

Valószínűségszámítás vizsga
2016. január 14.

1. Két pontot véletlenszerűen egymástól függetlenül kiválasztunk az egységnégyzeten. Mennyi a valószínűsége annak, hogy legalább az egyik pont távolabb lesz a négyzet középpontjától, mint $\frac{1}{4}$?
2. Az X és Y valószínűségi változók együttes eloszlását tartalmazza az alábbi táblázat:

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	p	p	$10p$
1	$10p$	$10p$	$20p$

Mekkora a p paraméter értéke? Függetlenek-e X és Y ? $\text{cov}(X, Y) = ?$

3. Egy gépjármű-biztosítótársaság az ügyfeleit három osztályba sorolja: jó vezető, átlagos vezető, rossz vezető. A társaság tapasztalata alapján a jó, átlagos és rossz vezetők 0,01, 0,1, illetve 0,25 eséllyel lesznek baleset részesei egy év alatt. Hogyha az ügyfelek 15%-a jó vezető, 55%-a átlagos vezető, és 30%-a rossz vezető, hány százalékuk lesz baleset részese a jövő év folyamán? Hogyha egy adott ügyfélnek nem volt tavaly balesete, milyen valószínűséggel rossz vezető?
4. Legyen $X \in B(3, \frac{1}{4})$, és $Y = X^2 + 1$. Mi Y eloszlása és mennyi a várható értéke és szórása?
5. Legyen az $(X, Y)^T$ vektor valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x, y) = \frac{1}{7}[6x^2y - 12xy + 6y + 18x^2 - 36x + 18], \quad x \in [0, 1], \quad y \in [0, 1].$$

Számolja ki a perem sűrűségfüggvényeket! Függetlenek a komponensek?