyi teljesítmény}$$

$$[P] = \left[ \frac{\text{J}}{\text{s}} \right] = \text{W} \quad \text{MKS} = \text{W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ W}$$

### A munkavégzés fajtái:

1. Gyorsítási munka (állandó erő)

$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s$$



## 2. Rugó megerősítése

$$W = \frac{1}{2} D (\Delta y)^2$$

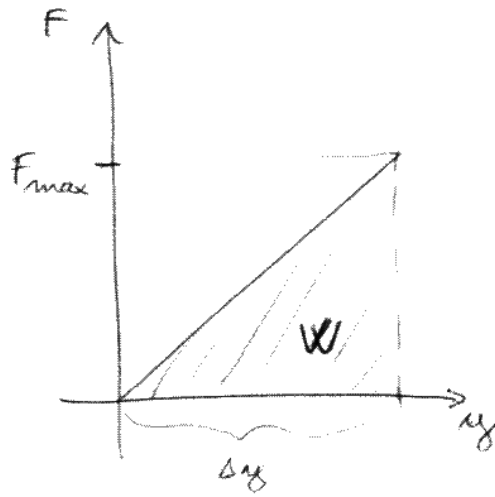
$$F = D \cdot \Delta y$$

$$F_0 = 0$$

$$F_{\max} = D \cdot \Delta y$$

$$W = \frac{F_{\max} \cdot \Delta y}{2}$$

$$W = \frac{1}{2} D (\Delta y)^2$$



## A mozgási ~~energia~~ (kinetikus) energia

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\text{Forgómozgás: } E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \Theta \omega^2$$

Mech.: Energia megmaradás törvénye:

~~Egy test mechanikájában~~

Az egymással rugalmasan ütköző testek mozgási energiájának összege állandó.

$$\sum E_{\text{kin}} = \text{állandó}$$

$$\sum \Delta E_{\text{kin}} = 0$$

## Munkatétel

Egy test mozgásienergia-változása egyenlő a külső erők eredője által a testen végzett munkával.

$$\Delta E_{\text{kin}} = W$$



## Potencialis (helyzeti) energia

Gravitációs mező munkavégző képessége az adott testen.

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

A mech. energiamegm. törvénye gravitációs mezőben:

$$E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{'állandó'}$$

$$\Delta E_{\text{pot}} + \Delta E_{\text{kin}} = 0$$

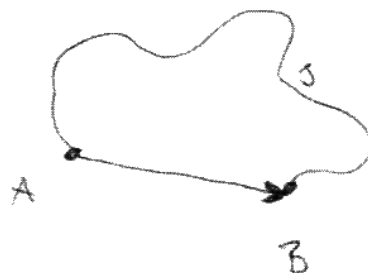
## Konzervatív és disszipatív erők

1. Azok az erők, amelyek munkája adott kezdeti és véghelyzet között független a pálya alakjától, konzervatív erők. (pl. gravitáció, rugó)

~~A mech. energia megm.~~

2. Azok az erők, amelyek munkáját a ténylegesen befutott út hossza határozza meg, disszipatív erőknek nevezzük. (pl. súrlódás, közegellenállás)

A mechanikai energia megmaradásának törvénye csak konzervatív erőkkel jellemezhető mechanikai kölcsönhatásokra érvényes.

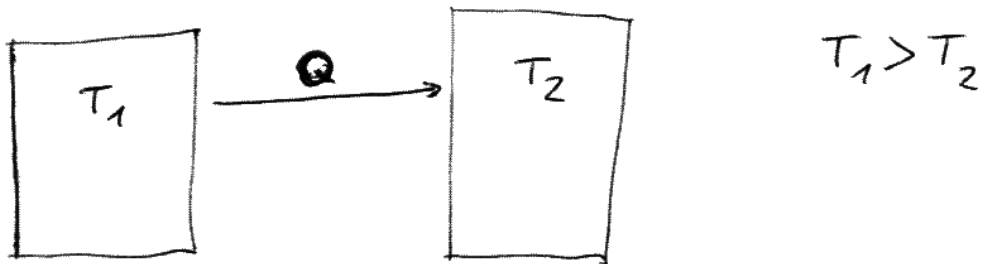


# FIZIKA FELKÉSZÍTŐ

5. HÉT

## HŐTAN. I (Termodinamika)

### ① Termikus kölcsönhatás



$Q$ : hőmennyiség, ami az energiakörzés egyik formája ( $Q = \int$ )

Belső energia: egy ~~rendszer~~ rendszer összes energiatar-  
talma.  
A hőközés megváltoztatja egy rendszer belső energiatar-  
talma.

Hőmérsékleti skálák:

- Celsius :  $^{\circ}\text{C}$

- Kelvin :  $\text{K}$

$$273\text{K} = 0^{\circ}\text{C}$$

### ② A termodinamika I. főtétele (energiamegmaradás törv.)

Egy rendszer belső energiájának megváltozása a vele közölt hőmennyiség és a rajta végzett munka összege.

$$\Delta E_{\text{b}} = Q + W$$

## A termodinamika II. főtétele

A természetben nincs és egyetlen géppel sem hozható létre olyan folyamat, amelyben hő önként, külső munkavégzés nélkül hidegebb testről melegebbre megy át.

Hársképpen:

A természetben nincs és egyetlen géppel sem hozható létre olyan folyamat, amelynek során egy test hőveszt és ez a hő egyéb változás nélkül teljes egészében, 100%-os hatékonysággal munkává alakulna át.  
(Nem lehet másodfajú perpetuum mobile)

## A termodinamika III. főtétele

A nulla kelvin hőmérséklet a gyakorlatban nem érhető el.

### ③ Hőkapacitás

Ha egy ~~test~~ hőtani rendszerrel hő kölcsönös hőmérséklet változás jön létre. Ennek mértékét adja meg a  $c$ .

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \left[ \frac{J}{K} \right] \quad Q = C \cdot \Delta T$$

### Tajlagos hőkapacitás (sajthő)

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right] \quad \text{Tömegegységre vonatkoztatott hőkapacitás}$$

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

### Moláris hőkapacitás (molhő)

$$C_M = \frac{Q}{n \cdot \Delta T} \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right] \quad \text{1 molnyi anyagra vonatkoztatott hőkapacitás}$$

(1 mol anyag:  $N_A = 6 \cdot 10^{23}$  db részecske)

$$Q = C_M \cdot n \cdot \Delta T$$

④ Hőágulás

~~Változás~~  $\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T$

~~Változás~~  $V_T - V_0 = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T$

$V_T - V_0 = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T$

$V_T = V_0 (1 + \beta \cdot \Delta T)$

$\beta$ : térfogati hőágulási együttható

Ide a test hossza sokkal nagyobb a keresztmetszetével:

$\alpha$ : lineáris hőágulási együttható

$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$

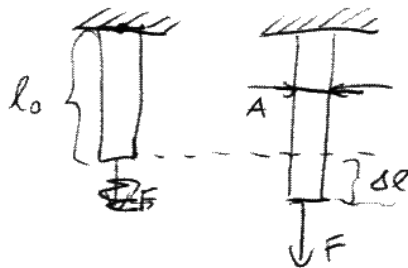
$3\alpha \approx \beta$

$l = l_0 (1 + \alpha \Delta T)$

⑤ Szilárdtestek rugalmas nyújtása / összenyomása

~~Változás~~  $F = E \cdot A \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$

$\Delta l = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot A}$



ahol

$F$ : erő

$A$ : keresztmetszet

$\Delta l$ : megnyúlás

$l_0$ : kezdeti hossz

$E$ : Young-modulus  $\left[ \frac{N}{m^2} \right]$

Átrendezve:

~~Változás~~  $\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$  ; új jelölések:  $\sigma = \frac{F}{A}$  (mech. feszültség)

$\sigma = E \cdot \epsilon$

$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$  (relatív megnyúlás)

# FIZIKA FELKÉSZÍTŐ

## 6. HÉT

### Az ideális gáz:

A gázok egyszerűített ~~sz~~ fizikai modellje

- A gázmolekulák saját térfogata elhanyagolható a gáz által betöltött térfogathoz képest.
- A gázmolekulák egymásra sem vonzó, sem taszító hatást nem fejtnek ki (az ütközésektől eltekintve)
- A gázmolekulák egymással ill. az edény falával való ütközése rugalmas
- A gázmolekulák kinetikai energiáját a gáz hőmérséklete adja meg
- Azonos hőmérsékleten, azonos számú gázmolekula kinetikai energiája megegyezik, és független a gáz anyagi minőségétől

### A gázok állapotváltozói:

Térfogat:  $V$  [ $m^3$ ] (a gáz mindig kitölti az őt tartalmazó edény térfogatát)

Nyomás:  $p$  [Pa]

Hőmérséklet:  $T$  [K]

Ez a három állapotváltozó együtelműen megadja az ideális gáz állapotát.

# Gázörvények

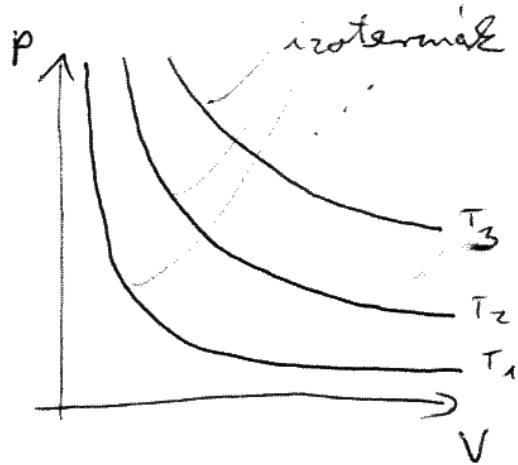
① Boyle - Mariotte - törvény:

$$pV = \text{állandó}$$

Egy adott mennyiségű tökéletes gáz térfogatának és nyomásának szorzata adott hőmérsékleten állandó.

② Gay - Lussac I. törvénye

$$T_1 < T_2 < T_3$$



② Gay - Lussac I.:

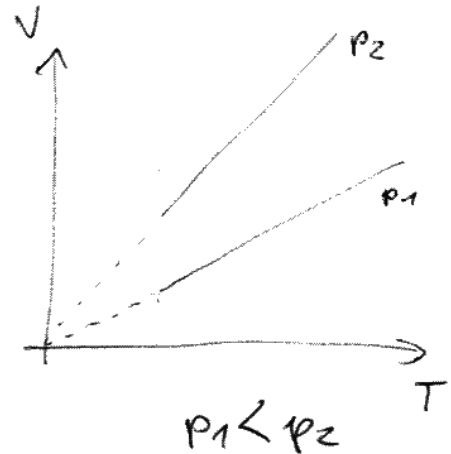
Állandó nyomáson a gáz térfogata arányos az abszolút hőmérséklettel.

$$V = k \cdot T ; \quad \frac{V}{T} = \text{állandó}$$

Celsius-skála esetén:

$$V = V_0(1 + \beta T) \quad (\text{ismert képlet})$$

$$\text{ahol } \beta = 3,661 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}} = \frac{1}{273} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$



③ Gay-Lussac II:

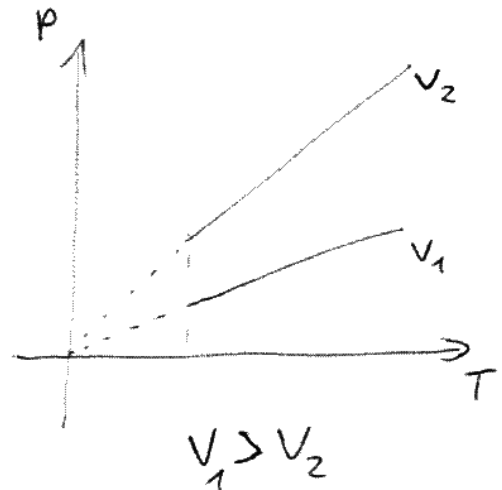
Allando térfogaton a gáz nyomása arányos az abszolút hőmérséklettel.

$$p = k \cdot T; \quad \frac{p}{T} = \text{'allando'}$$

Celsius-skála esetén:

$$p = p_0(1 + \beta \Delta T)$$

$$\beta = 3,661 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$



④ Egysített gáztörvény:

$$\frac{pV}{T} = \text{'allando'}$$

$$\frac{pV}{T} = nR; \quad n: \text{anyagmennyiség [mol]} \left( n = \frac{m}{M} \right)$$

$R: \text{moláris gázállandó}$   $M: \text{moláris tömeg}$   
 $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$pV = n \cdot R \cdot T$$

Másképp alak:

$$pV = N_A \cdot n \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$$

$$pV = N \cdot k \cdot T$$

$$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ (Avogadro-szám)}$$

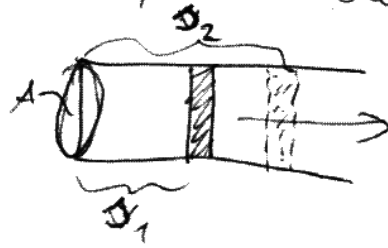
$N: \alpha$  molekula száma

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \text{ Boltzmann-állandó}$$

~~Gáz állapotváltozás~~

A térfogati munka (állandó nyomáson)

Ha egy gáz térfogata megváltozik, munkavégzés megy végbe. (Pl. dugattyú)



A gáz által végzett munka:

$$W = \cancel{p \Delta V} F \cdot \Delta s = p \cdot A \cdot \Delta s \quad \left( p = \frac{F}{A} \right)$$

$$W = p \cdot \Delta V$$

~~A térfogati munka~~ A gázon végzett munka:

$$W = -p \Delta V$$

A termodinamika I. főtétel gázok esetén:

$$\Delta E_g = Q + W$$
$$\boxed{\Delta E_g = Q - p \Delta V}$$



# Gázok állapotváltozásai

## ① Izoterm (állandó hőmérséklet)

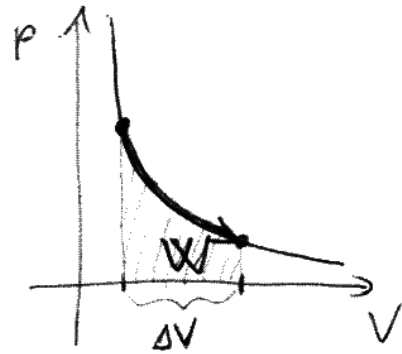
$$pV = \frac{nRT}{\text{all.}}$$

T állandó, tehát a belső energia sem változik.

$$0 = Q + \cancel{W} W$$

$$Q = \cancel{W} - W$$

Munkavégzés: van  
Hőcsere: van

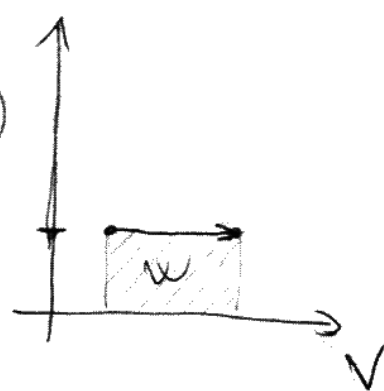


## ② Izobár (állandó nyomás)

$$\frac{V}{T} = \frac{nR}{p} \quad (\text{pl. dugattyúban  
kís gázt melegítünk})$$

Munkavégzés: van  
Hőcsere: van  
Belsőenergia-vált.: van

$$\Delta E_b = Q + W = Q - p\Delta V$$

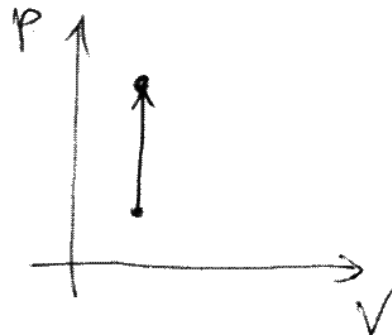


## ③ Izochor (állandó térfogat)

(pl. egy zárt edényben gázt melegítünk)

Munkavégzés: nincs ( $\Delta V = 0$ )  
Hőcsere: van  
B.e.v: van

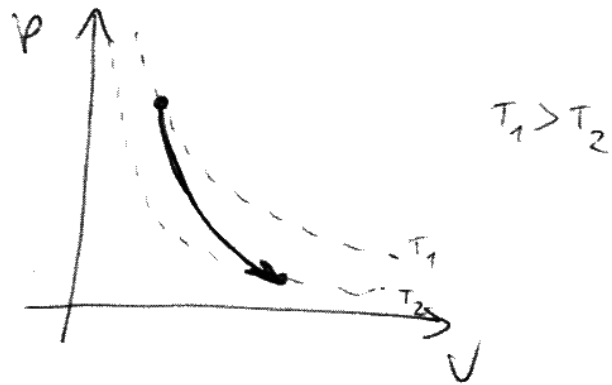
$$\Delta E_b = Q$$



④ Adiabátikus (tiszán mechanikai kölcsönhatás)

Munka: van  
Hőszel: nincs  
B.e.v.: van

$$\Delta E_{\text{g}} = W$$



A gázok fajhői:

A gázok melegítéskor/hűtéskor hőköltés hatására változik a gáz belső energiája, és így a hőmérséklete is.

Azokban nem mindegy, ez milyen folyamatban történik.

$$\Delta E_{\text{g}} = Q + W$$

$$Q = \Delta E_{\text{g}} - W$$

Izochor folyamatban  $W = 0$ , tehát

$$Q = \Delta E_{\text{g}}$$

$$Q = c_v \cdot m \cdot \Delta T \quad (\text{vagy } Q = c_{v(M)} \cdot n \cdot \Delta T)$$

Izobár folyamatban a költött hő nem csak a b.e. növelésére fordítódik, hanem munkavégzésre is.

$$Q = \Delta E_{\text{g}} - W$$

$$Q = c_p \cdot m \cdot \Delta T \quad (\text{vagy } Q = c_{p(M)} \cdot n \cdot \Delta T)$$

Ezért  $c_p > c_v$

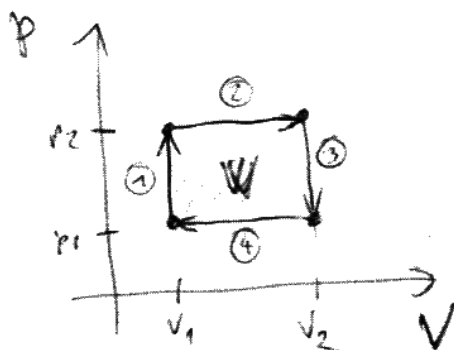
A két költött összefüggés:

$$c_p - c_v = \frac{R}{M} \quad (M: \text{moláris tömeg})$$

$$c_{p(M)} - c_{v(M)} = R$$

# Körfolyamatok

képezzük el az ~~az~~ alábbi 4 állapotváltást:



- ① izochor (melegítés)
- ② izobar (tágulás)
- ③ izochor (hűtés)
- ④ izobar (összehúzódás)

$$\sum \Delta E_{\text{int}} = \sum Q + \sum W$$

$$\circ \quad -\sum W = \sum Q$$

$$p_2(V_2 - V_1) + \underbrace{p_1(V_1 - V_2)}_{-p_1(V_2 - V_1)} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$$(p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = \underbrace{Q_1 + Q_2}_{\substack{\text{felvett hő} \\ \sum Q_{\text{fel}}}} + \underbrace{Q_3 + Q_4}_{\substack{\text{leadott hő} \\ \sum Q_{\text{le}}}}$$

~~W~~  
Körmozgás: Körfelvitel a kamrából, hőleadás a hűtőbe  
→ Munkavégzés

Hűtőgép, hőszivattyú: Munkavégzés hatására hőt visz át a hidegebb helyről a melegebb helyre.

# FIZIKA FELKESZÍTŐ

## 7. HÉT

### Kinetikus gázelmélet

A gázok molekuláris modellje.

A gázok nagyon kicsi molekulákból állnak, amik rendszeresen mozgást végeznek.

Az ideális gáz modellje:

- A gázmolekulák saját térfogata elhanyagolható a gáz által betöltött térfogathoz képest.
- A gázmolekulák egymással sem vonzó, sem taszító hatást nem fejtnek ki (az ütközésektől eltekintve).
- A gázmolekulák egymással ill. az edény falával való ütközése rugalmas.
- A gázmolekulák mozgási (kinetikai) energiáját a gáz hőmérséklete adja meg.
- Azonos hőmérsékleten, azonos számú gázmolekula kinetikai energiája megegyezik, és független a gáz anyagi minőségétől.

~~Pl. a gáz~~

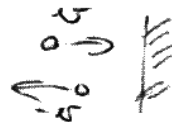
A kinetikus (molekuláris) modell a magyarázatot ad a makroszkopikus jelenségekre.

Pl. a gáz nyomása a molekulák falval ütközésekor kifejtett erőből származik

$$\Delta I = m \cdot \Delta v$$

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$p = \frac{F}{A}$$



Egy gázmolekula mozgási energiája:

$$E_{\bullet} = \frac{1}{2} m_0 \cdot \bar{v}^2 \quad (\bar{v}: \text{átlagos sebesség})$$

Leveretis nélkül (a mozgási energia arányos a hőmérséklettel)

$$E_{\bullet} = \frac{3}{2} k \cdot T$$

Boltzmann-állandó ( $1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ )


Az egész gáz összes mozgási energiája egyenlő a belső energiával.

$$\sum E_{kin} = N \cdot E = N \cdot \frac{1}{2} m_0 \bar{v}^2$$

$$\sum E_{kin} = \frac{3}{2} N k T = \frac{3}{2} n R T = E_B$$

Minden ideális gázra érvényes, ahol a molekulák pontszerűek. Reális gázoknál ~~érvényes~~ ez nem mindig igaz.


Az ekvipartíció törvénye:

- Pontszerű molekula ~~mozgási~~ kinetikus energiája a hálódo mozgásból származik. A tér 3 irányában mozoghat, azt mondjuk, a szabadságfoka 3.  $f=3$  

- Többatomos, kiterjedt molekula forgatható is.

Ide az atomok egy egyenes mentén helyezkednek el ("szilárd"), akkor két tengely körül forgatható.

szabadságfoka 5.  $f=5$  

- Ha általánosabb felépítésű a molekula, akkor három tengely ~~mentén~~ körül forgatható.  $f=6$  

Az ekvipartíció törvénye azt mondja ki, hogy a gáz belső energiája egyenlően oszlik meg a szabadságfokok ~~között~~ között.

$$E_B = \frac{f}{2} \cdot n R T$$

# Halmazállapot-változások

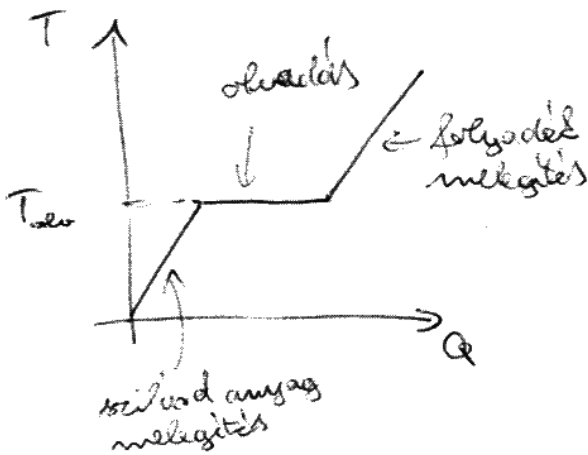
## ① Olvasás - fagyás: (szilárd - folyékony)

Olvasáskor a szilárd anyag részecskéi felbomlik.

A közölt hő erre fordítódik, a belső energia növekszik, a hőmérséklet nem.

A fagyás fordított irányú folyamat, hőleadással jár.

Az olvasás adott hőmérsékleten, az adott anyagra jellemző olvasásponton megy végbe (a nyomástól függ).



$$Q = L_o \cdot m$$

$$L_o = \frac{Q}{m} \text{ olvasáshő} \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

## ② Párolgás - lecsapódás (folyékony - gőz)

Párolgás során a folyadék felületéről részecskék lépnek ki.

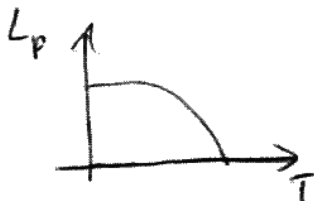
Ez a folyamat minden hőmérsékleten végbemegy.

A párolgás hőelvonással jár.

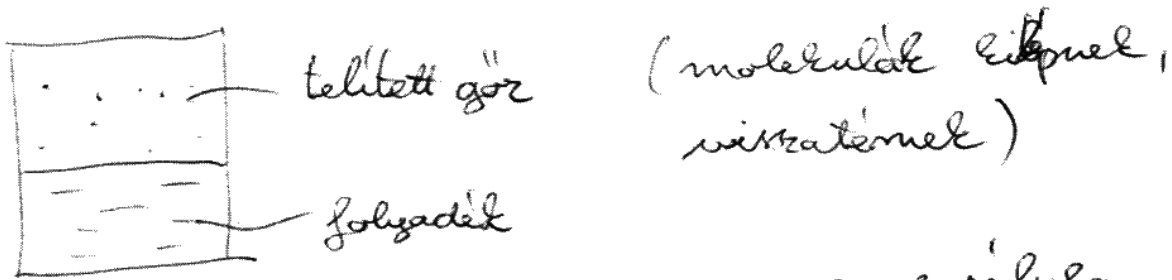
$$Q = L_p \cdot m$$

$$L_p = \frac{Q}{m} \text{ párolgáshő} \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Hűvönböző hőmérsékleten más a párolgáshő értéke. (A hőmérséklet növekedésével csökken).



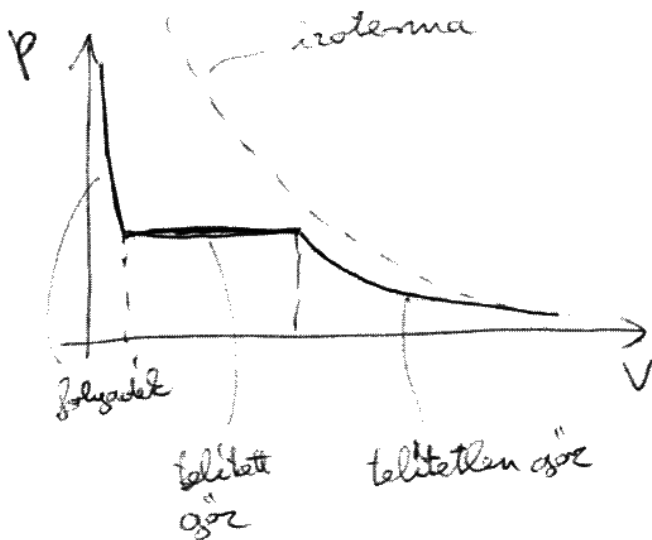
Ha a párolgás zárt térben megy végbe:



Telített gőz: a ~~sz~~ saját folyadékával <sup>egyensúlyban</sup> lévő gőz.

A telített gőz nyomása anyagra jellemző mennyiség, a hőmérséklettől függ.

Ha a gőz nyomását növeljük, egy ponton telítetté válik, és a nyomás további növelése lecsapódást okoz.



## Forrás

A párolgás speciális fajtája. A forrás a folyadék egész ~~terület~~ területegésére kiterjedő párolgás.

(Mikor jön létre, ha az adott hőmérséklethez tartozó telített gőznyomás eléri a külső nyomás értékét).

Ez a hőmérséklet a forráspont.

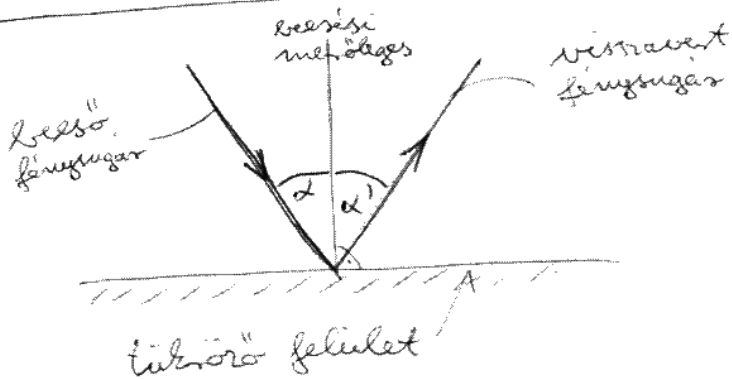
A forrásponti hőmérséklethez tartozó párolgáshoz a forráshő.

# FIZIKA FELKÉSZÍTŐ

8. HÉT

## GEOMETRIAI OPTIKA

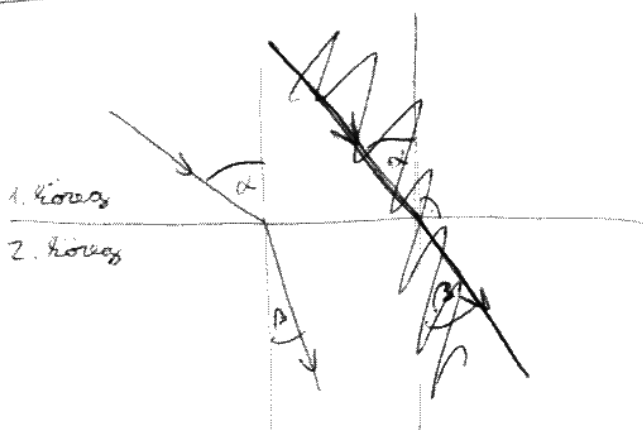
### \* Tükrözés (reflexió)



$\alpha$ : beesési szög  
 $\alpha'$ : visszaverési szög

$$\alpha = \alpha'$$

### \* Törés (refrakció)



$\alpha$ : beesési szög  
 $\beta$ : törési szög

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{2,1}$$

Snellius-

### Snellius-Descartes törvény:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{2,1}$$

$n_{2,1}$ : a 2. közegnek az elsőhöz viszonyított relatív törésmutatója

Ha az egyik közeg vákuum (levegő), az arra vonatkozóan a relatív törésmutató az abszolút törésmutató.

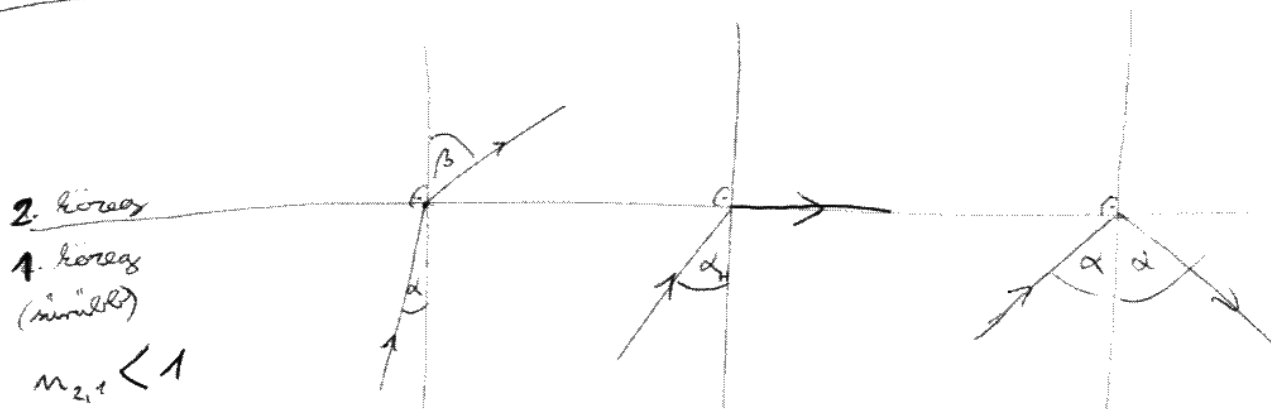
Az abszolút és relatív törésmutatók kapcsolata:

$$n_{2,1} = \frac{n_1}{n_2} \quad ; \quad n_{1,2} = \frac{1}{n_{2,1}}$$



Két optikai közeg közül optikailag sűrűbb az, amelyiknek nagyobb az abszolút törésmutatója.

A teljes visszaverődés:



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{2,1} < 1, \text{ amiből } \sin \beta > \sin \alpha$$

$$\beta > \alpha$$

$$\text{Ha } \beta = 90^\circ \rightarrow \sin \beta = 1$$

az ehhez tartozó beesési szög a határszög.

$$\boxed{\sin \alpha_H = n_{2,1}}$$

Az ennél nagyobb beesési szöggel esetén a fény nem lép ki a sűrűbb közegből a ritkább közegbe.

# Tükrök és lencsék képalkotása

Egyszerű optikai ~~eszközök~~ képalkotó eszközei.

~~A~~ A tárgyról keletkezhet kép

- fényvissraesés útján (tükrök)
- fénytörés útján (lencsék)

Valódi kép:

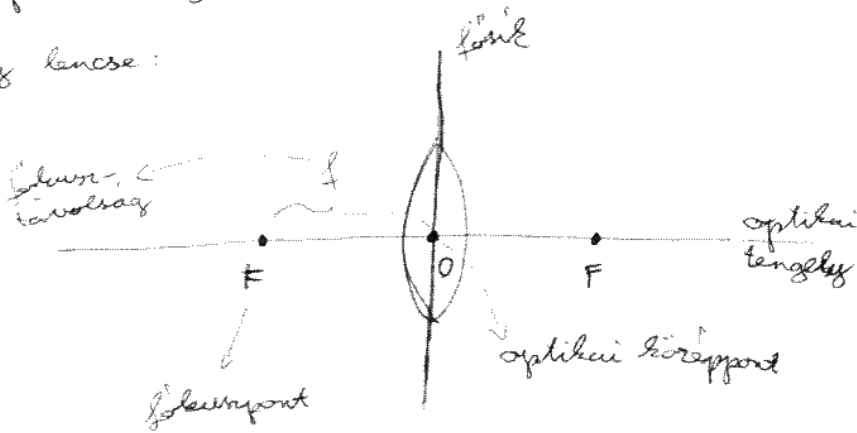
A tárgy pontjaiból kiinduló fénysugarak az optikai eszközön bekövetkező irányváltoztatás után újra átmennek egy közös ponton.

Virtuális ~~eszköz~~ (látólagos) kép:

A tárgyról kiinduló fénysugarak az optikai eszközön bekövetkező irányváltoztatás után szétartó nyalábot alkotnak, amelyeket visszafelé meghosszabbítva egy pontból látszó kiindulni.

Törés, optikai tengely, optikai középpont, fókuszpont, fókusz távolság

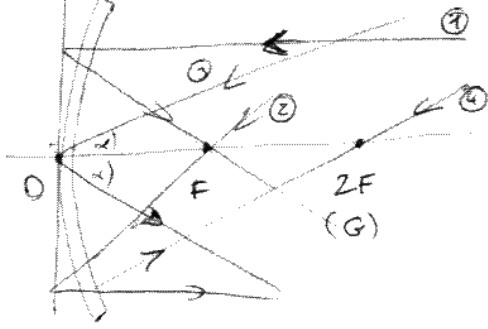
pl. egy lencse:



Nagyítás:  $N = \frac{K}{T}$  ; K: kép nagysága  
T: tárgy nagysága

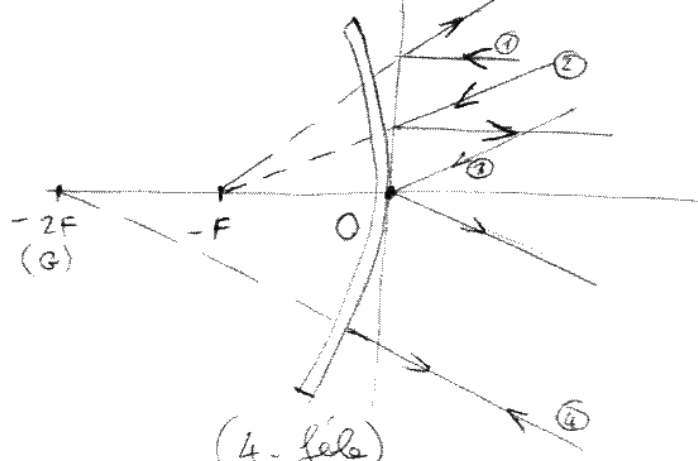
Nevezetes sugámenetek (szelvényes):

Konvex tükrök:



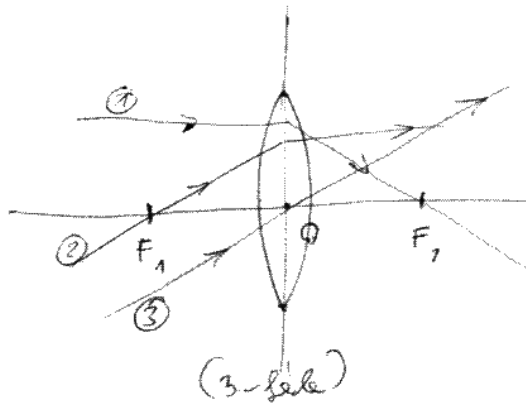
(4-féle)

Domború tükör:

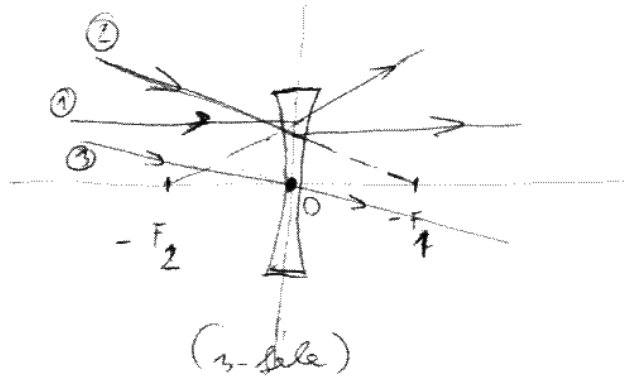


(4-féle)

Domború lencse:



(3-féle)



(3-féle)

Távolságformula:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}$$

- t: tárgytávolság
- k: képtávolság
- f: fókustávolság

Ha f negatív: virtuális fókusz  
 Ha k negatív: virtuális kép

Lencsék fókustávolsága:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$



Dioptria:

$$D = \frac{1}{f} \left[ \frac{1}{m} \right]$$

# FIZIKA FELKÉSZÍTŐ

9. HÉT

## ELEKTROSZTATIKA

Az elektromos töltés:

A testek elektromos állapota kétféle lehet, pozitív vagy negatív. Ezt az állapotot az elektromos töltéssel fejezhetjük ki.

$$[Q] = 1C$$

Töltések erőt fejtenek ki egymásra. Két pontszerű töltésre:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad \text{Coulomb-törvény}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} ; \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \quad \text{a vákuum dielektromos állandója}$$

Az elektromos mező:

Az elektromosan töltött testek érintkezés nélkül fejtenek ki erőt egymásra, tehát az erőt mező közvetíti.

Minden töltés elektromos mezőt hoz létre.

HA

$$F = k \cdot \frac{Qq}{r^2} ; \quad Q: \text{a mezőt létrehozó töltés}$$

$q: \text{próbatöltés}$

$$F = k \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot q$$

$$\frac{F}{q} = \left[ E = k \cdot \frac{Q}{r^2} \right] \quad \text{térerősség } [E] = 1 \frac{N}{C}$$

Az elektromos mezők  
szuperponálhatóak!

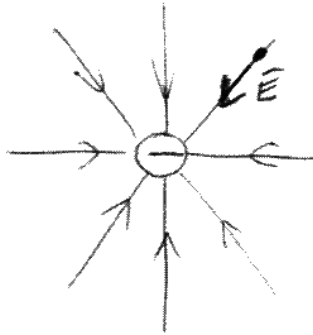
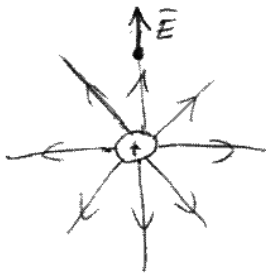
vektormennyiség!

## Erővonalak:

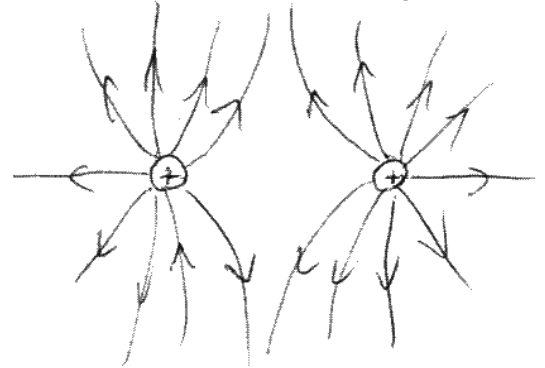
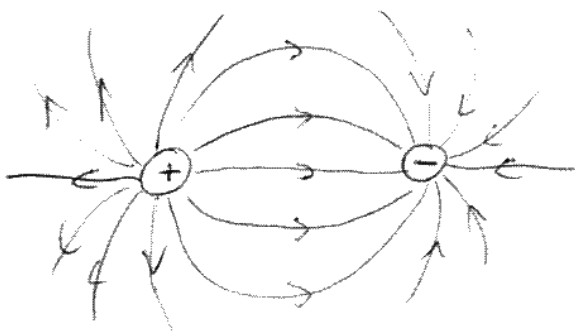
Az elektromos mezőt erővonalakkal szemléltethetjük.

Az erővonalak megfelelően irányított érintői mindig az adott pontban lévő térerősségvektorral esnek egybe.

Pt. pontszerű töltésre:



Az elektromos erővonalak pozitív töltésből indulnak, vagy a végtelenből, és negatív töltésben végződnek vagy a végtelenben.



A térerősség nagyságát az erővonalak sűrűsége fejezi ki.

Az erővonalakra merőleges egységnyi felületen annyi vonal halad át, amennyi ott a térerősség.

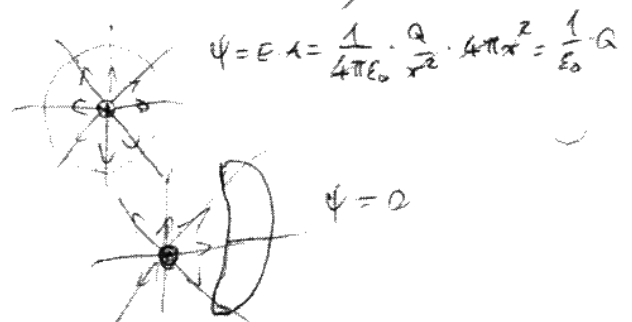
Általánosítva:

Az erővonalakra merőlegesen kijelölt felületen áthaladó erővonalak száma: elektromos fluxus.

$$\Psi = E \cdot A \quad ; \quad [\Psi] = 1 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$$

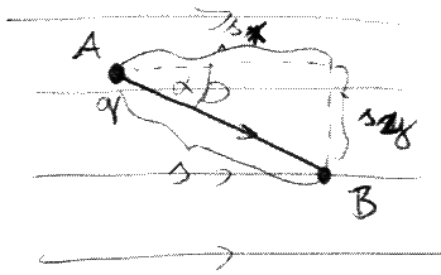
Zárt felületre számított fluxus (ha töltést tartalmaz):

$$\Psi = 4\pi \epsilon_0 Q \quad ; \quad \Psi = \frac{1}{\epsilon_0} Q$$



## Feszültség, potenciál:

Ha az elektromos mező erőhatása elmordít egy töltést, munkavégzés történik.



$$W_{AB} = F \cdot s \cdot \cos \alpha = F \cdot s_x$$

$$W_{AB} = E \cdot q \cdot s_x$$

$$U = \frac{W_{AB}}{q} = E \cdot s_x \quad [U] = \frac{J}{C} = 1V$$

U: elektromos feszültség (a mező munkavégző képessége)

A munka csak a kezdő- és végponttól függ, az útvonaltól nem  $\rightarrow$  az elektromos mező konzervatív erőter.

A feszültség is mindig két pont között értendő.

A mező pontjaihoz feszültség szintek (potenciálok) tartoznak. Két pont közötti feszültség a feszültség szintek különbsége (potenciálkülönbség). Ha kijelölünk egy 0 potenciál-szintet, onnantól kezdve a tér minden pontja jellemezhető egy abszolút potenciállal.

Potenciál:  $\varphi$

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

Pé. ha pontszerű töltéssel a végtelenbe helyezzük a 0 szintet, akkor:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Elvopotenciális felületek:

A felület pontjai között nulla a feszültség

## Homogén elektromos mező energiája:

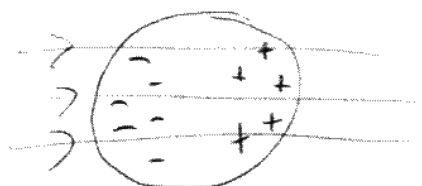
$$W_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 V$$

$$w_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad \text{energiasűrűség} \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$

## Vezetők, szigetelők

Vezetők: a töltéshordozók ~~nincs~~ (általában elektronok) nincsenek helyhez kötve.

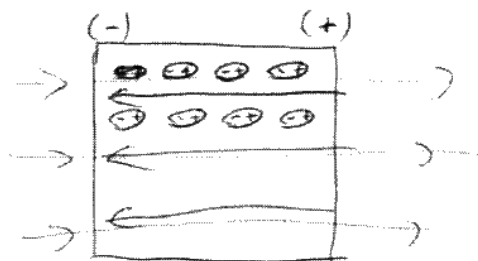
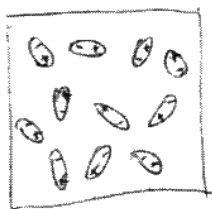
Elektromos mező hatása: megosztás



Szigetelők (dielektrikumok).

A töltéshordozók nem áramolhatnak bennük.

Elektromos mező hatása: dielektrikus polarizáció



A polarizáció hatására csökken a térerősség a dielektrikumban. Ennek mértékét a relatív dielektrikus állandó fejezi ki.

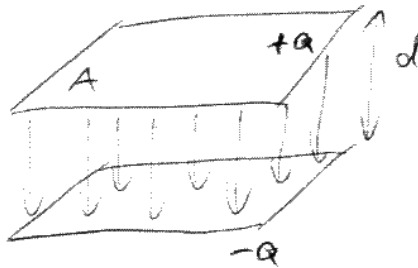
$$\epsilon_r = \frac{E_{\text{vákuum}}}{E_{\text{szigetelő}}}; \quad \epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

# Kapacitás, kondenzátorok

Síkkondenzátor:

Homogén elektromos  
mező

Potenciálkülbség



A kondenzátor  
töltése: +Q

$$C = \frac{Q}{U} \text{ * kapacitás } [C] = 1 \frac{C}{V} = 1 F$$

Síkkondenzátora:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Szigetelővel kitöltve:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

A kondenzátorban tárolt energia:

$$W_E = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$



# FIZIKA FELKÉSZÍTŐ

10. HÉT

## Elektromos (egyen)áram

Ha elektromos térbe vezetőt teszünk, töltés áramlás (elektromos áram) jön létre.

Áramerősség:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$[I] = A = \frac{C}{s}$$

$\Delta Q$ : a vezető alatt keresztmetszetén áthaladó töltésmennyiség

$\Delta t$ : eltelt idő

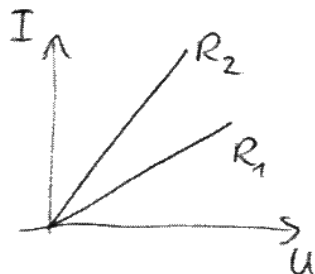
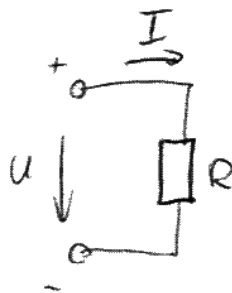
Egyenáram: időben állandó erősségű áram

Áramirány: a magasabb (pozitívabb) potenciál felől az alacsonyabb (negatívabb) potenciál felé

Ohm törvénye:

Iszlagos ellenállása

$$R = \frac{U}{I}; [R] = \frac{V}{A} = \Omega$$



Vezető ellenállása:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

$\rho$ : fajlagos ellenállás ( $\Omega m$  vagy  $\Omega \frac{mm^2}{m}$ )

$l$ : vezető hossza

$A$ : vezető keresztmetszete

Az elektromos áram munkája, teljesítménye

$$W = U \cdot Q$$

$$W = U \cdot I \cdot \Delta t$$

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = U \cdot I$$

$$[W] = \text{VA} \cdot \text{s} = \text{J}$$

$$[P] = \text{VA} = \text{W}$$

~~$$P = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

$$P = I \cdot R \cdot I = I^2 \cdot R$$~~

Úszelő hőleadása (disszipáció):

$$W = Q$$

$$Q = U \cdot I \cdot \Delta t$$

$$P = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

$$P = R \cdot I \cdot I = I^2 \cdot R$$

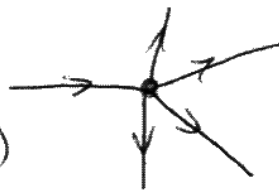
Kirchoff törvényei

Kirchoff I: csomóponti törvény

Egy csomópont áramainak előjeles összege zérus.

(Amennyi befolyik, annyi folyik ki)

$$\sum I_i = 0 \quad (\text{töltésmegmaradás})$$

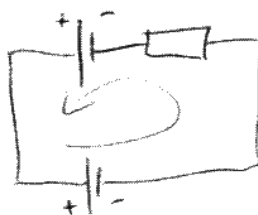
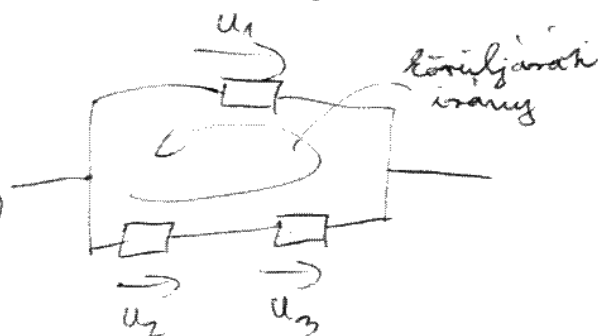


Kirchoff II: hurktörvény

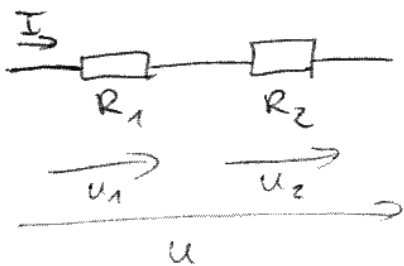
Tetszőleges áramkör mentén a feszültségek algebrai összege zérus.

$$\sum U = 0$$

(energiamegmaradás)



## Ellenállások soros kapcsolása



$$I_1 = I_2 = I$$

$$U = U_1 + U_2$$

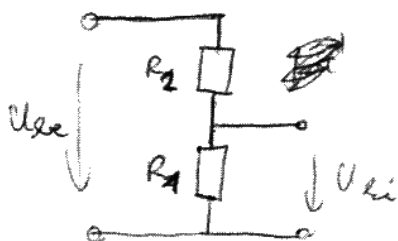
$$IR_e = IR_1 + IR_2$$

$$\boxed{R_e = R_1 + R_2}$$

$$R_e = \sum R$$

Tesztlétrésozó:

~~XXXXXXXXXX~~



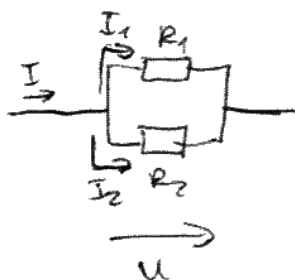
~~XXXXXXXXXX~~

$$\frac{U_{se}}{R_e} = \frac{U_{ki}}{R_1}$$

$$\frac{U_{se}}{R_1 + R_2} = \frac{U_{ki}}{R_1}$$

$$\boxed{U_{ki} = U_{se} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

## Ellenállások párhuzamos kapcsolása



$$U_1 = U_2 = U$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$\frac{U}{R_e} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

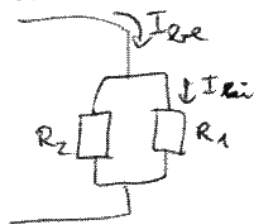
$$\boxed{\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$\frac{1}{R_e} = \sum \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$$

$$\boxed{R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = R_1 \times R_2}$$

Áramosztó:



$$I_{se} \cdot R_e = I_{ki} \cdot R_1$$

$$I_{se} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = I_{ki} \cdot R_1$$

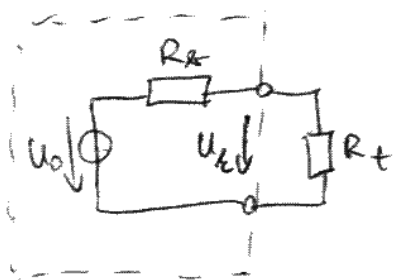
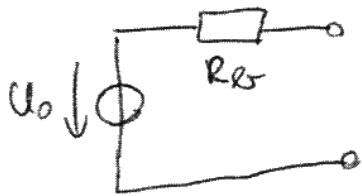
$$\boxed{I_{ki} = I_{se} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

# Tesztelettségforrások

Egyenfeszültség-forrás (pl. akkumulátor)



Általános ábrák:



$\phi$ : ideális feszültségforrás

$U_0$ : üresjárati feszültség

$R_0$ : belső ellenállás

$R_t$ : terhelő ellenállás

$U_k$ : kimeneti feszültség

Ha  $R_t = 0$  (rövidre záruk)  $\rightarrow U_k = 0$

$$I = \frac{U_0}{R_0}$$

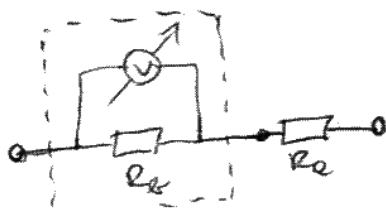
## Feszültség- és árammérés

Feszültségmérés:



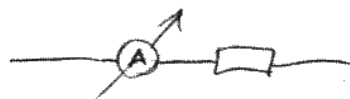
$R_0$  nagy

Mérés hatás kiterjesztése:

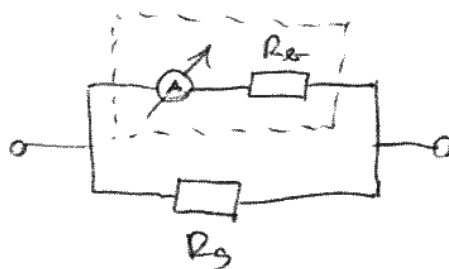


ellenállás

Árammérés:



$R_0$  kicsi



söntellenállás

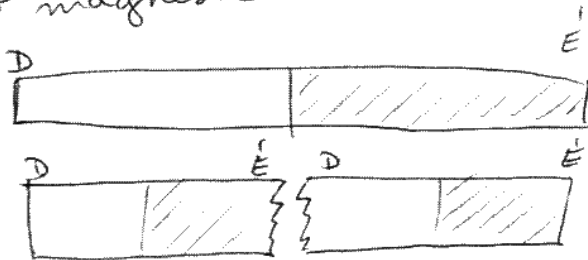
# FIZIKA FELKESZÍTŐ

11. HÉT

## Időben állandó mágneses mező

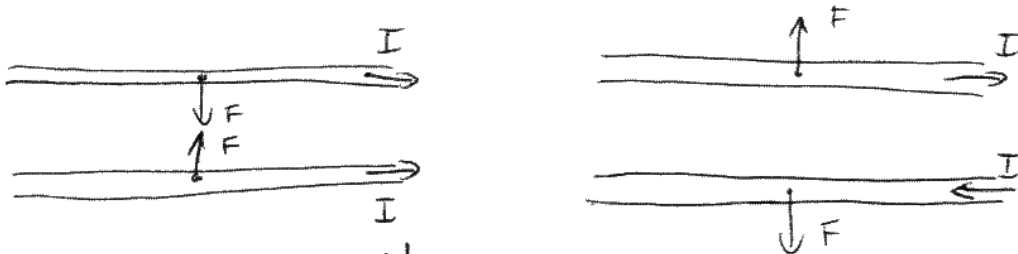
### Mágneses alapjelenségek:

- Állandó mágnesek:



Különböző pólusok vonzzák egymást, azonosak taszítják.  
Nincs mágneses monopólus, csak dipólus

- Áramjárta vezetőkre is hatással van a mágneses mező.



~~Mágneses mező~~

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2 \cdot l}{r}$$
$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2 \cdot l}{r}$$

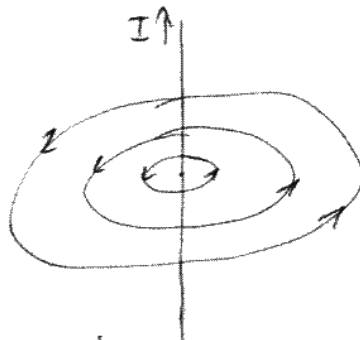
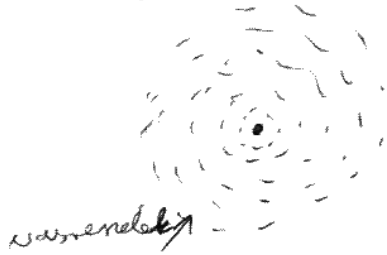
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

Áramerősség egységével meghatározása:

Két párhuzamos, végtelen hosszú, kis átmérőjű, kör keresztmetszetű vezetékben, ha azok 1m távolságban vannak, akkor folyik 1A erősségű áram, ha méterenként  $2 \cdot 10^{-7} N$  erőt fejtnek ki egymásra.

## Mágneses mező jellemzése ~~vonalakkal~~ indukcióvonalakkal:

Számtalan hosszú egyenes vezető



indukcióvonalak  
az ~~vonalakkal~~ koncentrikus körök

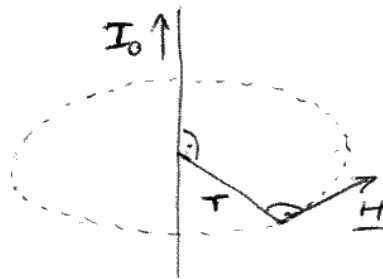
Mágneses ~~vonalakkal~~ indukcióvonalakkal:

- mindig önmagukba visszatérő zárt görbék
- a mágneses mező nem konzervatív
- a mágneses mező forrásmentes, örvényes mező

Mágneses térerősség (felragasztás segítségével):

Mekkora a mágneses térerősség, (a mágneses térerősség) a vezetőtől  $r$  távolságra?

$$H = \frac{I_0}{2\pi r}$$



A mágneses térerősség nem más, mint az  $I_0$  gerjesztőárammal ~~szorzott~~ az  $I_0$  körüljáró  $r$  sugarú kör kerületének hosszegységére jutó hányada.

$$[H] = 1 \frac{A}{m}$$

Mágneses indukció:

$$B = \mu_0 \cdot H, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \text{ vákuumpermeabilitás}$$

$$[B] = 1 \frac{Vs}{m^2} = 1 T$$

Számtartó az ~~indukció~~ indukcióvonalakra...

- Az indukcióvonalak irányítottsága: jobbkézszabály
- Az indukcióvonalakhoz bármely pontban húzott érintő párhuzamos az ottani indukcióvektorral.
- Az indukcióvonalak sűrűsége adja meg ~~az indukció~~ a mágneses indukció nagyságát.

Mágneses fluxus:

$$\Phi = B \cdot A$$

$$[\Phi] = 1 \frac{Vs}{m^2} \cdot m^2 = 1Vs = 1Wb$$

Zárt felületre:

$$\sum \Delta\Phi_i = 0$$

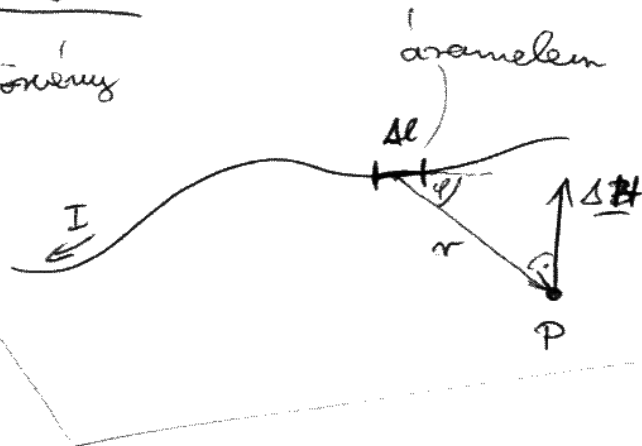
~~az indukció~~ forrásmentesség  
(amennyi beér, annyi ki is ér)

## Biot-Savart-törvény

Általános gerjesztési törvény

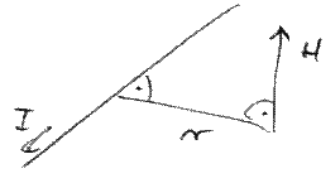
$$\Delta H = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l \cdot \sin\varphi}{r^2}$$

$$\underline{H} = \sum \Delta \underline{H}_i$$

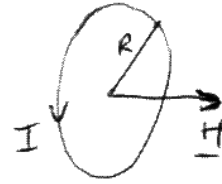


## Néhány fontosabb áramterelés:

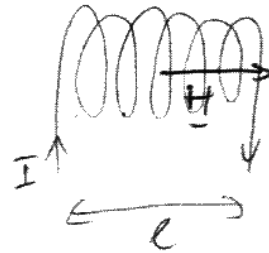
Hosszú egyenes vezeték:  $H = \frac{I}{2\pi r}$



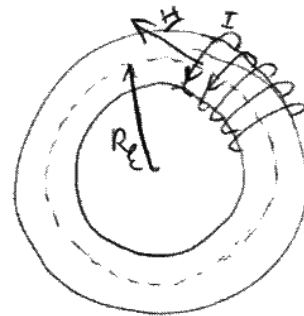
Vezeték középpontjában:  $H = \frac{1}{2} \cdot \frac{I}{r}$



N menetes egyenes tekercs  
közepén:  
(solenoid)  $H = \frac{N \cdot I}{l}$



N menetes körttekercs (toroid):  
 $H = \frac{N \cdot I}{2\pi R_k}$



## Anyagok mágneses viselkedése

Ha nem vákuum a közeg:

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

$\mu_r$ : relatív permeabilitás

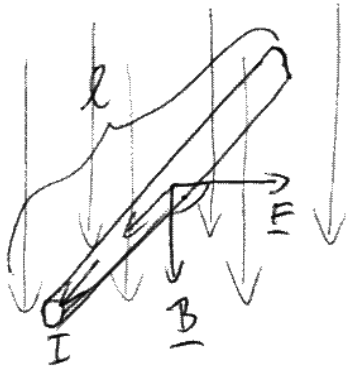
Ha  $\mu_r \gg 1$ , akkor ferromágneses anyag

Pl. vastagcső egyenes tekercs indukciója:

$$B = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{NI}{l}$$



## A Lorentz-erő



Homogén mágneses mezőben  
áramirányú vezetőre ható erő.

$$F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$l$ : vezető hossza

$\alpha$ : a vezető és a  $B$  vektor által bezárt szög

Az erő iránya: jobbkez-szabály.

Ha nem vezetőben folyik az áram, hanem egy  
töltés mozog mágneses térben:

$Q$  töltés,  $v$  sebességgel:

$$I = \frac{Q}{\Delta t}; \quad l = v \cdot \Delta t$$

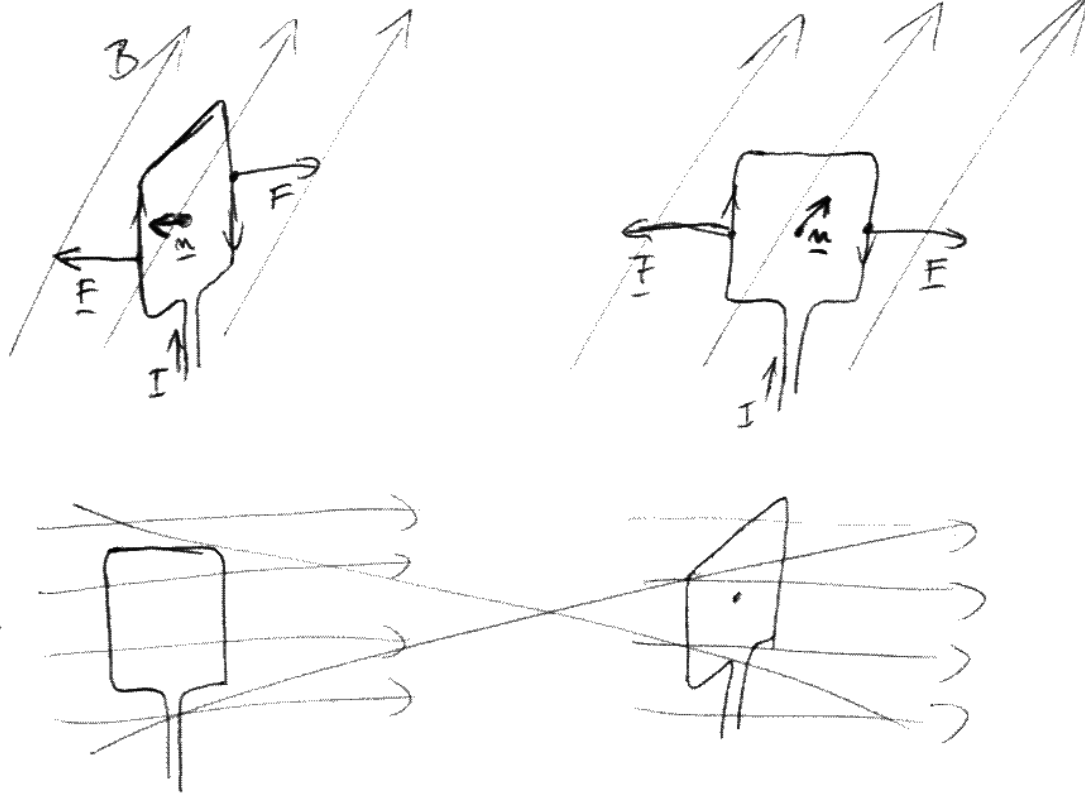
$$F = \frac{Q}{\Delta t} \cdot v \cdot \Delta t \cdot B \sin \alpha$$

$$F = Qv \cdot B \sin \alpha$$



Az erő merőleges a sebességre  $\rightarrow$  centripetális erő,  
ami körpályára téríti a mozgó töltést.

Mágneses mező hatása vezetőkeretre:



Torziómomentumot fejt ki rá

$$M = I \cdot A \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$A$ : a vezetőkeret felülete ( $M$  nem függ az alakjától)  
 $\alpha$ : a keret normálisa és a  $B$  által bezárt szög

† A mágneses indukció mérése kis méretű vezetőkerettel:

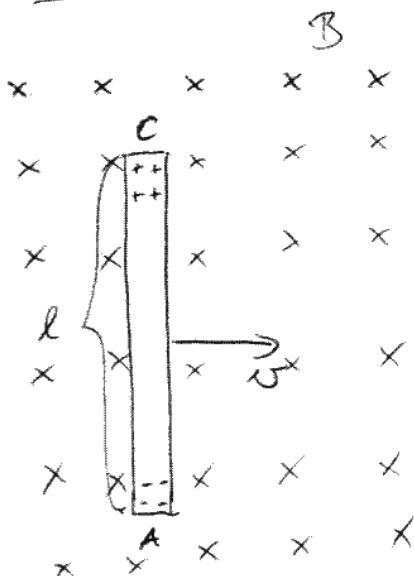
$$B = \frac{M}{I \cdot A}$$

# FIZIKA FELADATOK

12. HÉT

20.20

Mozgási indukció:



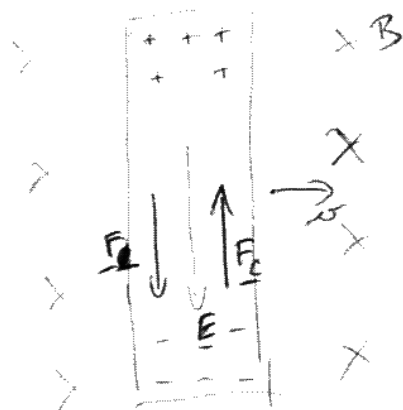
a)  $E = ?$

b)  $U = ?$

a) A vezetékben lévő töltésekre Lorentz-erő hat:

$F_L = Q \cdot v \cdot B$ , iránya a jobboldal-nal felé szerint.

Az elektronok tudnak mozogni, az erőnek ható erő  $\vec{C}A$  irányú, ezért az elektronok A felé mozdolnak el. A töltésfelhalmozódás miatt kialakul egy  $\vec{C}A$  irányú elektronos térerősség is, ami  $\vec{A}C$  irányú Coulomb-erőt fejt ki az elektronokra.



$F_C = Q \cdot E$

Egyensúlyi állapotban a Coulomb-erő egyenlő nagyságú a Lorentz-erővel, és az elektronok mozgása megáll.

A vezetékben kialakuló térerősség nagysága:

$F_L = F_C$

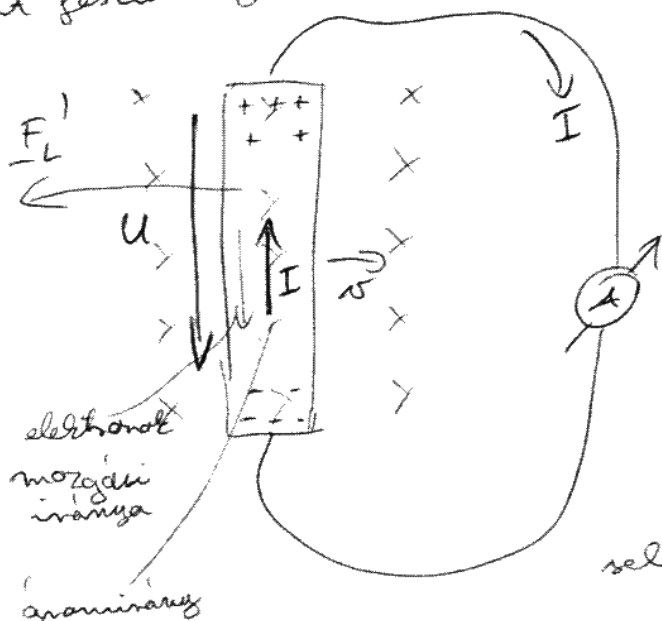
$Q \cdot v \cdot B = Q \cdot E$

$E = vB$

Mivel ez nem függ a helytől, ezért homogén.  
 A vezető ~~hálózat~~ kialakuló (indukált) feszültség:

$$U = E \cdot l = \sigma B l$$

Mi történik, ha a mozgó vezető két végét ~~össze~~  
 rövidre zárjuk?  
 A feszültség hatására áram indul meg.



A vezetőben kialakuló  
 áramra is hat a  
 Lorentz erő.

$$F_L = I l B$$

Ez az erő olyan  
 irányú, hogy

Ez az erő a vezető  
 sebességével ellentétes irányú.

Tehát az indukált áram iránya olyan, hogy  
 akadályozza az indukciót okozó állapotváltozást.  
 Ez Lenz törvénye.

Ha a sebesség egyenletes, a rendszer nem gyorsul,  
 a vezetőt mozgató erő egyenlő nagyságú a Lorentz-erővel.

Ennek az erőnek a munkája egyenlő az indukált  
 feszültség és áram munkájával. ~~(Mechanikai munkájával)~~  
~~elbontása~~ (Mechanikai energia alakul át elektromos  
 energiává).

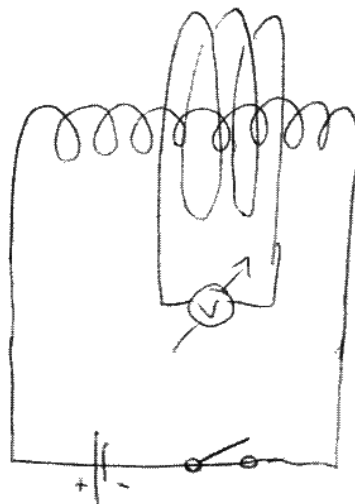
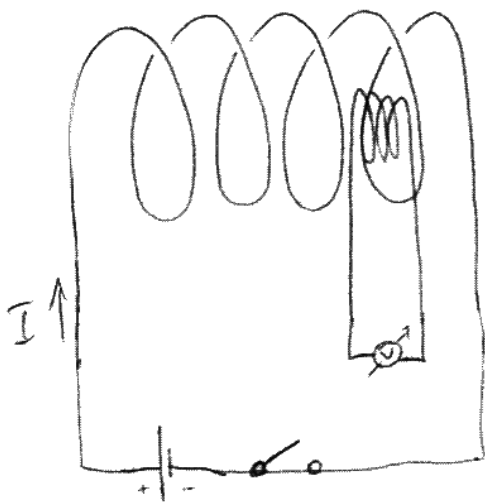
$$F \cdot \Delta s = F_L \cdot \Delta s$$

$$F \cdot \Delta s = I l B \cdot \Delta s = I \cdot \overbrace{l \cdot B \cdot v \cdot \Delta t}^U = I \cdot U \cdot \Delta t$$

Ármozgási indukció

(ld. 20.20-as feladat)

Nyugalmi indukció



$H_i$  - illetve bekapcsoláskor kilendül a fer. mérő mutatója.

Változó mágneses mező elektromos mezőt hoz létre.

# Az elektromos mező térsűrűsége a fluxusváltozás sebességével arányos:

$$E_i = -\frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

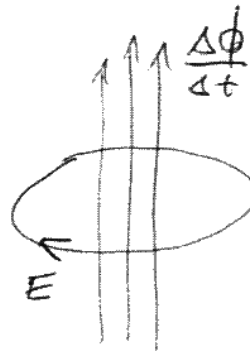
Az indukált feszültség:  
(körvezetékben)

$$U_i = E_i \cdot l = E_i \cdot 2\pi r$$

$$U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

N menetes tekercsben:

$$U_i = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$



## Faraday indukciós törvénye:

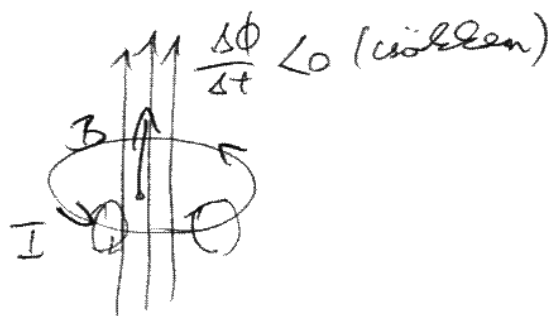
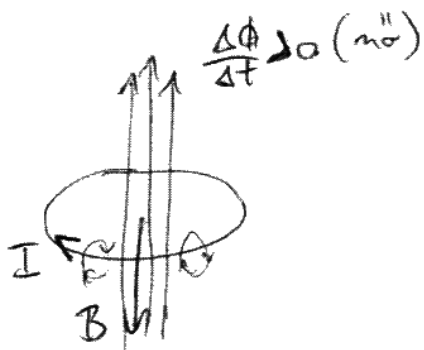
Időben változó fluxusú mágneses mező örvényes elektromos mezőt létesít maga körül.

Az örvényes elektromos mezőben alkalmasan elhelyezett tekercs végei között mérhető indukált feszültség egyenesen arányos a mágneses fluxus változási sebességével és a tekercs menetszámával.

Ha a fluxus nő  $\rightarrow$  a fesz. negatív

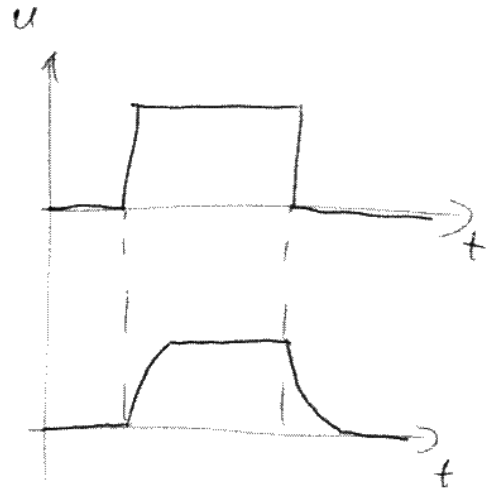
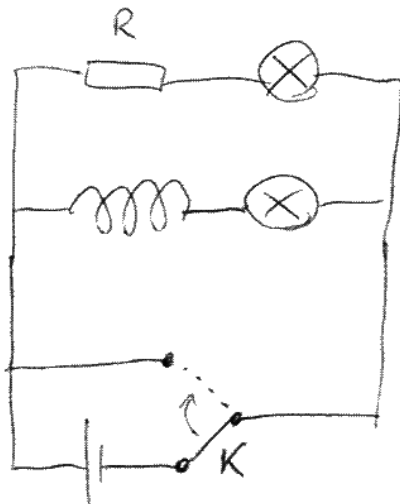
Ha a fluxus csökken  $\rightarrow$  a fesz. pozitív.

Ha a vezetőket (tekercset) rövidre zárjuk, indukált áram indul meg. Az indukált áram mágneses hatása csökkenteni az őt létrehozó fluxusváltozást (Lenz-törvény)



# Örindukció

Kísérlet:



A tekercs feszültsége "kísít" az ellenállás feszültségéhez képest.

Amikor áram indul meg a tekercsben, felépül benne egy mágneses mező (ami változó), ezért indukált feszültség jön létre, ami  $L$ -szel tökélyesen értelmezhető az "áramváltozás" hatására az "áramváltozás" értelmében.

az indukált feszültség:

$$U \sim - \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

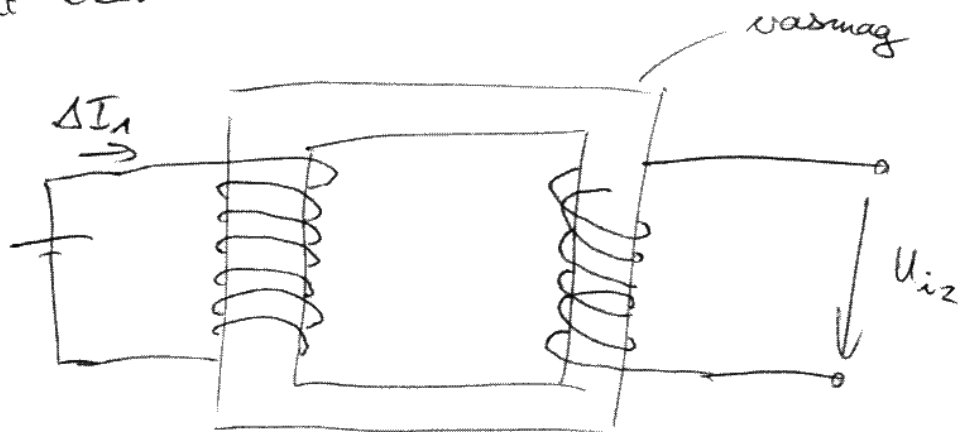
$$U_L = - L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$L$ : "örindukciós tényező" (induktivitás)

$$[L] = 1 \frac{Vs}{A} = 1 H \text{ (henry)}$$

## Kölcsönös indukció

Két tekercs induktív csatlakozású.



$$U_{12} = -L_{12} \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

$L_{12}$ : kölcsönös indukciós együttható

$$L_{12} = L_{21}$$

Nagy  $L_{12}$ : szoros induktív csatlakozás

Kicsi  $L_{12}$ : laza " " csatlakozás

Az áramjárta tekercs energiája:

A tekercs mágneses mezejének energiája:

$$W_M = \frac{1}{2} L I^2$$

Az áram bekapcsolásakor a mérő felépítése energiát igényel.

Elkapcsoláskor a mérő felépítése során felszabaduló energia birtoklása, hogy a ~~tekercs~~ vele sorba kapcsolt izzó tovább világít.

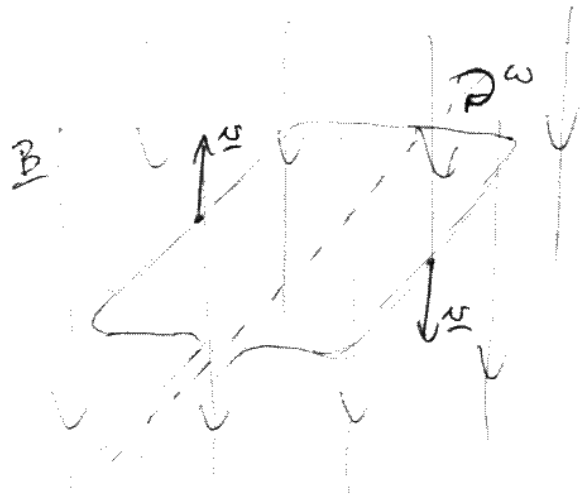
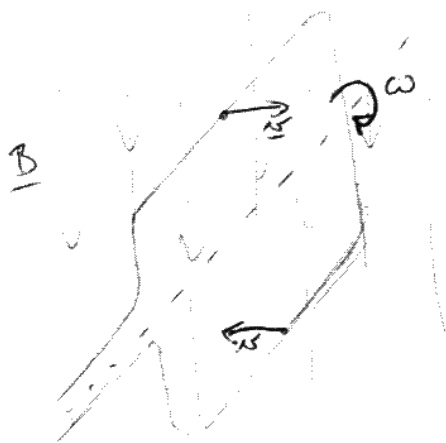


# FIZIKA FELKÉSZÍTŐ

13. HÉT

## VÁLTAKOZÓ ÁRAM

Váltakozó feszültség előállítás



$$U_i = 2 \cdot \omega \cdot B \cdot l$$

$$U_i = 0$$

$$U_i = \underbrace{2 \cdot \omega \cdot B \cdot l}_{\hat{u}} \cdot \sin \alpha$$

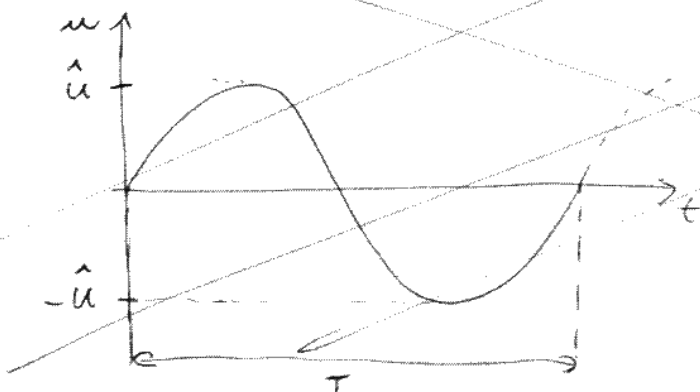
$$\alpha = \omega \cdot t$$

~~$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t) \quad \text{váltakozó (szinuszos) feszültség}$$~~

~~Ha a két véget összekötjük, váltakozó áram indul meg.~~

~~$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega t)$$~~

~~Időbeli lefutása:~~



~~$\hat{u}$ : csúscsérték (V)~~

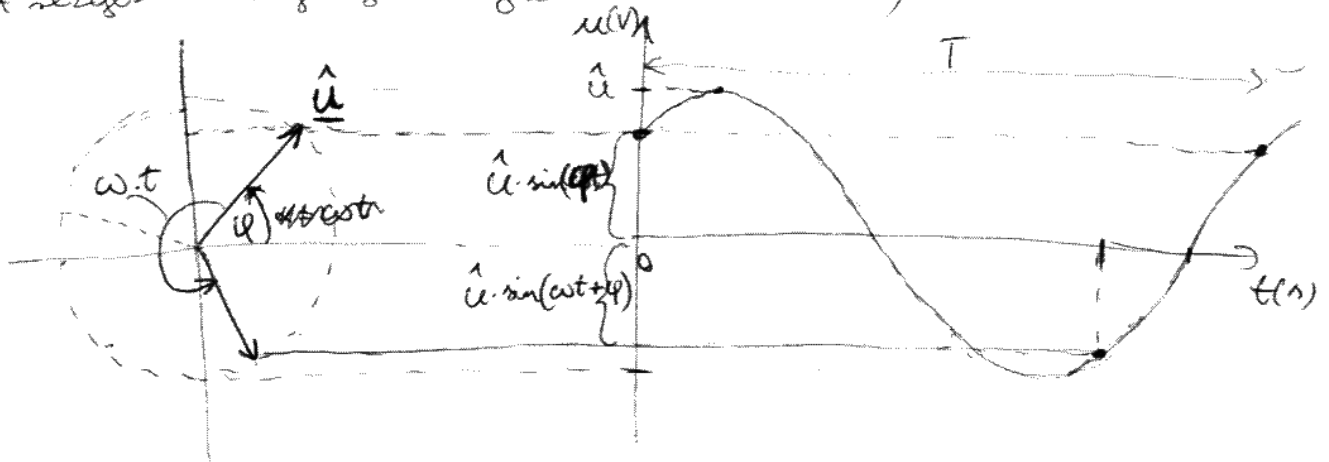
~~T: periódusidő (s)~~

~~$f = \frac{1}{T}$ : frekvencia (Hz)~~

~~$\omega = 2\pi f$ : körfrekvencia ( $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ )~~

Forgóvektoros ábrázolás:  $u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

(A rezgést a forgómozgásból vezetjük le.)



$\hat{u}$ : csúscsérték

$T$ : periódusidő (s) (két azonos fázisú helyzet között eltelt idő)

$f = \frac{1}{T}$ : frekvencia (Hz)

$\omega = 2\pi f$ : körfrekvencia (hány rad. szögét tesz meg 1s alatt) ( $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ )

$\varphi$ : kezdőfázis (rad) ( $t=0$  pillanatbeli fázis)

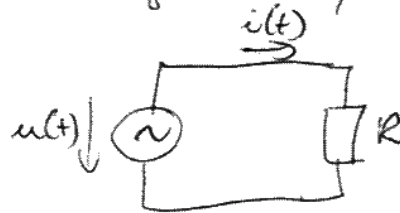
Ha váltakozó feszültségre ellenállást kapcsolunk, váltakozó áram indul meg.

$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$$

$$R = \frac{u}{i}$$

$$i = \frac{u}{R} = \frac{\hat{u}}{R} \cdot \sin(\omega t)$$

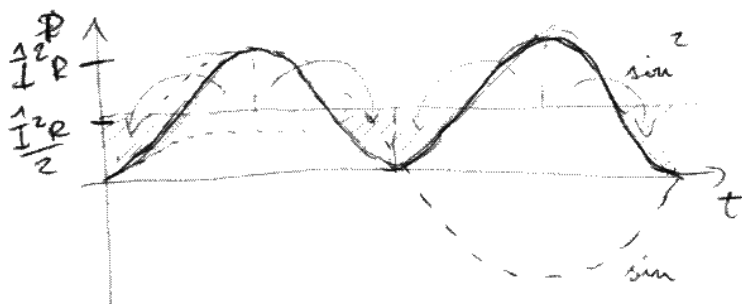
$$i = \hat{I} \cdot \sin(\omega t) \quad ; \quad \hat{I} = \frac{\hat{u}}{R}$$



Mi a helyzet a teljesítménnyel?

$$P = u \cdot i = \hat{u} \cdot \sin(\omega t) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t) = \hat{I} \cdot R \cdot \hat{I} \cdot \sin^2(\omega t)$$

$$P = \hat{I}^2 R \cdot \sin^2(\omega t)$$



A teljesítmény "lököt" 2-szeres, frekvenciával

Átlagos teljesítmény:

$$\bar{P} = \frac{\hat{I}^2 R}{2} = \frac{1}{2} \hat{I}^2 R = \cancel{I}^2 R = I_{\text{eff}}^2 R$$

$$\frac{1}{2} \hat{I}^2 = I_{\text{eff}}^2$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \frac{U^2}{R}$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{U}{\sqrt{2}}$$

effektív érték

(ugyanekkora egyenárammal ugyanezen az ellenálláson ugyanekkora lenne a teljesítmény)

Kalásos ~~teljes~~ (effektív) teljesítmény:

$$P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = \frac{U}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} U \cdot \hat{I} = \frac{1}{2} \frac{U^2}{R} = \frac{1}{2} \hat{I}^2 R$$

$$P = \frac{1}{2} U \cdot \hat{I}$$

Teljesítmény (induktivitás):

Mi történik, ha teljesítményt kapcsolunk váltakozó feszültségre?

"Indukált feszültség"

$$U_i = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

ha  $t \rightarrow 0$

$$u_i(t) = -L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

elhalasztott indukció:

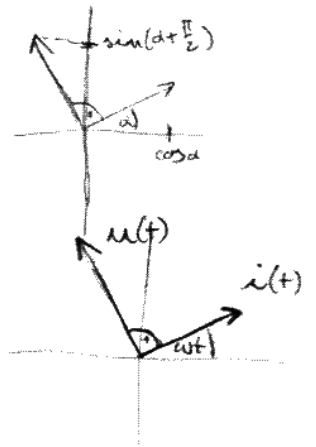
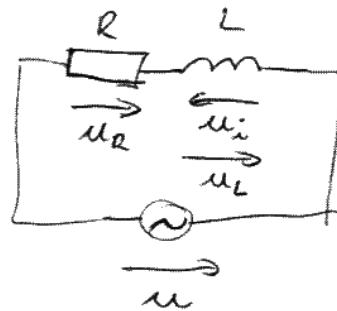
$$u_L = u - u_i = L \frac{di}{dt}$$

$$\text{ha } i = \hat{I} \cdot \sin(\omega t)$$

$$u_L = L \cdot \frac{d(\hat{I} \cdot \sin(\omega t))}{dt} = \underbrace{L \cdot \hat{I} \omega}_{\hat{U}} \cdot \cos(\omega t)$$

$$u_L = \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

A feszültség  $90^\circ$ -kal vezet az áramhoz képest.  
(Az áram  $90^\circ$ -kal a feszültséghez képest.)



A feszültség és áramerősség nagyságának viszonya:

$$\hat{u} = \omega L \cdot \hat{I}$$

$$\frac{\hat{u}}{\hat{I}} = \boxed{\omega L = X_L} \quad \text{reaktancia } [\Omega]$$

Kondenzátor (kapacitás):

$$u_c = \frac{Q}{C} \quad \text{~~u = \frac{Q}{C}~~}$$

ha  $I$  áram tölti:

$$\Delta u_c = \frac{I \cdot \Delta t}{C} \rightarrow I = C \cdot \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

ha  $t \rightarrow 0$

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$\text{ha } u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$$

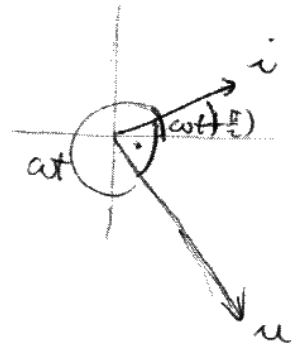
$$i(t) = C \cdot \frac{d(\hat{u} \cdot \sin(\omega t))}{dt} = \underbrace{C \cdot \hat{u} \cdot \omega}_{\hat{I}} \cdot \cos(\omega t)$$

$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Az áram  $90^\circ$ -kal a fesz.-hez képest.

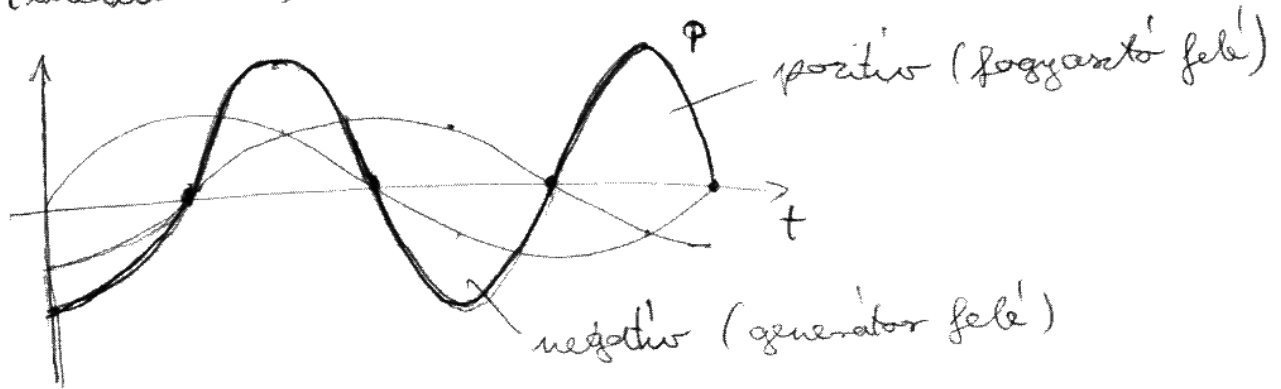
$$\hat{I} = \omega C \cdot \hat{u}$$

$$\frac{\hat{u}}{\hat{I}} = \boxed{\frac{1}{\omega C} = X_C} \quad \text{reaktancia}$$



Mi a helyzet a kondi vagy a tekercs teljesítményével?

(ideális eset)



Az energia oda-vissza "löttyög"  $\rightarrow$  nincs hatásos teljesítmény!

Az ilyen teljesítmény: meddő teljesítmény  
Általános esetben  $\varphi$  fázistolás van  $u$  és  $i$  között

Hasznos telj.:

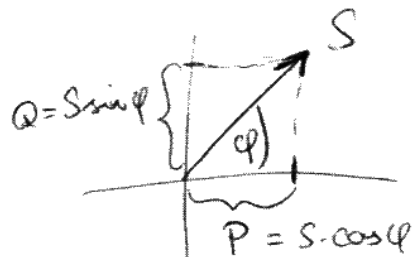
$$P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi$$

Meddő telj.:

$$Q = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin \varphi$$

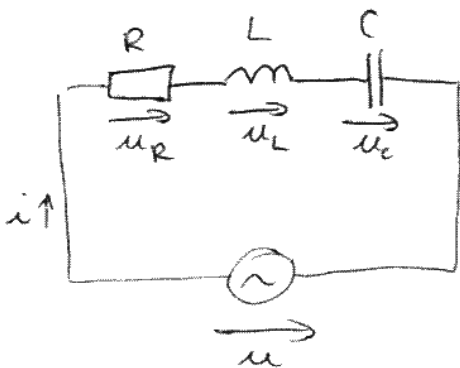
Látványos telj.:

$$S = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$$



$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \text{ "teljesítménytényező"}$$

### Sorozat RLC kör



Szinuszos ~~áram~~ indul meg:

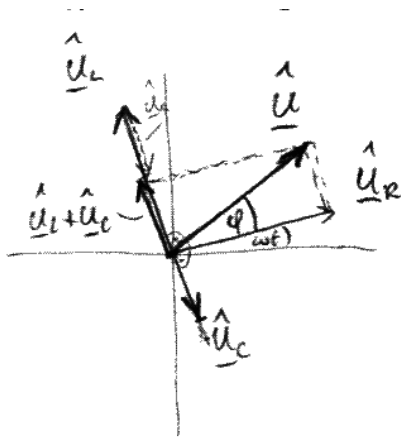
$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega t)$$

$$u_R = \hat{U}_R \cdot \sin(\omega t); \quad \hat{U}_R = R \cdot \hat{I}$$

$$u_L = \hat{U}_L \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}); \quad \hat{U}_L = \omega L \cdot \hat{I} = \omega L \cdot \hat{I}$$

$$u_C = \hat{U}_C \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}); \quad \hat{U}_C = X_C \cdot \hat{I} = \frac{1}{\omega C} \cdot \hat{I}$$

Rajzoljuk fel az egyes feszültségeket fázorvektorokkal!



Az eredő feszültség:

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{\hat{U}}{\hat{I}} = Z \quad \text{impedancia} \\ \text{(váltakozóáramú ellenállás)}$$

A feszültségek vektorialisan összeadódnak:

$$\hat{U} = \hat{U}_R + \hat{U}_L + \hat{U}_C$$

Az eredő fesz. nagysága:

$$\hat{U}^2 = \hat{U}_R^2 + (\hat{U}_L - \hat{U}_C)^2 \quad /: I^2$$

$$\frac{\hat{U}^2}{I^2} = \frac{\hat{U}_R^2}{I^2} + \frac{(\hat{U}_L - \hat{U}_C)^2}{I^2}$$

$$\left(\frac{\hat{U}}{I}\right)^2 = \left(\frac{\hat{U}_R}{I}\right)^2 + \left(\frac{\hat{U}_L - \hat{U}_C}{I}\right)^2$$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$

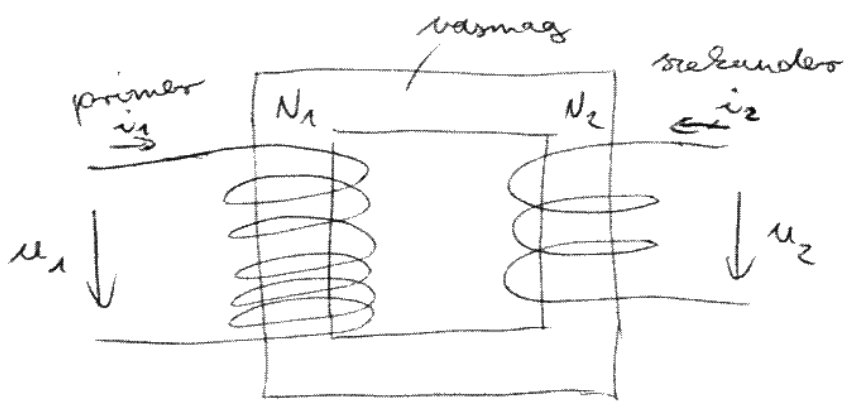
Az eredő impedancia:

$$\underline{Z} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

A fázistolás:

$$\left[ \cos \varphi = \frac{\hat{U}_R}{\hat{U}} = \frac{\hat{U}_R / \hat{I}}{\hat{U} / \hat{I}} = \frac{R}{Z} \right]$$

# Transzformátor



$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$i_1 = - \frac{N_2}{N_1} i_2$$

~~$$P_1 = P_2$$~~

# FIZIKA felkészítő

14. HÉT

## A FOTONOKRÓL

A fény kettős természete:

① A fény elektromágneses hullám

- Jellemzői:
- frekvencia  ~~$\nu$~~   $[f] = 1 \text{ Hz}$
  - hullámhossz  $[\lambda] = 1 \text{ m}$
  - terjedési sebesség  $[c] = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$c = \lambda \cdot f$$

A fény (és általában az elektromágneses hullámok) vákuumbeli terjedési sebessége:

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

② A fény részecsketermérete

Bizonyos jelenségekben a fény (és általában az d. mag. hullámok) úgy viselkedik, mintha az energiája ~~számszorzó~~ oszthatatlan „csomagokban”, kvantumokban továbbjutna.

Az elektromagn. sugárzás elemi részecskéje a foton

A foton energiája:

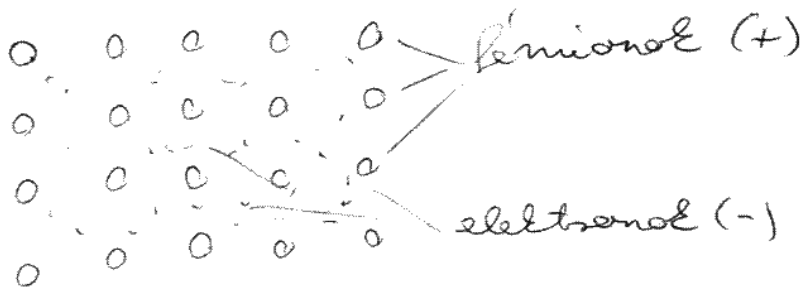
$$E = h \cdot f$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js (Planck-állandó)}$$



# A fényelektromos jelenség:

A fémek részecskérenkezdete:



A fémionok vonzzák az elektronokat, azok egymást taszítják. Az elektronok szabadon mozognak a rácson, de nem képesek kilépni belőle.

Ha pl. a fémot melegítjük, az elektronok mozgási energiájuk nő, és egy bizonyos ~~hullám~~ energiaként fölött képesek kilépni a rácslól. KILÉPÉSI MUNKA.

A fényelektromos jelenség lényege az, hogy a fémből megvilágítás hatására is kilépnek elektronok.

A kilépő elektronok száma arányos a fény intenzitásával. A jelenség kis intenzitású fényvel is aránnyal megindul.

Ugyanakkor bizonyos hullámhossz fölött a jelenség megszűnik (hullámhossz "rövidebb" fény).



Magyarázat:

Ha a beérkező fotonok energiája legalább akkora, mint a kilépési munka, akkor a fotonnal való mechanikai kölcsönhatás hatására az elektron kilép. (A foton "leüti")

$$hf = \underbrace{\frac{1}{2} m_e \cdot v^2}_{\text{mozgási energia}} + \underbrace{W}_{\text{kilépési munka}}$$

## A foton tömege, impulzusa

Tömege:

$$E = hf$$

$$E = m \cdot c^2 \quad (\text{Einstein})$$

$$hf = mc^2$$

$$m = \frac{h}{c^2} \cdot f$$

Impulzusa:

$$I = m \cdot v = m \cdot c$$

$$I = \frac{h}{c^2} \cdot f \cdot c$$

$$I = \frac{h}{c} \cdot f$$

A fény a megvilágított felületre fénynyomást fejt ki.