

5. Gyakorlat

Diszkrét valószínűségi változók együttes eloszlása és függetlensége, várható érték

- Kétszer dobunk egy szabályos dobókockával. Jelölje X a hatosok, Y pedig a páros eredmények számát. Adjuk meg X és Y együttes eloszlását. Független-e X és Y ?
- Az X és Y valószínűségi változók együttes eloszlását tartalmazza az alábbi táblázat.

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	p	$3p$	$6p$
1	$5p$	$15p$	$30p$

- a) $p = ?$ b) $\mathbb{P}(X \leq 0, Y = 1) = ?$ c) Független-e X és Y ?

- Az X és Y valószínűségi változók együttes eloszlását tartalmazza az alábbi táblázat.
 - Függetlenek-e az $\{X = 2\}$ és $\{Y = 2\}$ események?
 - Függetlenek-e az $\{X < 2\}$ és $\{Y < 2\}$ események?
 - Függetlenek-e az X és Y változók?

$Y \backslash X$	0	1	2
0	1/10	1/10	1/10
1	1/10	1/10	3/10
2	1/20	1/20	1/10

- Egy dobozban 6 golyó van, 2 fehér, 2 zöld és 2 piros. Egyesével addig húzunk visszatevés nélkül a dobozból, amíg piros golyót nem kapunk. Jelölje X a kihúzott golyók számát, Y pedig a kihúzott fehér színű golyók számát. Adjuk meg az együttes eloszlásuk táblázatát. Független-e X és Y ?

- Két kockával dobva, mennyi a dobott számok maximumának várható értéke? Mennyi a dobott számok négyzetösszegének várható értéke?
- Tegyük fel, hogy az 5-ös lottó nyereményei rögzítettek: az 5-ös találat 1 millárd, a 4-es 6 millió, a 3-as 35 ezer, míg a 2-es kétezer forintot nyer. Egy szelvényvel mennyi a nyereményünk várható értéke?
- Jelölje X egy kockadobás eredményét. Mennyi $\mathbb{E}((X - 3)^2)$?
- Az X és Y diszkrét valószínűségi változók együttes eloszlását tartalmazza az alábbi táblázat, amelyből két értéket kitöröltek. Határozzuk meg a hiányzó értékeket, ha tudjuk, hogy X várható értéke $1/3$. Állapítsuk meg, hogy függetlenek-e az X és Y valószínűségi változók.

$Y \backslash X$	0	1
-1	1/2	
1		1/4

- Egy termékbemutatóra meghívott házaspárok száma 15, mindegyik pár a többitől függetlenül 0,65 valószínűséggel jelenik meg a bemutatón. Mennyi a valószínűsége, hogy kevesebb pár jelenik meg a bemutatón, mint a párok számának várható értékének harmada?
- Legyen $X \sim B(3, \frac{1}{4})$, és $Y = X^2$. Mi Y eloszlása, és mennyi a várható értéke?
- Egy urnában 1 piros, 5 fehér golyó van. Addig húzunk az urnából *visszatevéssel* (a visszatétel után a golyókat mindig megkeverve), amíg piros golyót nem húzunk. Jelölje X a húzások számát. Adjuk meg X eloszlását. Várhatóan hány lépés után állunk meg?