1. vizsga

A vizsga időtartama 100 perc. Számológépet lehet használni. Amennyiben egy feladat máshogy nem rendelkezik, a számszerű végeredményeket 4 tizedesjegyre kerekítsük, vagy normál tört alakban adjuk meg. Minden feladat 10 pontot ér. A teljes pontszám eléréséhez a megoldás menete is szükséges, beleértve az egyes lépéseknél felhasznált tulajdonságok és tételek jelzését. A vizsga első 30 percében nem lehet a termet elhagyni.

1. Két ládában vannak almáink. Az elsőben 1 romlott és 5 jó, a másodikban 3 romlott és 4 jó. Az elsőből átteszünk a másodikba egy almát. Mennyi a valószínősége, hogy ezután a második dobozból véletlenszerűen választva egy almát az jó lesz?

2. Egy megkevert magyarkártya-pakliból húzunk 2 lapot visszatevés nélkül. Jelölje X a kihúzott ászok, míg Y a kihúzott piros lapok számát. Határozzuk meg az X és Y együttes eloszlását. (Egy magyarkártya-pakli 32 lapból áll, melyek közt pontosan darab 8 piros lap és 4 darab (különböző színű) ász van, az ászok között tehát pontosan egy piros található.)

3. Egyenletesen véletlenszerűen választunk egy pontot az origó középpontú egységkörön. Mi a valószínűsége, hogy a választott pont az $(1;0)$, $(0;1)$, $(-1;0)$ és $(0;-1)$ csúcsok által meghatározott négyzetbe esik?

4. Legyen X egy olyan valószínűségi változó, melynek eloszlásfüggvénye

$$F_X(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}t - 1, & \text{ha } t \in (2;4), \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$$

   Határozzuk meg az X várható értékét és szórását.

5. Egy faléceket készítő gép úgy van beállítva, hogy a legyártott lécek 40 cm hosszúak legyenek. A tényleges hosszak ettől való eltérése (vagyis a gép hibája) centiméterben mérve normális eloszlást követ 0 várható értékkel. Mennyi a hiba szórása, ha tudjuk, hogy 0,05 annak a valószínűsége, hogy egy léc nagyobb, mint 40,5 cm?

6. Egy dobókockával 20-szor dobva az alábbi eredmények adódtak:

$$5,\ 3,\ 4,\ 4,\ 4,\ 1,\ 2,\ 6,\ 1,\ 1,\ 6,\ 1,\ 4,\ 3,\ 3,\ 3,\ 1,\ 5, 4,\ 3.$$

   Határozzuk meg a mintaátlagot és a korrigált tapasztalati szórást. Írjuk fel a mintához tartozó tapasztalati eloszlásfüggvényt is.

Eloszlás neve	Jelölés	ran$X$	$F_X(t)$	$f_X(k)$, $f_X(t)$	$\mathbb{E}(X)$	$\mathbb{D}^2(X)$
indikátor	$\mathbf{1}(p)$	$\{0,1\}$		$1-p$, p	p	$p(1-p)$
binomiális	$B(n;p)$	$\{0,1,\ldots,n\}$		$\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$	np	$np(1-p)$
geometriai	$Geo(p)$	$\mathbb{N}^+$		$(1-p)^{k-1}p$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
egyenletes	$U(a;b)$	$(a;b)$	$\frac{t-a}{b-a}$ (ha $t\in(a;b)$)	$\frac{1}{b-a}$ (ha $t\in(a;b)$)	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
exponenciális	$Exp(\lambda)$	$[0;\infty)$	$1-e^{-\lambda t}$ (ha $t\in(0;\infty)$)	$\lambda e^{-\lambda t}$ (ha $t\in(0;\infty)$)	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
normális	$N(\mu;\sigma^2)$	$\mathbb{R}$	$\Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	μ	σ^2

A Student-eloszlás kvantiliseinek táblázata

	Szignifikanciaszint $(1-\varepsilon)$				
Szabadsági fok	**0,9**	**0,95**	**0,98**	**0,99**	**0,999**
1	**6,314**	**12,706**	**31,821**	**63,657**	**636,619**
2	**2,920**	**4,303**	**6,965**	**9,925**	**31,599**
3	**2,353**	**3,182**	**4,541**	**5,841**	**12,924**
4	**2,132**	**2,776**	**3,747**	**4,604**	**8,610**
5	**2,015**	**2,571**	**3,365**	**4,032**	**6,869**
6	**1,943**	**2,447**	**3,143**	**3,707**	**5,959**
7	**1,895**	**2,365**	**2,998**	**3,499**	**5,408**
8	**1,860**	**2,306**	**2,896**	**3,355**	**5,041**
9	**1,833**	**2,262**	**2,821**	**3,250**	**4,781**
10	**1,812**	**2,228**	**2,764**	**3,169**	**4,587**
11	**1,796**	**2,201**	**2,718**	**3,106**	**4,437**
12	**1,782**	**2,179**	**2,681**	**3,055**	**4,318**
13	**1,771**	**2,160**	**2,650**	**3,012**	**4,221**
14	**1,761**	**2,145**	**2,624**	**2,977**	**4,140**
15	**1,753**	**2,131**	**2,602**	**2,947**	**4,073**
16	**1,746**	**2,120**	**2,583**	**2,921**	**4,015**
17	**1,740**	**2,110**	**2,567**	**2,898**	**3,965**
18	**1,734**	**2,101**	**2,552**	**2,878**	**3,922**
19	**1,729**	**2,093**	**2,539**	**2,861**	**3,883**
20	**1,725**	**2,086**	**2,528**	**2,845**	**3,850**
21	**1,721**	**2,080**	**2,518**	**2,831**	**3,819**
22	**1,717**	**2,074**	**2,508**	**2,819**	**3,792**
23	**1,714**	**2,069**	**2,500**	**2,807**	**3,768**
24	**1,711**	**2,064**	**2,492**	**2,797**	**3,745**
25	**1,708**	**2,060**	**2,485**	**2,787**	**3,725**
26	**1,706**	**2,056**	**2,479**	**2,779**	**3,707**
27	**1,703**	**2,052**	**2,473**	**2,771**	**3,690**
28	**1,701**	**2,048**	**2,467**	**2,763**	**3,674**
29	**1,699**	**2,045**	**2,462**	**2,756**	**3,659**
30	**1,697**	**2,042**	**2,457**	**2,750**	**3,646**
40	**1,684**	**2,021**	**2,423**	**2,704**	**3,551**
50	**1,676**	**2,009**	**2,403**	**2,678**	**3,496**
60	**1,671**	**2,000**	**2,390**	**2,660**	**3,460**
80	**1,664**	**1,990**	**2,374**	**2,639**	**3,416**
100	**1,660**	**1,984**	**2,364**	**2,626**	**3,390**
500	**1,648**	**1,965**	**2,334**	**2,586**	**3,310**

A sztenderd normális eloszlás eloszlásfüggvényének táblázata

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998