

Méréstechnika zárthelyi

A csoport

2014. május 16.

A feladatok megoldásához csak papír, írószerszám, számológép használata megengedett, egyéb segédeszköz és a kommunikáció tiltott. A megoldásra fordítható idő: 90 perc. A feladatok természetesen tetszőleges sorrendben megoldhatók, de a római számmal jelzett feladatok megoldását külön papírra kérjük. A feladatok után azok pontszámát is feltüntettük. Törtpontszámokat nem adunk, indoklás nélküli eredményeket nem értékelünk. Törekedj arra, hogy tudásodat a dolgozat szép külalakja is kiemelje! A Student- és a normális eloszlás táblázatát a túloldalon találod!

1. A mérési bizonytalanság szabványos kiértékelése során a mért mennyiség standard bizonytalanságát „kiterjesztjük”, azaz $\Delta y = k \cdot u(y)$, $k = 2$ vagy 3 . Miért ezeket a számokat alkalmazzuk? (1 pont)
2. Mire alkalmas a digitális oszcilloszkópok *peak detect* funkciója? Ismertesd röviden a működését! (1 pont)
3. Rajzold le a feszültségváltó blokkvázlatát, és add meg a kimeneti és a bemeneti feszültség kapcsolatát a kapcsolás paramétereivel! Ideális esetben mi terheli a feszültségváltó kimenetét? (1 pont)
4. $U_x = 20$ mV effektív értékű, $f_x = 0.5$ kHz frekvenciájú szinuszos jelet $U_n = 200$ mV effektív értékű, $B = 600$ kHz sávszélességű fehér zaj terhel. A zajjal terhelt jelet $f_c = 0.6$ kHz törésponti frekvenciájú, ideálisnak tekinthető aluláteresztő szűrővel szűrjük. Add meg a szűrt jel effektív értékét! (2 pont)
5. Rajzold fel annak a differenciaerősítőnek a kapcsolási rajzát, amelyben 2 db R és 2 db $15R$ értékű ellenállást használtunk fel! Add meg a kapcsolás erősítését is! (2 pont)
6. Impedanciát mérünk 4 vezetőkes mérést alkalmazva. Rajzold le, hogyan kapcsolódik a műszer az impedanciához, ha koaxiális (árnyékolt) kábelt használunk! (1 pont)
7. Rajzolj fel egy műveleti erősítővel felépített áram-feszültség átalakítót, és az ábra alapján add meg az áram és a feszültség közötti összefüggést! (1 pont)
8. Rajzold fel a szukcesszív approximációs AD-átalakító blokkvázlatát, és ismertesd működését! (1 pont)

I. Iskolai papírgyűjtés során összesen $N = 123$ gyerek hozott be újságpapírt. Csak egy 20 kg méréshatárú mérleg állt rendelkezésre, ezért a papír össztömegét nem egyszerre mérték le, hanem egyesével, és a felügyelő tanár mindig csak egész kg-okat írt fel, a törtrészt kerekítette. (Pl. 15.8 kg helyett 16 kg-ot írt fel.) Ezeket a mérési eredményeket összeadva azt állította, hogy összesen $m_0 = 1476$ kg papírt hoztak a gyerekek.

- a) Add meg a begyűjtött papír össztömegére vonatkozó $p = 90\%$ szintű konfidenciaintervallumot!
- b) Mézga apuka szerint megvan az össztömeg 1500 kg is, csak a kerekítési hibák miatt ilyen kevés. Igaza van-e Mézga apukának? Állításodat számítással támaszd alá!

(5 pont)

II. Egy digitális impedanciamérés során az abszolút értéket már meghatároztuk, ez $|Z| = 38.722 \Omega$ -nak adódott. A mérést $f = 50$ Hz névleges frekvencián végeztük, a fázismérést időmérésre vezettük vissza. A mintavételezett szinuszhullámok közötti időt időintervallum-méréssel határoztuk meg, az órajelnek a mintavételi frekvencia felel meg, ez $f_s = 100$ kHz. A gerjesztés periódusidejét és az időintervallumot egyszer mértük meg, ebből $\varphi = 71.95^\circ$ adódott.

- a) Az impedancia jól jellemezhető *soros RL* helyettesítőképpel. Add meg R és L értékét!
- b) Kiderül, hogy a műszer valójában az f_s frekvenciát osztja le $N = 2048$ -cal, és így állítja elő a gerjesztőjelet. Milyen rendszeres hibát okoz ez φ , R és L mérésében? Add meg a korrigált értékeket is!
- c) Hogyan mérhető az impedancia abszolút értéke egy digitális műszerrel? Adj meg egy lehetséges módszert!

(5 pont)

A Student-t eloszlás táblázata

| szabadságfok | $p = 0.4$ | $p = 0.2$ | $p = 0.1$ | $p = 0.05$ | $p = 0.025$ | $p = 0.01$ | $p = 0.005$ | $p = 0.0005$ |
|--------------|-----------|-----------|-----------|------------|-------------|------------|-------------|--------------|
| 1 | 0.325 | 1.376 | 3.077 | 6.310 | 12.690 | 31.821 | 63.657 | 636.619 |
| 2 | 0.289 | 1.061 | 1.886 | 2.919 | 4.300 | 6.965 | 9.925 | 31.598 |
| 3 | 0.277 | 0.979 | 1.638 | 2.353 | 3.181 | 4.535 | 5.826 | 12.618 |
| 4 | 0.271 | 0.941 | 1.533 | 2.131 | 2.775 | 3.743 | 4.595 | 8.449 |
| 5 | 0.267 | 0.920 | 1.476 | 2.014 | 2.570 | 3.362 | 4.025 | 6.760 |
| 6 | 0.265 | 0.906 | 1.439 | 1.943 | 2.446 | 3.140 | 3.701 | 5.876 |
| 7 | 0.263 | 0.896 | 1.415 | 1.894 | 2.364 | 2.995 | 3.494 | 5.339 |
| 8 | 0.262 | 0.889 | 1.397 | 1.859 | 2.305 | 2.894 | 3.350 | 4.982 |
| 9 | 0.261 | 0.883 | 1.383 | 1.833 | 2.261 | 2.819 | 3.245 | 4.728 |
| 10 | 0.260 | 0.879 | 1.372 | 1.812 | 2.227 | 2.762 | 3.165 | 4.538 |
| 11 | 0.260 | 0.876 | 1.363 | 1.796 | 2.200 | 2.716 | 3.102 | 4.392 |
| 12 | 0.259 | 0.873 | 1.356 | 1.782 | 2.178 | 2.679 | 3.051 | 4.275 |
| 13 | 0.259 | 0.870 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.648 | 3.008 | 4.180 |
| 14 | 0.258 | 0.868 | 1.345 | 1.761 | 2.144 | 2.623 | 2.973 | 4.102 |
| 15 | 0.258 | 0.866 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.601 | 2.943 | 4.036 |
| 16 | 0.257 | 0.865 | 1.337 | 1.746 | 2.119 | 2.582 | 2.917 | 3.979 |
| 17 | 0.257 | 0.863 | 1.333 | 1.739 | 2.109 | 2.565 | 2.895 | 3.930 |
| 18 | 0.257 | 0.862 | 1.330 | 1.734 | 2.100 | 2.551 | 2.875 | 3.888 |
| 19 | 0.257 | 0.861 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.538 | 2.857 | 3.850 |
| 20 | 0.257 | 0.860 | 1.325 | 1.724 | 2.086 | 2.527 | 2.842 | 3.817 |

Magyarázat: $p[t \geq x] = P$, azaz P annak a valószínűsége, hogy a t valószínűségi változó értéke x -nél nagyobb vagy egyenlő. A táblázat első sorában vannak a P értékek, alattuk pedig az x -ek. Pl. 0.1 a valószínűsége annak, hogy egy 20 szabadságfokú minta esetén $t \geq 1.325$.

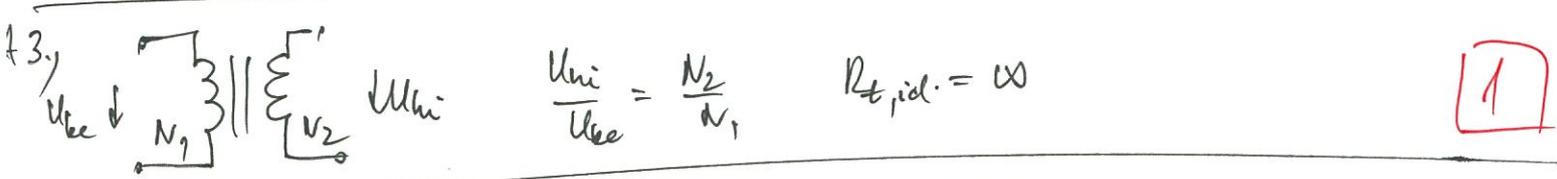
A normális eloszlás táblázata

| | $p = 0.4$ | $p = 0.2$ | $p = 0.1$ | $p = 0.05$ | $p = 0.025$ | $p = 0.01$ | $p = 0.005$ | $p = 0.0005$ |
|--|-----------|-----------|-----------|------------|-------------|------------|-------------|--------------|
| | 0.25 | 0.84 | 1.29 | 1.64 | 1.96 | 2.24 | 2.58 | 3.20 |

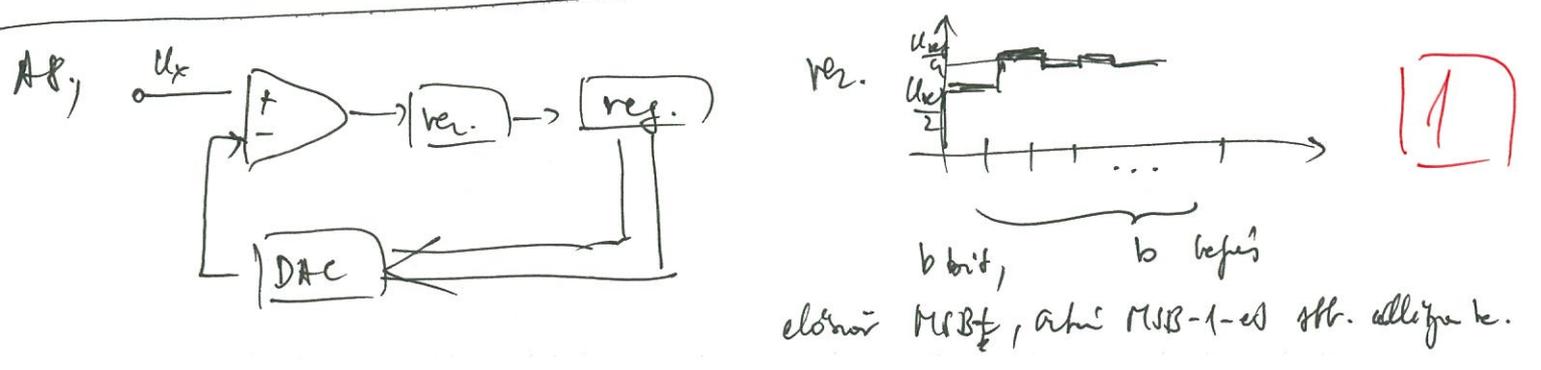
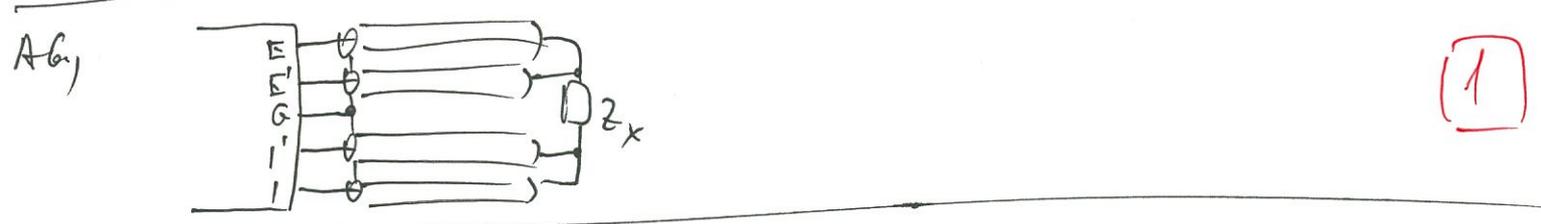
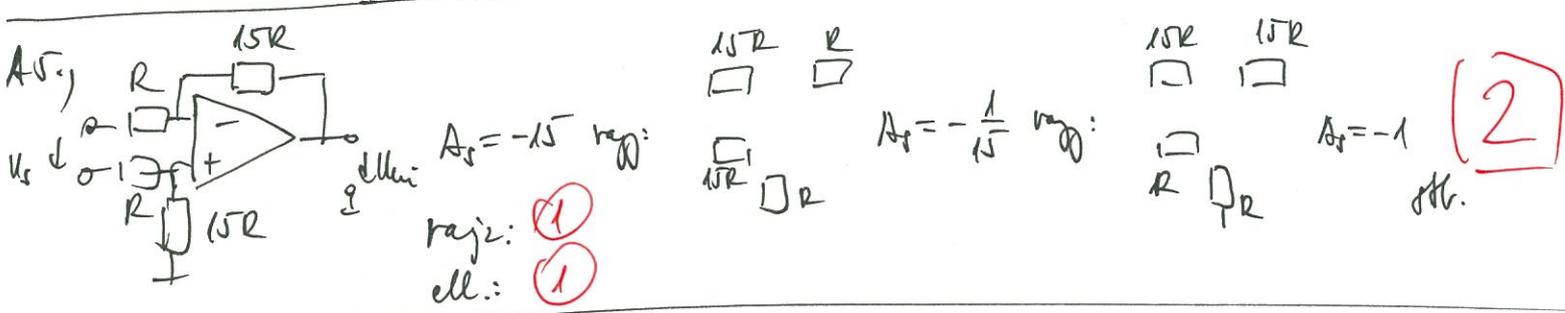
Magyarázat: $p[z \geq x] = P$, azaz P annak a valószínűsége, hogy a z valószínűségi változó értéke x -nél nagyobb vagy egyenlő. A táblázat első sorában vannak a P értékek, alattuk pedig az x -ek. Pl. 0.1 a valószínűsége annak, hogy normális eloszlású minta esetén $z \geq 1.29$.

A1.) Normális eloszlás esetén $\ell=2$ 95%, $\ell=3$ 99,7% hof. dat-hoz tartozik.
 GUM esetén az eloszlás közel normális, ezért ekkor a valószínűségi sűrűségfüggvény a valószínűségi sűrűségfüggvény. 1

A2.) Készen állnak a megjelölt frekvenciák. Az oszcilloszkóp a megjelölt frekvenciákkal
 a min./max. értéket jelzi ki. 1



A4.) $U_x = 20\text{mV}$, $U_n = 200\text{mV}$ $U_m = \sqrt{U_x^2 + U_n^2 \cdot \frac{f_c}{f}} \approx 20,98\text{mV}$ 2



A1., $\hat{m}_1 = m_0 = 1476 \text{ kg}$ $\Delta m_1 = 0,5$, keresztirányú egyenlőség $\sigma_1 = \frac{\Delta m_1}{\sqrt{3}} = 0,2887 \text{ kg}$ (1)

$\sigma_0 = \sqrt{N} \cdot \sigma_1 = 3,2016 \text{ kg}$ $\Delta m_0 = z_{0,95} \cdot \sigma_0 = 1,64$ (norm. elb., c.H.T. miatt.)
 $= 5,2506 \text{ kg}$ (5)

$p[m_1 - \Delta m_0 < m < m_1 + \Delta m_0] = 90\%$ (2)

$m_1 = 1500 \text{ kg}$ $\Delta m_1 = m_1 - m_0 = 24 \text{ kg}$

$p[1470,7 \text{ kg} < m < 1481,3 \text{ kg}] = 90\%$

$z = \frac{\Delta m_1}{\sigma_0} \approx 7,50$

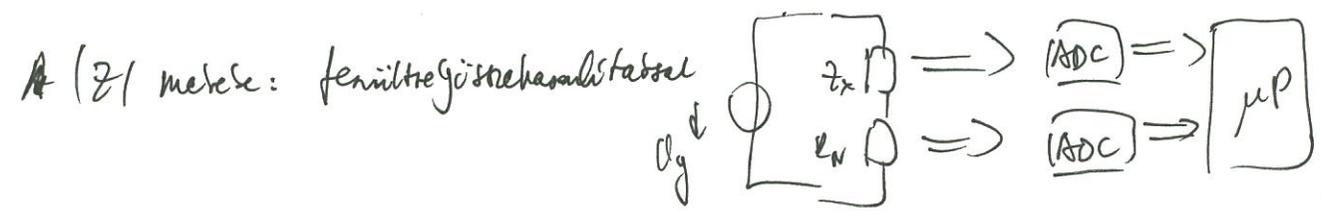
$\Delta m_{w.c} = N \cdot \Delta m_1 = 61,5 \text{ kg}$, $m_{max} = \Delta m_{w.c} + m_0 = 1537,5 \text{ kg}$ → m_1 nem felületen, de valószínűsége ≈ 0 . (1)

A11., $z = |z| e^{j\varphi} = |z| [\cos \varphi + j \sin \varphi] = R + j\omega L \Rightarrow R = |z| \cos \varphi = 12 \Omega$ $L = \frac{|z| \sin \varphi}{\omega} = 117,2 \text{ mH}$ (2)

$f_{m, valódi} = \frac{f_s}{2048} \approx 48,83 \text{ Hz}$ φ mérést nem befolyásolja $\Rightarrow \Delta \varphi = 0$ (arányosság!)

R hővezetés nem mérés $\Rightarrow \Delta R = 0$

$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta \omega}{\omega} = -2,34\%$ $L' = 120 \text{ mH}$ (2)



felhívás: eff. érték határolása a mér. jel. alapján. (1)

(5)

Méréstechnika zárthelyi

B csoport

2014. május 16.

A feladatok megoldásához csak papír, írószerszám, számológép használata megengedett, egyéb segédeszköz és a kommunikáció tiltott. A megoldásra fordítható idő: 90 perc. A feladatok természetesen tetszőleges sorrendben megoldhatók, de a római számmal jelzett feladatok megoldását külön papírra kérjük. A feladatok után azok pontszámát is feltüntettük. Törtpontszámokat nem adunk, indoklás nélküli eredményeket nem értékelünk. Törekedj arra, hogy tudásodat a dolgozat szép külalakja is kiemelje! A Student- és a normális eloszlás táblázatát a túloldalon találod!

1. Fogalmazd meg a centrális határeloszlás-tételt! (1 pont)
2. Mire alkalmas a digitális oszcilloszkópok *pre trigger* funkciója? Ismertesd röviden a működését! (1 pont)
3. Rajzold le az áramváltó blokkvázlatát, és add meg a kimeneti és a bemeneti áram kapcsolatát a kapcsolat paramétereivel! Ideális esetben mi terheli az áramváltó kimenetét? (1 pont)
4. $U_x = 20$ mV effektív értékű, $f_x = 5$ kHz frekvenciájú szinuszos jelet $U_n = 200$ mV effektív értékű, $B = 60$ kHz sávszélességű fehér zaj terhel. A zajjal terhelt jelet $f_c = 0.6$ MHz törésponti frekvenciájú, ideálisnak tekinthető aluláteresztő szűrővel szűrjük. Add meg a szűrt jel effektív értékét! (2 pont)
5. Rajzold fel annak a differenciaerősítőnek a kapcsolási rajzát, amelyben egy-egy R , $2R$, $4R$ és $8R$ értékű ellenállást használtunk fel! Add meg a kapcsolat erősítését is! (2 pont)
6. Impedanciát mérünk 3 vezetékes mérést alkalmazva. Rajzold le, hogyan kapcsolódik a műszer az impedanciához, ha koaxiális (árnyékolt) kábelt használunk! (1 pont)
7. Rajzolj fel egy műveleti erősítővel felépített feszültség-áram átalakítót, és az ábra alapján add meg a feszültség és az áram közötti összefüggést! (1 pont)
8. Rajzold fel a párhuzamos AD-átalakító (flash-konverter) blokkvázlatát! Mi az egyes egységek feladata? (1 pont)

I. Iskolai papírgyűjtés alkalmával cél, hogy minden osztály pontosan 100 kg papírt adjon le. A mérlegelés során megállapították, hogy a leadott papírhalmok átlagos tömege $m = 100.45$ kg, tapasztalati szórása $s = 2.81$ kg. A halmok tömegének eloszlása normális, és összesen $N = 12$ osztály adott le papírt.

- a) Add meg a papírhalmok átlagos tömegére vonatkozó $p = 90\%$ szintű konfidenciaintervallumot!
- b) Kiderül, hogy mérést az udvaron végezték, és a sok állás alatt az esős időben a halmokra átlagosan $V = 1$ liter terfogatú, $\sigma = 0.2$ liter szórású, normális eloszlású vízmennyiség került. (A víz sűrűsége $\rho = 1000$ kg/m³.) Add meg a vízmennyiség levonása után a korrigált konfidenciaintervallumot is!

(5 pont)

II. Egy digitális impedanciamérés során az admittancia abszolút értéket már meghatároztuk, ez $|Y| = 7.540$ mS-nek adódott. A mérést $f = 1$ kHz névleges frekvencián végeztük, a fázismérést időmérésre vezettük vissza. A mintavételezett szinuszhullámok közötti időt időintervallum-méréssel határoztuk meg, az órajelnek a mintavételi frekvencia felel meg, ez $f_s = 1$ MHz. A gerjesztés periódusidejét és az időintervallumot $t_m = 100$ ms mérési idő alatt minden periódusban megmértük, ebből $\varphi = 89.37^\circ$ adódott. Az admittancia abszolút értékét $h_a = 0.1\%$ véletlen hibával mérjük, a műszer órajelének véletlen hibája (amely azonban a mérés során állandó) $h_0 = 1000$ ppm. A műszer a gerjesztőjelet az f_s frekvencia $N = 1000$ -edére osztásával állítja elő.

- a) Az impedancia jól jellemezhető *párhuzamos RC* helyettesítőképpel. Add meg R és C értékét!
- b) Add meg φ , R és C mérésének véletlen hibáját!

(5 pont)

A Student-t eloszlás táblázata

| szabadságfok | $p = 0.4$ | $p = 0.2$ | $p = 0.1$ | $p = 0.05$ | $p = 0.025$ | $p = 0.01$ | $p = 0.005$ | $p = 0.0005$ |
|--------------|-----------|-----------|-----------|------------|-------------|------------|-------------|--------------|
| 1 | 0.325 | 1.376 | 3.077 | 6.310 | 12.690 | 31.821 | 63.657 | 636.619 |
| 2 | 0.289 | 1.061 | 1.886 | 2.919 | 4.300 | 6.965 | 9.925 | 31.598 |
| 3 | 0.277 | 0.979 | 1.638 | 2.353 | 3.181 | 4.535 | 5.826 | 12.618 |
| 4 | 0.271 | 0.941 | 1.533 | 2.131 | 2.775 | 3.743 | 4.595 | 8.449 |
| 5 | 0.267 | 0.920 | 1.476 | 2.014 | 2.570 | 3.362 | 4.025 | 6.760 |
| 6 | 0.265 | 0.906 | 1.439 | 1.943 | 2.446 | 3.140 | 3.701 | 5.876 |
| 7 | 0.263 | 0.896 | 1.415 | 1.894 | 2.364 | 2.995 | 3.494 | 5.339 |
| 8 | 0.262 | 0.889 | 1.397 | 1.859 | 2.305 | 2.894 | 3.350 | 4.982 |
| 9 | 0.261 | 0.883 | 1.383 | 1.833 | 2.261 | 2.819 | 3.245 | 4.728 |
| 10 | 0.260 | 0.879 | 1.372 | 1.812 | 2.227 | 2.762 | 3.165 | 4.538 |
| 11 | 0.260 | 0.876 | 1.363 | 1.796 | 2.200 | 2.716 | 3.102 | 4.392 |
| 12 | 0.259 | 0.873 | 1.356 | 1.782 | 2.178 | 2.679 | 3.051 | 4.275 |
| 13 | 0.259 | 0.870 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.648 | 3.008 | 4.180 |
| 14 | 0.258 | 0.868 | 1.345 | 1.761 | 2.144 | 2.623 | 2.973 | 4.102 |
| 15 | 0.258 | 0.866 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.601 | 2.943 | 4.036 |
| 16 | 0.257 | 0.865 | 1.337 | 1.746 | 2.119 | 2.582 | 2.917 | 3.979 |
| 17 | 0.257 | 0.863 | 1.333 | 1.739 | 2.109 | 2.565 | 2.895 | 3.930 |
| 18 | 0.257 | 0.862 | 1.330 | 1.734 | 2.100 | 2.551 | 2.875 | 3.888 |
| 19 | 0.257 | 0.861 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.538 | 2.857 | 3.850 |
| 20 | 0.257 | 0.860 | 1.325 | 1.724 | 2.086 | 2.527 | 2.842 | 3.817 |

Magyarázat: $p[t \geq x] = P$, azaz P annak a valószínűsége, hogy a t valószínűségi változó értéke x -nél nagyobb vagy egyenlő. A táblázat első sorában vannak a P értékek, alattuk pedig az x -ek. Pl. 0.1 a valószínűsége annak, hogy egy 20 szabadságfokú minta esetén $t \geq 1.325$.

A normális eloszlás táblázata

| | $p = 0.4$ | $p = 0.2$ | $p = 0.1$ | $p = 0.05$ | $p = 0.025$ | $p = 0.01$ | $p = 0.005$ | $p = 0.0005$ |
|--|-----------|-----------|-----------|------------|-------------|------------|-------------|--------------|
| | 0.25 | 0.84 | 1.29 | 1.64 | 1.96 | 2.24 | 2.58 | 3.20 |

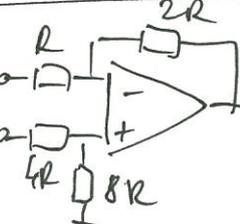
Magyarázat: $p[z \geq x] = P$, azaz P annak a valószínűsége, hogy a z valószínűségi változó értéke x -nél nagyobb vagy egyenlő. A táblázat első sorában vannak a P értékek, alattuk pedig az x -ek. Pl. 0.1 a valószínűsége annak, hogy normális eloszlású minta esetén $z \geq 1.29$.

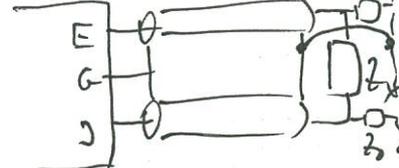
B1., Legyen $x_i, i=1..N$ val. érték, elterjedése isotróp és $y = \sum_{i=1}^N a_i x_i$ alakú,
 ha $a_i \approx 1$, korreláció normális. 1

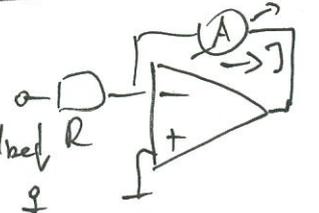
B2., Triggeresemény előtti jelre adott megjelölés. Az oszcilloszkóp a memóriájában fogja
 megőrizni a mintavételt, és a triggerjel beküldésére időpont előtti jelre adott
 korrelációt. 1

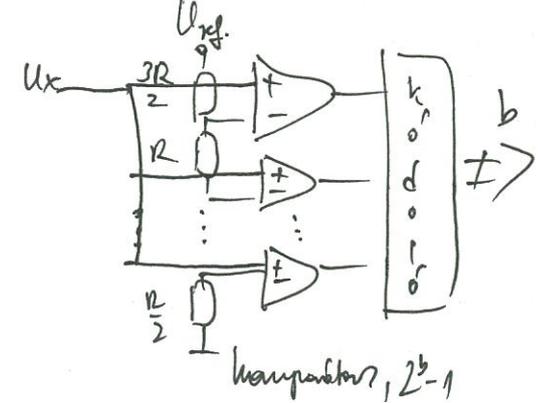
B3.,  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$ $R_{t, id} = \emptyset$ 1

B4., $U_x = 20mV$ $U_n = 200mV$, $f_c \gg B$, ezért: $U_m = \sqrt{U_x^2 + U_n^2} \approx 200mV$ 2

B5.,  $A_y = -2$ $A_y = -4$ stb.
 rajzi: 1
 all.: 1 2

B6.,  1

B7.,  $I = \frac{U_{be}}{R}$ 1

B8.,  b bites ADC
 Adott U_x mellett k felső és $2^b - 1 - k$ alsó kiegészítő 1/0-vezetés, az a kódoló kódotja és bináris számú. 1

B1. $\hat{m}_1 = m = 100,45 \text{ kg}$ $N=12 \Rightarrow$ Student-est. $t_{N-1; 0,05} = 1,796$ (1)

$$\Delta m = \frac{s}{\sqrt{N}} \cdot t_{N-1; \frac{\alpha}{2}} = 1,4569 \text{ kg}$$

$$P[\hat{m}_1 - \Delta m < m < \hat{m}_1 + \Delta m] = 90\%$$

$$P[98,99 \text{ kg} < m < 101,91 \text{ kg}] = 90\%$$
 (2)

5

$$\hat{m}_v = 1 \text{ kg} \quad \sigma_v = 0,2 \text{ kg} \quad s^2 = s_0^2 + \sigma_v^2 \Rightarrow s_0 = \sqrt{s^2 - \sigma_v^2} = 2,8029 \text{ kg}$$

$$\hat{m}_2 = \hat{m}_1 - \hat{m}_v = 99,45 \text{ kg} \quad \Delta m_2 = \frac{s_0}{\sqrt{N}} \cdot t_{N-1; \frac{\alpha}{2}} = 1,4532 \text{ kg}$$

$$P[\hat{m}_2 - \Delta m_2 < m < \hat{m}_2 + \Delta m_2] = 90\%$$

$$(2) \quad P[98,00 \text{ kg} < m < 100,90 \text{ kg}] = 90\%$$

B11. $Y = |Y| e^{j\varphi} = |Y| [\cos\varphi + j\sin\varphi] = \frac{1}{R} + j\omega C \Rightarrow R = \frac{1}{|Y|\cos\varphi} = 12,06 \text{ k}\Omega$ $C = \frac{|Y|\sin\varphi}{\omega} = 1,2 \mu\text{F}$ (2)

$$\varphi = 2\pi \frac{v}{f} \Rightarrow \Delta\varphi = \varphi \left[\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta v}{v} \right] = \varphi \frac{1}{\sqrt{N}} \quad \text{(3)}$$

\varnothing next parts longer

$$T = \frac{\varphi}{2\pi f} \quad \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{N} = \frac{1}{2 \cdot f_s} \quad n = \frac{t_m}{T} = t_m \cdot f = 100$$

5

$$\text{(3)} \quad \varphi \frac{1}{2 \cdot f_s} = \frac{2\pi}{\sqrt{N}} \frac{1}{f_s} = 6,283 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \quad (1)$$

has new result (analyse it!)

$$\frac{\Delta R}{R} \text{ w.c.} = \frac{\Delta|Y|}{|Y|} + \frac{\Delta\cos\varphi}{\cos\varphi} = \frac{\Delta|Y|}{|Y|} + \tan\varphi \Delta\varphi \approx 5,7\% !$$

$$\frac{\Delta C}{C} \text{ w.c.} = \frac{\Delta|Y|}{|Y|} + \frac{\Delta\omega}{\omega} + \cot\varphi \Delta\varphi \approx 0,2\% \quad (2)$$

$\approx 69 \text{ ppm}$