

1. feladat (12 pont)

Hol és milyen típusú szakadásai vannak az alábbi függvénynek?

$$f(x) = \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4} + \frac{x + 3}{|x + 3|}$$

2. feladat (4+12 pont)

a) Definiálja a valós értékű f függvény x_0 pontbeli deriváltját! (x_0 az értelmezési tartomány belső pontja.)

b) Deriválja az $|x - 2| \cdot \sin(3x - 6)$ függvényt értelmezési tartománya minden pontjában.

3. feladat (9+9+9+9 pont)

Számolja ki az alábbi határértékeket

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arsh}(5x^2)}{\operatorname{arctg}(3x^2)},$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{x-2} - \frac{2}{\ln(x-1)} \right),$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}},$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{ch}(2x+3)}{\operatorname{sh}(2x-5)}$

4. feladat (18 pont)

Adja meg azokat a legbővebb intervallumokat, melyeken az $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$ függvény szigorúan monoton. Határozza meg a függvény maximumát, illetve minimumát a $[0, 4]$ intervallumon, amennyiben létezik.

5. feladat (18 pont)

A kétszer differenciálható $y = y(x)$ átmegy az $x_0 = 1$, $y_0 = 1$ ponton és x_0 egy környezetében kielégíti az alábbi implicit egyenletet:

$$y^3 + y^2 + 2x^2 + x = 5.$$

Határozza meg ezen függvény $(1, 1)$ pontjabeli érintőegyenesének egyenletét! Van-e inflexiója a függvénynek az $x_0 = 1$ pontban?

IMSC feladat (8 IMSC pont)

Igazolja, hogy páratlan függvény deriváltja páros, páros függvény deriváltja páratlan. Mit mondhatunk ez alapján a páros, illetve páratlan függvények monotonitásáról, illetve konvexitásáról?