

[név]

[neptunkód]

Egészségügyi mérnök Msc
Folyamatszabályozás (BME)

Házi feladat

3. feladatsor

Egy szabályozási rendszer átviteli függvényei:

$W_c =$

$5s + 1$

$5s$

$W_p =$

2

$20s^3 + 24s^2 + 9s + 1$

- 1.) Adja meg a nyitott kör átviteli függvényét!
- 2.) Rajzolja meg az alaptagok alkalmazásával a zárt rendszer hatásvázlatát!
- 3.) Írja fel az állapotegyenlet rendszert!
- 4.) Írja fel a zárt kör átviteli függvényét és karakterisztikus egyenletét!
- 5.) Vizsgálja meg stabilis-e a rendszer!
- 6.) Mennyi a rendszer típuszáma?
- 7.) A szakasz $u_z(t)=1(t)$ zavarásra hogyan viselkedik a rendszer?
- 8.) Határozzuk meg a rendszer súlyfüggvényét!
- 9.) Adjuk meg a rendszer átmeneti függvényeit és számítsuk ki az y kimenő jel $y(\infty)$ végértékét!
- 10.) Számítsuk ki a rendszer átviteli mátrixát!
- 11.) Adjuk meg a fázistartalékot, az amplitúdó tartalékot és a vágási körfrekvenciát!
- 12.) Hasonlítsuk össze a nyitott és a zárt kör amplitúdó meneteit!
- 13.) Ábrázoljuk a zárt kör átmeneti függvényét!

.m fájl, és a grafikus és numerikus adatok word fájlban beadása szükséges

1.) Adja meg a nyitott kör átviteli függvényét!

Mivel a szabályzó (controller) és a szakasz (plant) átviteli függvénye meg van adva, és azok soros kapcsolásáról beszélünk, így azok szorzata megadja a nyitott kör átviteli függvényét.

$$W_o(s) = W_c(s) * W_p(s)$$

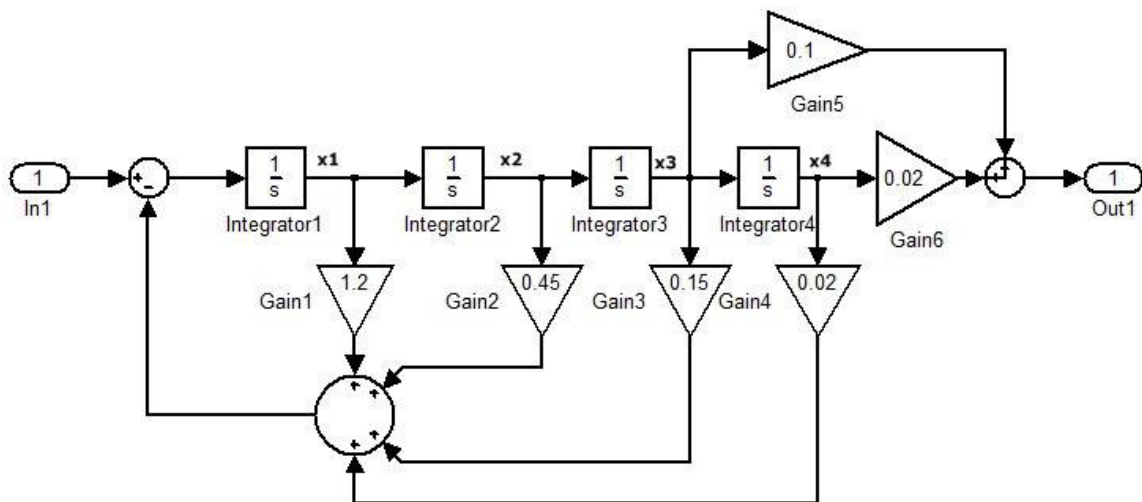
W_o =

$$10s + 2$$

$$100s^4 + 120s^3 + 45s^2 + 5s$$

2.) Rajzolja meg az alaptagok alkalmazásával a zárt rendszer hatásvázlatát!

Hatásvázlat: 4 integráló, és 6 arányos tagot tartalmaz.



3.)Írja fel az állapotegyenlet rendszert!

Az állapotegyenlet (state space) rendszert az átviteli függvény (transfer function) transzformálásával kapom.

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u$$

$$y = C \cdot x + D \cdot u$$

$$A =$$

$$\begin{bmatrix} -1.2000 & -0.4500 & -0.1500 & -0.0200 \\ 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B =$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.1000 & 0.0200 \end{bmatrix}$$

$$D =$$

$$0$$

Az állapotegyenlet rendszer:

$$\begin{bmatrix} dx1/dt \\ dx2/dt \\ dx3/dt \\ dx4/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.2 & -0.45 & -0.15 & -0.02 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [u1]$$

$$[y1] = [0 \quad 0 \quad 0.4 \quad 0.32] \cdot \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{bmatrix} + [0] \cdot [u1]$$

4.)Írja fel a zárt kör átviteli függvényét és karakterisztikus egyenletét!

A zárt kör átviteli függvénye a negatív visszacsatolás (feedback) alkalmazásával kapható meg.Képlet szerint pedig $W(s)=W_o(s)/(1+W_o(s))$.

W =

$$10s + 2$$

$$100s^4 + 120s^3 + 45s^2 + 15s + 2$$

A karakterisztikus egyenlet (ennek nevezője), az $1+W_o(s)=0$,aminek megoldásai megadják a pólusokat.

ans =

$$-0.8442$$

$$-0.0779 + 0.3352i$$

$$-0.0779 - 0.3352i$$

$$-0.2000$$

5.)Vizsgálja meg stabilis-e a rendszer!

A rendszer akkor stabilis,ha a pólusai,azaz az A rendszermátrix sajátértékei a negatív félsíkon vannak,azaz a valós részük negatív.

Mivel az összes kapott pólus valós része negatív, így stabilis a rendszer.

6.)Mennyi a rendszer típuszáma?

A rendszer típuszáma a nulla értékű pólusok száma.

Jelen esetben nincs nulla értékű pólus,így a rendszer típuszáma 0 (nulla).

7.)A szakasz $uz(t)=1(t)$ zavarásra hogyan viselkedik a rendszer?

A komponens átviteli függvényeket a szuperpozíció elve alapján és a visszacsatoltrendszerek alapképletének felhasználásával, felírható, hogy

$$W_{yz}(s)=1/(1+W_c(s)*W_p(s)) \text{ és } W_{yu}(s)=(W_c(s)*W_p(s))/(1+W_c(s)*W_p(s)) .$$

(Ahol $W_o(s)=W_c(s)*W_p(s)$)

A szuperpozíció elve alapján a kimeneti jel Laplace-transzformáltja, az egyes bemenetekről gerjesztett kimenetek Laplace-transzformáltjainakösszege.

Így,

$$Y(s)= W_{yz}(s)*Z(s)+ W_{yu}(s)*U(s), \text{ ahol}$$

$$Z(s)=L\{1(t)\}=1/s \quad ; \quad U(s)=1 \text{ (ha dirac impulzusra nézzük), ezek alapján}$$

$Y(s) = W_yz(s) \cdot (1/s) + W_{yu}(s) \cdot 1$ ez közös nevezőre hozva,

$Y(s) = (1 + s \cdot W_o(s)) / s \cdot (W_o(s) + 1)$, kiemelve s-t és egyszerűsítve vele

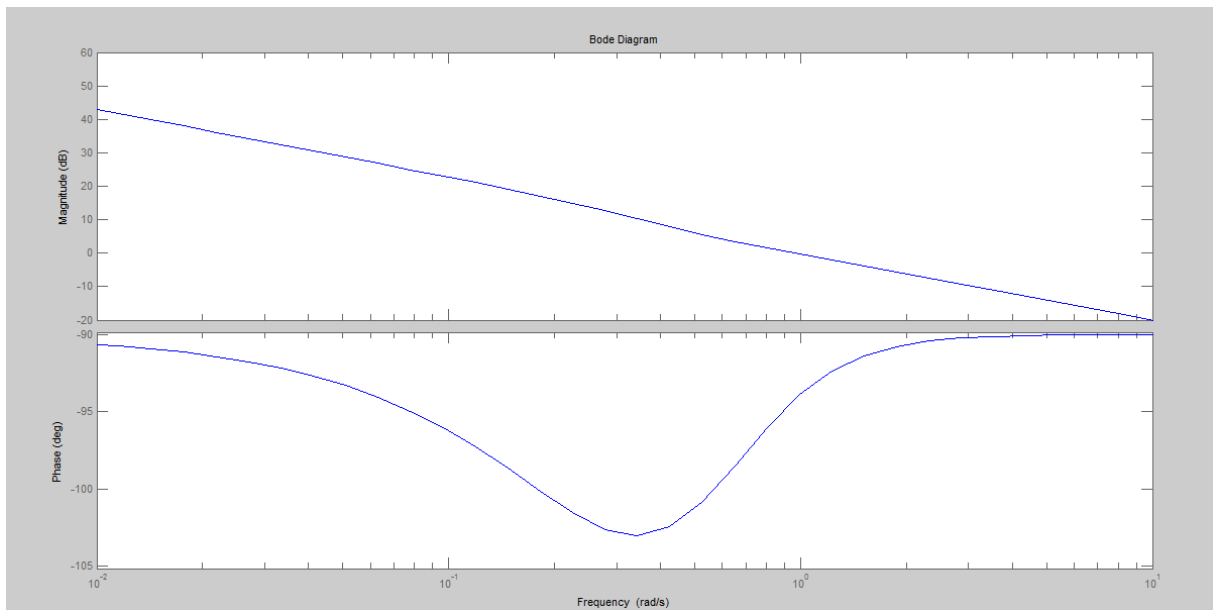
$Y(s) = (1/s + W_o(s)) / (W_o(s) + 1)$, amiből $W_z(s) = Y(s)/U(s) = Y(s)$, mivel $U(s) = 1$.

$W_z =$

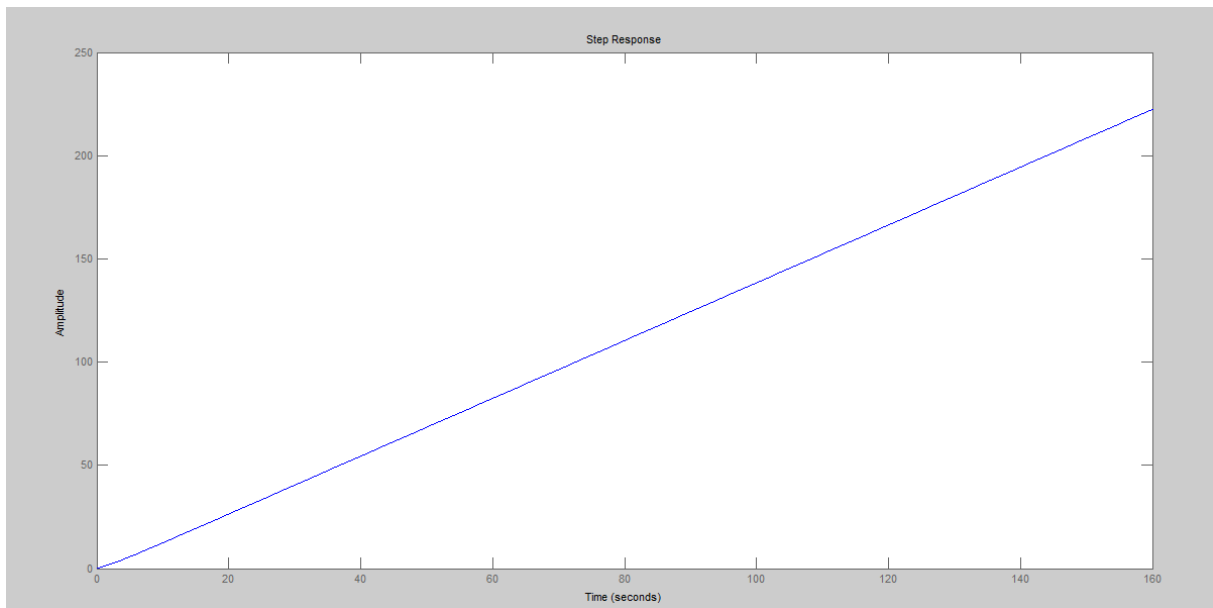
$$100 s^4 + 120 s^3 + 55 s^2 + 7 s$$

$$100 s^5 + 120 s^4 + 45 s^3 + 5 s^2$$

Ennek Bode-diagrammja:



És ugrásválasza:



Látható, hogy a zavarjel hatására a rendszer elszáll a végtelenbe.

8.)Határozzuk meg a rendszer súlyfüggvényét!

A rendszer súlyfüggvénye a Dirac-delta gerjesztésre adott válasza,aminek Laplace-a 1,így lényegében az átviteli függvény az időtartományban,azaz inverz Laplace transzformáltja az átviteli függvénynek.

r =

$$\begin{aligned} &0.1429 \\ &-0.0715 - 0.1634i \\ &-0.0715 + 0.1634i \\ &-0.0000 \end{aligned}$$

p =

$$\begin{aligned} &-0.8442 \\ &-0.0779 + 0.3352i \\ &-0.0779 - 0.3352i \\ &-0.2000 \end{aligned}$$

k =

[]

alapján felírható:

$$\begin{aligned} w(t) &= 0.1429e^{-0.8442t} + (-0.0715 - 0.1634i)e^{(-0.0779 + 0.3352i)t} \\ &\quad + (-0.0715 + 0.1634i)e^{(-0.0779 - 0.3352i)t} + (-0.0000)e^{(-0.2000)t} \\ &= 0.1429e^{-0.8442t} + (-0.0715 - 0.1634i)e^{(-0.0779 + 0.3352i)t} \\ &\quad + (-0.0715 + 0.1634i)e^{(-0.0779 - 0.3352i)t} \end{aligned}$$

9.)Adjuk meg a rendszer átmeneti függvényeit és számítsuk ki az y kimenő jel $y(\infty)$ végértékét!

Az átmeneti függvény a rendszer egységugrás gerjesztésre adott válasza. Az átviteli függvény integráljának inverz Laplace transzformáltja.

V =

$$10s + 2$$

$$100s^5 + 120s^4 + 45s^3 + 15s^2 + 2s$$

Ennek inverz Laplace-a:

rv =

$$-0.1693$$

$$-0.4153 + 0.3097i$$

$$-0.4153 - 0.3097i$$

$$0.0000$$

$$1.0000$$

pv =

$$-0.8442$$

$$-0.0779 + 0.3352i$$

$$-0.0779 - 0.3352i$$

$$-0.2000$$

$$0$$

kv =

[]

segítségével felírható:

$$\begin{aligned}v(t) &= (-0.1693)e^{(-0.8442)t} + (-0.4153 + 0.3097i)e^{(-0.0779 + 0.3352i)t} \\ &\quad + (-0.4153 - 0.3097i)e^{(-0.0779 - 0.3352i)t} + (0.0000)e^{(-0.2000)t} \\ &\quad + 1.0000e^{0t} \\ &= (-0.1693)e^{(-0.8442)t} + (-0.4153 + 0.3097i)e^{(-0.0779 + 0.3352i)t} \\ &\quad + (-0.4153 - 0.3097i)e^{(-0.0779 - 0.3352i)t} + 1.0000e^{0t}\end{aligned}$$

A kimenő jel végértékéhez, a végérték tétel:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (f(t)) = f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s f(s) \quad , \text{ha } \operatorname{Re}\{p_i\} < 0$$

Ez alapján, mivel $\operatorname{Re}\{p_i\} < 0$ teljesül, azaz a pólusok valós része negatív, felírható:

$$\begin{aligned}\lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot Y(s)) &= \lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot W(s) \cdot U(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \cdot \frac{W(s)}{s} \right) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{10s + 2}{100s^4 + 120s^3 + 45s^2 + 15s + 2} = \frac{2}{2} = 1\end{aligned}$$

Ezt a 13.) feladatban, a rendszer átmeneti függvényének, azaz az egységugrásra adott válasz időtartományban való ábrázolása is alátámasztja.

10.) Számítsuk ki a rendszer átviteli mátrixát!

SISO tag esetében az átviteli mátrix egyetlen elemet tartalmazó $W(s)$ átviteli függvényre egyszerűsödik.

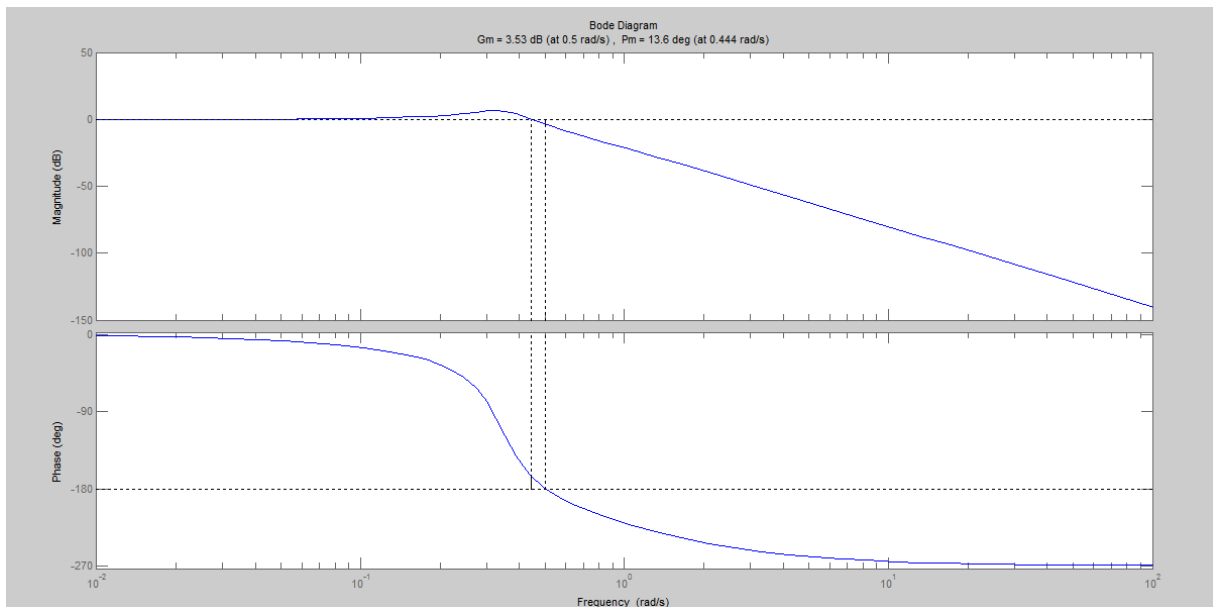
$W_m =$

$$10s + 2$$

$$100s^4 + 120s^3 + 45s^2 + 15s + 2$$

11.) Adjuk meg a fázistartalékot, az amplitúdó tartalékot és a vágási körfrekvenciát!

A fázistartalék, az amplitúdó tartalék és a vágási körfrekvencia leolvasható a margin utasítás által kapott Bode-diagrammról.



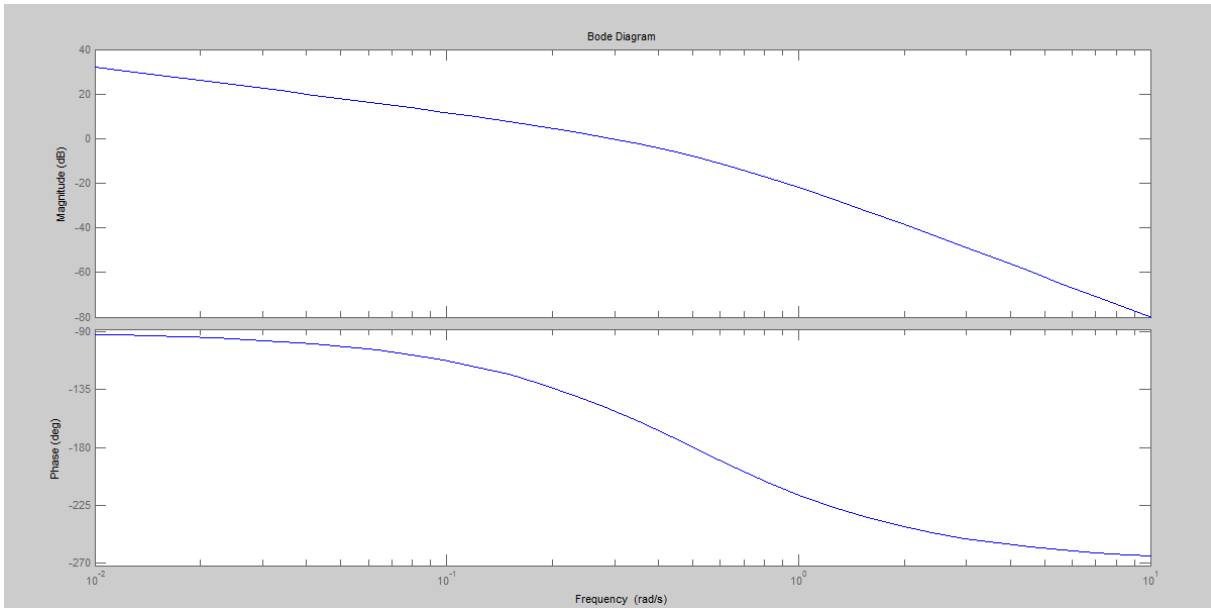
Fázistartalék=PM=13.6deg

Amplitúdó tartalék=GM=3.53dB

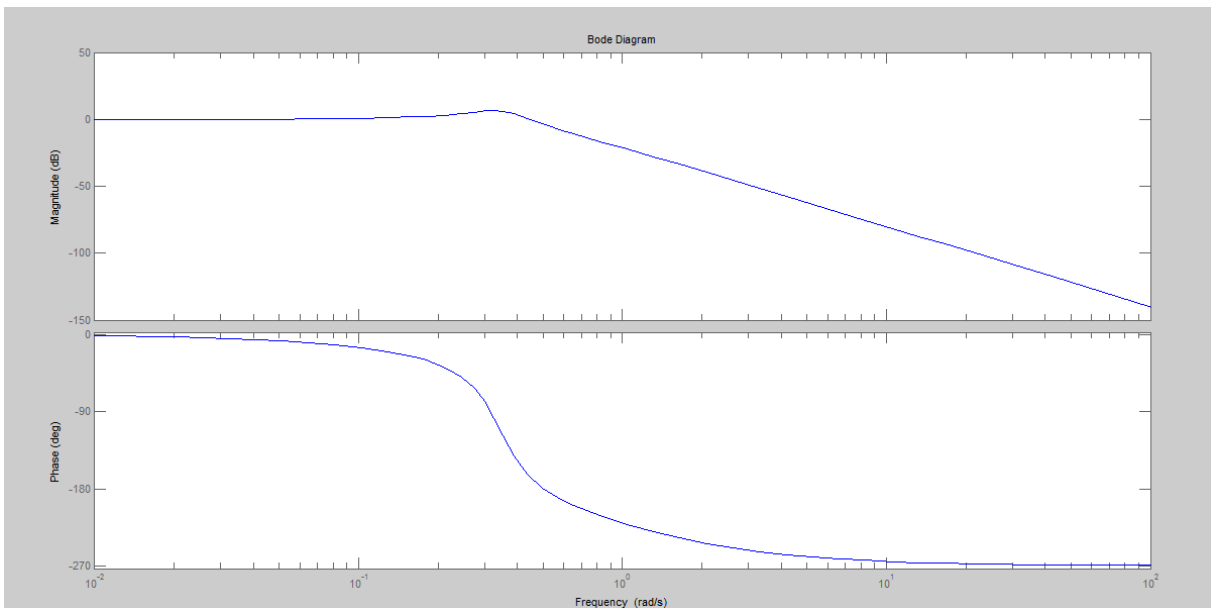
Vágási körfrekvencia=0.444rad/sec

12.) Hasonlítsuk össze a nyitott és a zárt kör amplitúdó meneteit!

A nyitott kör Bode-diagrammja:



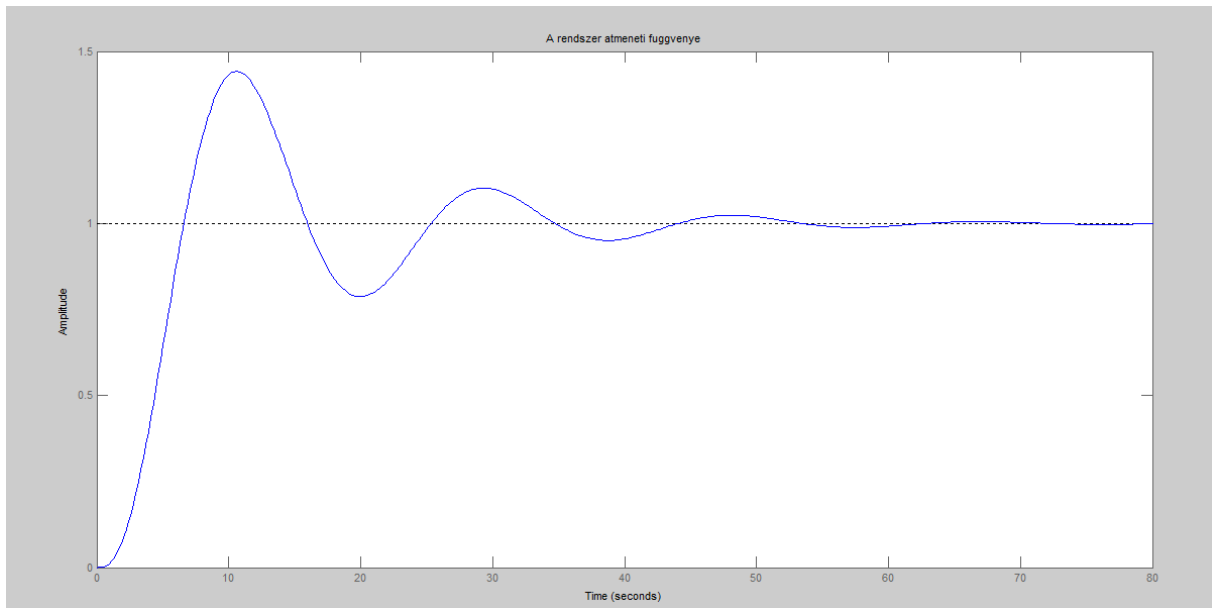
A zárt kör Bode diagrammja:



A fenti ábrákon látható, hogy míg a zárt kör átvitele a vágási frekvenciáig konstans 1 (azaz 0dB), addig a nyílt kör amplitúdó karakterisztikája folyamatosan csökken.

13.)Ábrázoljuk a zárt kör átmeneti függvényét!

A rendszer átmeneti függvénye, azaz az egységugrásra adott válasz időtartományban:



A rendszer átmeneti függvényének ábrázolásán, azaz az egységugrásra adott válaszában, látható, hogy majdnem 1.5-hez való amplitúdó kilengés után, körülbelül 80secundum előtt beáll a végértékére, azaz 1-re.